



CONTRAINTES COSMOLOGIQUES DEDUITES DES EFFETS DE LENTILLE GRAVITATIONNELLE DANS LES AMAS DE GALAXIES

Ghislain Golse

► To cite this version:

Ghislain Golse. CONTRAINTES COSMOLOGIQUES DEDUITES DES EFFETS DE LENTILLE GRAVITATIONNELLE DANS LES AMAS DE GALAXIES. Astrophysique [astro-ph]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2002. Français. NNT: . tel-00002279

HAL Id: tel-00002279

<https://theses.hal.science/tel-00002279>

Submitted on 16 Jan 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ TOULOUSE III – PAUL-SABATIER

U.F.R. PHYSIQUE CHIMIE AUTOMATIQUE

THÈSE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ TOULOUSE III
(SCIENCES)

Discipline: Astrophysique

par

Ghislain GOLSE

CONTRAINTES COSMOLOGIQUES DÉDUITES DES EFFETS DE LENTILLE GRAVITATIONNELLE DANS LES AMAS DE GALAXIES

Soutenue le 16 Octobre 2002 devant le Jury:

Pr S. Vauclair..... Présidente
Pr J. Bartlett..... Invité
Dr B. Fort..... Examineur
Dr J.-P. Kneib..... Directeur de thèse
Dr M. Lachièze-Rey..... Rapporteur
Dr R. Pain..... Rapporteur
Dr G. Soucail..... Directrice de thèse

Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées

UMR 5572

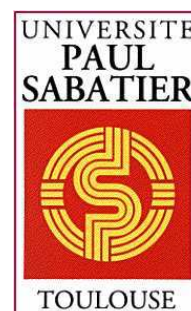
14, avenue E.-Belin

31400 Toulouse

FRANCE



CENTRE NATIONAL
DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE



À mes parents, Guy & Anne-Marie

Remerciements

Je suis très heureux que Geneviève Soucail et Jean-Paul Kneib m'aient proposé un sujet de stage en cosmologie alors que j'étais en DEA. Cela m'a permis de poursuivre en thèse sur le même thème et de me plonger dans l'immensité de l'Univers. Quelle aventure que tenter de sonder notre Univers en poursuivant des mirages à quelques milliards d'années-lumière ! Quelles belles images l'Univers dévoile ! et quelle belle Science que celle qui décrit l'Univers en suivant ces chimères !

J'ai apprécié la motivation, la bonne humeur et le sourire indéfectibles de Geneviève. Sa précision, sa rigueur et son honnêteté scientifiques auront été un exemple. J'ai été sensible à son écoute dans les moments de doute que j'ai traversés, ainsi qu'aux discussions personnelles que nous avons pu avoir.

Les compétences de Jean-Paul, tant en informatique que sur le phénomène des lentilles, m'ont été fort utiles. Ses intuitions et ses conseils techniques se sont souvent révélés judicieux. Je tiens également à souligner sa générosité.

Leur capacité à gérer l'activité scientifique, les collaborations, les diverses responsabilités, les enseignements, les différentes missions, les thésards (sic) et leur vie de famille m'a fait forte impression.

Je remercie les membres des équipes de cosmologie et de physique des galaxies qui m'ont apporté leur aide à un moment ou à un autre : Jean-Luc Attéia, Jim Bartlett, Alain Blanchard, Jean-François Le Borgne, Guy Mathez, Roser Pelló et David Valls-Gabaud.

Le soutien des informaticiens du laboratoire aura également été bien souvent précieux pour venir à bout de difficultés pratiques, tant la recherche astrophysique est tributaire du bon fonctionnement de l'outil informatique. Je remercie également Boris Dintrans pour ses interventions dans ce domaine.

Je souligne la compétence de Marie-Claude Cathala, secrétaire de l'École Doctorale. L'équipe administrative du labo a également géré aussi efficacement que possible les différentes missions et commandes qui me concernaient. Leur investissement dans la vie sociale n'a pu qu'enrichir le laboratoire. Je suis en particulier heureux de connaître AnneMarie Cousin. Ses valeurs, ses analyses et sa richesse humaine, que j'apprécie, sont également empreintes de son élégance.

Même si cela peut – heureusement – sembler aller de soi aujourd'hui, le parcours qui m'a conduit jusqu'en thèse de doctorat n'a été possible que grâce à la République et à l'Éducation Nationale. Que les nombreux acteurs qui les ont mises en place et perpétuées trouvent ici ma reconnaissance.

Mon travail au sein du Laboratoire d'Astrophysique de l'Observatoire Midi-Pyrénées aura été accompli dans le bureau 55, que j'ai partagé au fil du temps avec plusieurs personnes. J'y commençai ma thèse alors qu'Éva Hatziminaoglou la terminait. Son fort caractère cachait sans doute trop sa profonde gentillesse. J'ai suivi les traces de Christophe Mayen pendant une large part de ces années. Je le remercie pour toute l'aide pratique qu'il m'a apportée. Nos discussions et nos fréquentes plaisanteries (dont les termes empêchent la reproduction dans un document aussi sérieux...) auront largement contribué à la bonne ambiance du bureau. Enfin, je suis heureux

d'avoir partagé dans ce bureau, durant les derniers mois, l'humour de Vicky Alonso et la complicité d'Audrey Giremus, qui m'a permis de connaître davantage l'équipe Signal.

Ce travail s'est effectué en compagnie des autres doctorants du labo ; je salue ceux avec qui j'ai partagé d'agréables moments, parmi lesquels Sarah Bridle (pour quelques sorties culturelles) et Oliver Czoske. Je remercie Oliver pour les multiples conseils qu'il m'a prodigués en informatique, et pour avoir assuré la relecture d'articles en anglais. J'ai apprécié ses qualités de générosité, d'humour et de culture, que sa modestie ne met que plus en valeur.

Je salue les enseignants de l'Université Paul-Sabatier qui ont encadré mon parcours de moniteur. J'ai eu plaisir, par le biais des stages organisés par le CIES, de rencontrer et de revoir d'autres moniteurs d'horizons très divers : Xavier Arnaud, Pierre Berthonnaud, Lydiane Brevard, Laure Cabantous, Christelle Delmas, Jérôme Dupont et Hélène Rouzaud. Certains de ces stages se seront avérés très intéressants, comme celui d'Hervé Raynaud sur les aspects émotionnels. Dans le même ordre d'idées, je sais gré à Mireille Rives pour son soutien et ses conseils avisés.

L'ouverture au monde extra-académique dans le cadre des Doctoriales a été enrichissante, tant du point de vue de la formation (en particulier celle de Robert Martinez, consultant en ressources humaines) que de la rencontre et de la semaine passée avec le groupe « Mines » (Florence Laporterie, Guillaume Lemaire, Pascal Ludwiczak, Guillaume Lussier et Christine Martin).

Je suis heureux d'avoir plus particulièrement connu d'autres chercheurs au gré des conférences organisées ici et là : Nabila Aghanim, Christian Bracco, Isabelle Gavignaud, Phil Marshall et Christine Savine.

Je remercie Marc Lachière-Rey et Reynald Pain d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse, et d'avoir ainsi pris le temps d'étudier ce document. Je suis également honoré que Jim Bartlett et Bernard Fort aient pu assister au Jury et livrer des remarques constructives. Enfin, je suis ravi que Sylvie Vauclair ait bien voulu présider le Jury.

Cette thèse s'est déroulée dans la continuité de la complicité et du soutien de mes amis proches. Je suis heureux de l'amitié des « cathares » Grégory Gonzalez, Jérôme Rey, Daniel Rodier et Nicolas Rouanet. Je salue également Arnaud Belloche, Benoît Depret et Nathalie Landraud qui, entre autres, m'auront rassuré et motivé de par leur parcours parallèle en doctorat.

Je remercie enfin tout mon entourage familial pour leur affection et leur appui permanents, en particulier mes parents Guy et Anne-Marie et mon frère Gilles. Je suis très heureux que mes cousins provençaux Louis et Aimée Azémard aient fait le déplacement pour venir assister à la soutenance. Je suis également ravi que ma grand-mère Arlette m'ait fait la surprise d'être présente ce jour-là. Merci à vous pour avoir préparé et mis en place le pot de thèse, qui a semblé être fort apprécié...

Table des matières

Remerciements	5
Introduction	15
I Cosmologie	21
1 Principe Cosmologique	23
1.1 Cosmologie	24
1.2 Principe Cosmologique	25
1.3 L'expansion et le décalage spectral	28
2 Relativité Générale	31
2.1 Relativité Restreinte	32
2.2 Relativité Générale	34
2.2.1 Principe d'Équivalence	34
2.2.2 Formalisme tensoriel	35
2.2.3 Équations d'Einstein	38
3 Modèles cosmologiques	41
3.1 Métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker	42
3.2 Distances cosmologiques	45
3.2.1 Calibrateurs de distances	45
3.2.2 Distances cosmologiques	46
3.3 Équations de Friedmann	48
3.4 Modèles cosmologiques	49
3.4.1 Composantes de la densité d'énergie	49
3.4.2 Évolution du facteur d'échelle	51
3.4.3 Distances cosmologiques	64
3.5 Modèle du Big Bang	67
3.5.1 Premiers instants	70
3.5.2 Nucléosynthèse primordiale	71

3.5.3	Recombinaison électronique. Fond diffus cosmologique	73
3.5.4	Formation des structures	74
3.6	Faiblesses du modèle du Big Bang	77
3.6.1	Problème de l'horizon	77
3.6.2	Problème de la platitude de l'Univers	78
3.6.3	Inflation	79
3.6.4	Matière noire	80
4	Paramètres cosmologiques	85
4.1	Les différents paramètres	86
4.2	Contraintes actuelles sur Ω_{M0} , Ω_{X0} et w	87
4.2.1	Supernovæ de type Ia	87
4.2.2	Anisotropies du FDC	89
4.2.3	Spectre de puissance des grandes structures	90
4.2.4	Fraction de masse baryonique	93
4.2.5	Évolution des amas	94
4.2.6	Âge cosmique de l'Univers	94
4.2.7	Lentilles gravitationnelles	95
	<i>Statistiques d'arcs</i>	96
	<i>Cisaillement cosmique</i>	98
	<i>Méthodes géométriques</i>	101
4.2.8	Contraintes combinées	104
4.3	Énergie Noire	108
4.3.1	Le problème de la constante cosmologique	108
4.3.2	Quintessence	112
4.3.3	Autres modèles	115
	<i>Défauts topologiques</i>	115
	<i>Décroissance par émission</i>	115
	<i>k-essence</i>	116
	<i>Énergie fantôme</i>	116
	<i>Gaz de Chaplygin</i>	116
	<i>Membranes</i>	117
5	Lentilles gravitationnelles	119
5.1	Présentation	120
5.2	Équation des lentilles	121
5.2.1	Hypothèses	121
5.2.2	Équation des lentilles	123
	<i>Notations</i>	123
	<i>Angle de déflexion</i>	124
	<i>Temps d'arrivée</i>	128
5.2.3	Déformations locales	129
	<i>Matrice d'amplification</i>	129

	<i>Amplification</i>	131
	<i>Déplacement</i>	132
	<i>Distortion</i>	132
5.2.4	Lignes critiques et caustiques	134
	<i>Cas du profil isotherme</i>	134
	<i>Configuration d'images multiples</i>	139
5.3	Régions caractéristiques et estimateurs de masse des amas	140
5.3.1	Fortes déformations	142
5.3.2	Biais d'amplification	144
5.3.3	Faibles distortions	146
	<i>Méthodes de reconstruction de masse</i>	146
	<i>Application aux observations</i>	148
5.4	Modèles de masse des amas	150
5.4.1	Théorie et simulations numériques	150
5.4.2	Résultats observationnels	153
5.4.3	Effets de lentille gravitationnelle	155
	<i>Profil SIS</i>	155
	<i>Profil NFW</i>	156
	<i>Profil PIEMD</i>	157
	<i>Profil de King</i>	160
5.5	Modèles de masse pseudo elliptiques	162
5.5.1	Problématique	162
5.5.2	Modèle circulaire	163
5.5.3	Modèle elliptique d'angle de déflexion	164
5.5.4	Application au profil NFW	168
	<i>Systèmes d'images multiples</i>	168
	<i>Densité de masse pseudo elliptique</i>	168
	<i>Limites physiques</i>	170

II Images multiples et contraintes cosmologiques 177

1	Influence de la cosmologie sur la formation des images	179
1.1	Présentation	180
1.2	Rapports de distances	180
1.2.1	Notations	180
1.2.2	Influence des décalages spectraux	181
1.2.3	Influence des paramètres cosmologiques	184
	<i>Cas d'un seul système d'images multiples</i>	184
	<i>Cas de deux systèmes d'images multiples</i>	185
1.2.4	Meilleure configuration possible	186
	<i>Positions de deux systèmes d'images multiples</i>	186
	<i>Position de la lentille</i>	188

	<i>Position d'un troisième système d'images multiples</i>	189
1.3	Sensibilité cosmologique globale du test	191
1.3.1	Cadre d'étude	191
1.3.2	Cas d'un seul système d'images multiples	191
	<i>Amas de galaxies</i>	195
	<i>Galaxie-lentille</i>	197
1.3.3	Cas de deux systèmes d'images multiples	198
2	Contraintes cosmologiques : simulations numériques	203
2.1	Existence de plusieurs systèmes d'images multiples	204
2.2	Méthode et algorithme	205
2.2.1	Profils de masse	205
2.2.2	Algorithme et calcul du χ^2	207
2.3	Simulations numériques	209
2.3.1	Cas d'un halo simple	209
2.3.2	Ajustement par un profil différent	214
2.3.3	Influence du nombre de systèmes d'images	216
2.3.4	Prise en compte des galaxies individuelles	219
2.3.5	Distributions de masse bimodales	223
	<i>Cas de deux halos identiques</i>	223
	<i>Cas de deux halos dissymétriques</i>	226
2.3.6	Combinaison de contraintes	228
3	Application à des amas-lentilles observés	233
3.1	Abell 2218	235
3.1.1	Présentation	235
3.1.2	Procédure d'optimisation du potentiel	238
	<i>Modèle de potentiel</i>	238
	<i>Détermination des paramètres fixes</i>	239
	<i>Optimisation du potentiel et contraintes cosmologiques . .</i>	244
3.2	AC 114	251
3.2.1	Présentation	251
3.2.2	Procédure d'optimisation du potentiel	252
	<i>Modèle de potentiel et paramètres fixes</i>	252
	<i>Optimisation du potentiel et contraintes cosmologiques . .</i>	256
3.3	Combinaison des contraintes	260
III	Observations spectroscopiques d'arcs	263
Abell 1689		265
1.1	Données d'imagerie et sélection des cibles	266
1.2	Observations spectroscopiques et réduction des données	267

<i>TABLE DES MATIÈRES</i>	13
1.3 Résultats spectroscopiques	268
Conclusion	285
Bibliographie	291
Liste des tableaux	315
Table des figures	319
Liste des publications	331
Revue à comité de lecture	332
Comptes-rendus de colloques	332
Communiqué de presse	332
A Article Lidman et al. (2000) A&A 364, L62	333
B Article Golse, Kneib & Soucail (2002) A&A 387, 788	339
C Article Golse & Kneib (2002) A&A 390, 821	357

Introduction

Alors que le caractère extragalactique de certaines nébuleuses venait à peine d'être découvert, EINSTEIN (1915b) énonça sa théorie de la Relativité Générale. Il introduisit en particulier une équation reliant localement la courbure de l'espace à son contenu matériel. EINSTEIN (1917) appliqua cette relation à l'Univers tout entier, en supposant que celui-ci est *homogène et isotrope à grande échelle et à toute époque* (Principe Cosmologique). Pour déduire une solution d'Univers statique, ce que l'on pensait alors, il fut amené à introduire un terme supplémentaire dans son équation : la constante cosmologique.

Parallèlement, WIRTZ (1922) observa que les nébuleuses extragalactiques étaient animées d'une vitesse de récession d'autant plus grande qu'elles étaient lointaines (loi de HUBBLE 1929). LEMAÎTRE (1927) interprète ce résultat en proposant une solution d'Univers non statique dont le facteur d'échelle augmente au cours du temps, traduisant ainsi l'*expansion de l'Univers*. De façon générale et toujours dans le cadre de la Relativité, la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker décrit la courbure de l'Univers, et permet d'accéder au facteur d'échelle en vertu du Principe Cosmologique. L'évolution de cette échelle de longueur de l'Univers dépend de plusieurs **paramètres cosmologiques**. Depuis cette époque, un des champs de recherche de la cosmologie consiste à déterminer ces paramètres par diverses méthodes, afin de connaître précisément la géométrie et la dynamique globales de l'Univers.

Les paramètres cosmologiques dont découlent ces propriétés sont en nombre réduit :

- la constante de Hubble, qui fixe l'unité de distance cosmologique. Les contraintes présentées dans cette thèse ne portent pas sur ce paramètre, et concernent uniquement les suivants ;
- la densité actuelle de matière. Il s'agit du total des diverses composantes qui la constituent, et principalement la *matière noire* dont la nature est encore inconnue ;
- la constante cosmologique, qui s'oppose à la gravitation en se traduisant par une force de répulsion. Une valeur non négligeable conduirait à long terme à un Univers en expansion accélérée ;
- l'*énergie noire*, qui modélise plus généralement une telle pression négative.

Aujourd'hui, notre connaissance des paramètres cosmologiques se fonde principalement sur deux résultats observationnels :

- le *Fond Diffus Cosmologique* (FDC) est le rayonnement qui s'est propagé librement jusqu'à nous depuis que l'Univers est devenu transparent au début de son histoire dans la théorie du *Big Bang*. L'étude du spectre des fluctuations angulaires du FDC permet de conclure que l'Univers est spatialement plat. Ce résultat est par ailleurs en accord avec le scénario théorique de l'*Inflation* ;
- la géométrie de l'Univers peut en outre être directement appréhendée par l'étude d'objets astronomiques dont le comportement physique ne dépend pas de leur éloignement (« chandelles standards »). C'est le cas des Supernovæ de type Ia (SNIa), qui constituent ainsi de bons indicateurs de distance. Les observations actuelles de SNIa tendent à prouver que l'Univers est en expansion accélérée

par une constante cosmologique. On peut également rendre compte de ce comportement en invoquant une autre forme d'énergie noire (quintessence, etc.).

La combinaison de ces deux résultats constitue le paradigme actuel sur la valeur des paramètres cosmologiques. La densité totale de l'Univers – plat – serait formée d'une énergie noire à plus des deux-tiers. Le reste représenterait la matière; une telle densité correspond par ailleurs à celle obtenue grâce aux observations de la distribution spatiale des grandes structures.

Ces deux contraintes souffrent toutefois encore de diverses incertitudes. Il est donc important de disposer de méthodes d'évaluation indépendantes afin de valider ces résultats. Il est même possible de les compléter par un test exhibant une dégénérescence entre les paramètres cosmologiques différente de celles dont sont tributaires les deux méthodes citées.

Le travail de thèse que je présente se propose ainsi d'étudier et d'exploiter un test cosmologique original et indépendant des méthodes précédentes.

La connaissance des **amas de galaxies** est fondamentale pour la méthode sur laquelle je me fonde. Les amas sont les objets gravitationnellement liés les plus massifs de l'Univers; ils sont principalement constitués d'un halo de matière noire. Ce sont eux qui se sont formés le plus récemment dans le cadre des modèles hiérarchiques de formation des structures. Leur intérêt cosmologique est double :

- la densité numérique d'amas de galaxies suivant leur masse peut être prévue par des modèles théoriques. La connaissance locale de cette fonction de masse des amas ainsi que son évolution peut apporter de fortes contraintes sur la densité de matière ;
- du point de vue individuel, les simulations numériques de formation des structures conduisent à une distribution de masse universelle pour les objets gravitationnellement liés (des galaxies aux amas massifs) (NAVARRO, FRENK & WHITE (1995), NFW). La prévision de ce profil de masse – qui possède en particulier une singularité centrale – est très robuste dans le cadre des cosmologies dominées par la matière noire *froide* (i.e. non relativiste). La connaissance de la structure interne des amas est par conséquent essentielle.

Si du point de vue cosmologique, la notion de masse est ainsi fondamentale dans le cas des amas de galaxies, ce n'est toutefois pas une observable directe. Des mesures liées à la masse doivent donc être entreprises. Les différentes observations conduisent souvent à des résultats incohérents, dont la compréhension reste un pas essentiel dans la recherche cosmologique.

- La vitesse radiale des galaxies composant l'amas peut être obtenue via leur décalage spectral. Si l'amas est en équilibre gravitationnel, les mesures de dispersion des vitesses des galaxies permettent d'estimer sa masse totale. Il faut pour cela utiliser le théorème du Viriel sous certaines hypothèses de symétrie.
- Les observations de l'émission en bande X du gaz chaud intra-amas permettent de sonder la composante de matière limitée au puits de potentiel gravitation-

nel. Cependant, l'estimation de la masse de l'amas de galaxies suite aux diverses grandeurs observées en X n'est possible que si le gaz est en équilibre hydrostatique.

- Il est également possible d'observer le gaz intra-amas dans le domaine radio à partir de l'empreinte qu'il produit, par effet Compton inverse, sur le spectre du rayonnement de faible énergie que constitue le FDC. Cet effet Sunyaev-Zeldovich dépend linéairement de la densité de gaz intégrée sur la ligne de visée ; il n'est pas en outre affecté par une baisse d'intensité liée à l'expansion de l'Univers.
- Enfin, l'effet de **lentille gravitationnelle**, auquel je vais m'intéresser plus particulièrement, permet de mesurer directement la masse totale intégrée le long de la ligne de visée.

Dès la mise en place de sa théorie de la Relativité Générale, la déviation des rayons lumineux par le soleil en a été un des tests suggérés par EINSTEIN (1916). Ce phénomène de lentille gravitationnelle, observé durant l'éclipse solaire de 1919, permit de valider cette nouvelle physique. ZWICKY (1937a,b) fut le premier à percevoir les implications possibles des lentilles gravitationnelles. Utilisé à l'échelle des amas de galaxies, cet outil pourrait permettre – sans utiliser la distribution du flux lumineux ou des hypothèses sur l'état dynamique de l'amas – de vérifier la différence entre la masse lumineuse et la masse virielle de l'amas de Coma, que ZWICKY (1933) avait interprétée par la présence de matière noire. Il avait perçu toute la richesse de ce phénomène dans l'estimation directe des masses des amas et la possibilité de détecter et d'étudier des galaxies distantes grâce à l'effet d'amplification.

Ce thème resta en suspens jusqu'à ce que WALSH et al. (1979) détectèrent deux images multiples de quasars, issus d'une même source, formées par une galaxie d'avant-plan. Quelques années plus tard, des structures en forme d'arcs ont été identifiées dans des amas de galaxies par deux groupes indépendants (SOUCAIL et al. 1987; LYND & PETROSIAN 1986). Il s'agissait d'images gravitationnelles déformées de galaxies distantes situées au-delà de l'amas. La présence de ces arcs a confirmé que la masse totale des amas de galaxies est bien plus grande que celle des galaxies individuelles, ce qui a validé l'existence de la matière noire ainsi que sa distribution régulière, non attachée aux galaxies.

Les sources étendues d'arrière-plan subissent de la part de l'amas de galaxies déflecteur une modification qui peut se décrire par trois effets : une amplification, un déplacement et une distortion, avec plus ou moins d'importance suivant les conditions. On peut ainsi observer plusieurs régions caractéristiques dans un amas, chacune permettant d'estimer sa masse :

- à grande distance du centre des amas, les galaxies d'arrière-plan forment des images déformées de façon plus faible que les arcs. Les densités surfaciques de masse peuvent ainsi être reconstruites à partir de mesures statistiques de ces distortions jusqu'à des distances de l'ordre du Mpc ;

- l’amplification gravitationnelle produit deux effets simultanés et antagonistes : elle accroît le flux reçu des galaxies soumises à l’effet de lentille et permet ainsi la détection d’un plus grand nombre d’objets, mais amplifie également de la même quantité l’angle solide considéré, et diminue donc la densité numérique de galaxies. Ce *biais d’amplification* se traduit dans les zones intermédiaires de l’amas par une déplétion, dont l’analyse radiale permet de reconstruire la masse ;
- enfin, dans la région la plus centrale d’un amas (quelques dizaines de kpc), la présence d’un grand arc permet d’estimer la masse contenue dans le cylindre qu’il détermine. Dans le cas d’un système d’images multiples, la configuration de ces images renseigne sur la structure de la distribution de masse.

Le **test cosmologique** que j’examine dans cette thèse se fonde sur l’observation dans un amas de galaxies de *plusieurs* systèmes d’images multiples. Cette possibilité a été mise en perspective en conclusion du doctorat de mon co-directeur de thèse, il y a près de 10 ans : « *On peut imaginer un cas idéal constitué d’un amas de galaxies où plusieurs arcs géants seraient visibles et suffisamment brillants pour que l’on puisse mesurer leur redshifts respectifs. On aurait alors la chance inouïe de parvenir à contraindre les paramètres cosmologiques. On peut toujours rêver ; c’est après tout ce qui a certainement motivé Zwicky !* » (KNEIB 1993).

Les progrès observationnels réalisés depuis 10 ans sont tels que ce rêve semble maintenant réalisable. L’imagerie profonde obtenue avec le *HST* révèle, dans certains amas, un grand nombre de structures gravitationnelles multiples aux configurations variées. Les télescopes de la classe des 8/10 m (*VLT*, Keck) permettent d’atteindre des magnitudes très élevées en spectroscopie. La mesure du décalage spectral des arcs, qui a toujours été un défi observationnel, est aujourd’hui possible jusqu’à des valeurs de 5-6. Cette convergence observationnelle justifie le fait qu’on s’intéresse en détail aux possibilités d’utiliser les lentilles comme test cosmologique, sujet de travail et d’exploration qui m’a été confié en début de thèse.

La présence de plusieurs systèmes d’images permet en effet d’accéder aux paramètres cosmologiques dont dépend au second ordre le phénomène de lentille gravitationnelle. Il s’agit d’une méthode purement géométrique puisque ces paramètres n’interviennent que dans les différents termes de distances diamètre-angulaire entre l’observateur, la lentille et les sources. L’exploitation cosmologique de tels bancs d’optique a été suggérée par BLANDFORD & NARAYAN (1992), et étudiée dans un cas simple par LINK & PIERCE (1998). J’analyse complètement dans cette thèse la possibilité réelle de contrainte des paramètres cosmologiques par ce test.

Dans une première partie, j’expose les concepts cosmologiques qui ont servi de cadre à ce travail. En supposant le Principe Cosmologique, j’applique l’équation d’Einstein en utilisant classiquement la métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker. J’expose également la théorie du *Big Bang*, qui retrace l’histoire thermique de

l'Univers telle qu'on la conçoit aujourd'hui. Je m'attache ensuite plus particulièrement aux paramètres cosmologiques que le test proposé pourra estimer. Je fais une revue des méthodes actuelles de contrainte, ainsi que des combinaisons de tests, qui conduisent au paradigme actuel sur leurs valeurs. Le phénomène de lentille gravitationnelle est alors présenté de façon générale. Je précise les expressions des quantités utiles pour les modèles de masse d'amas de galaxies très utilisés. Attendu que la modélisation du potentiel de l'amas doit être extrêmement fine pour pouvoir accéder aux paramètres de second ordre décrivant la géométrie, j'ai mis en place des modèles de masse pseudo elliptiques. Le formalisme que je développe exprime analytiquement les grandeurs utilisées en optique gravitationnelle pour de larges gammes d'ellipticités. Je l'applique en particulier au profil universel NFW ; j'en donne ainsi un modèle paramétrique asymétrique original.

La deuxième partie constitue le cœur du travail que j'ai accompli durant cette thèse de doctorat. J'étudie tout d'abord, par des calculs semi analytiques, l'influence de la cosmologie sur les positions précises des différentes images multiples. Ceci permet d'exhiber la dégénérescence originale entre les paramètres cosmologiques que le test cosmologique dégage. Je précise la configuration du banc d'optique qui conduirait aux meilleures contraintes. Enfin, une application numérique dans un cas typique permet de souligner les contraintes observationnelles nécessaires et valide la pertinence de la méthode.

Cette partie se poursuit par un chapitre de simulations numériques. Je montre tout d'abord que l'existence de plusieurs systèmes d'images multiples dans un amas n'est pas un phénomène marginal, comme le confirment les observations effectuées par le télescope spatial. Les simulations numériques de diverses configurations d'images multiples données par un amas (dans lesquelles ne sont considérées que les observables accessibles réellement), montrent le type de contrainte qu'il est possible d'obtenir. J'analyse en détail l'importance de la distribution de masse, aspect critique dans le test cosmologique utilisé ici.

J'applique ensuite cette méthode aux deux meilleurs amas qu'il est aujourd'hui possible d'exploiter en ce sens : Abell 2218 et AC 114. Les principaux résultats de ma thèse sont ainsi présentés : une contrainte des paramètres cosmologiques à travers ces deux amas de galaxies, et par là-même une description très précise de leur profil de masse.

Une des données nécessaires au test cosmologique présenté dans ce travail est la connaissance spectroscopique des décalages des images. C'est pourquoi je suis allé observer, avec le deuxième télescope du *VLT*, l'amas Abell 1689, qui présente de façon évidente des systèmes d'images multiples. La présentation de ces observations spectroscopiques constitue la dernière partie de cette thèse.

Première partie

Cosmologie

– Mais, me dit-il, si comme vous assurez, les étoiles fixes sont autant de soleils, on pourrait conclure de là que le monde serait infini, puisqu'il est vraisemblable que les peuples de ces mondes qui sont autour d'une étoile fixe que vous prenez pour un soleil découvrent encore au-dessus d'eux d'autres étoiles fixes que nous ne saurions apercevoir d'ici, et qu'il en va éternellement de cette sorte.

– N'en doutez point, lui répliquai-je ; comme Dieu a pu faire l'âme immortelle, il a pu faire le monde infini, s'il est vrai que l'éternité n'est rien autre chose qu'une durée sans bornes, et l'infini une étendue sans limites. Et puis Dieu serait fini lui-même, supposé que le monde ne fût pas infini, puisqu'il ne pourrait pas être où il n'y aurait rien, et qu'il ne pourrait accroître la grandeur du monde, qu'il n'y ajoutât quelque chose à sa propre étendue, commençant d'être où il n'était auparavant. Il faut donc croire que comme nous voyons d'ici Saturne et Jupiter, si nous étions dans l'un ou dans l'autre, nous découvririons beaucoup de mondes que nous n'apercevons pas d'ici, et que l'univers est éternellement construit de cette sorte

– Ma foi ! me répliqua-t-il, vous avez beau dire, je ne saurais du tout comprendre cet infini.

Savinien de Cyrano de Bergerac, *Les États et Empires de la Lune*

Chapitre 1

Principe Cosmologique

1.1 Cosmologie

La cosmologie se consacre à l'étude globale de la formation, de l'évolution et de la structure de l'Univers.

Le besoin de construire une représentation du monde est bien plus ancien que l'activité scientifique moderne. Aussi les cosmologies du passé étaient-elles davantage le lieu de spéculations philosophiques et religieuses. C'est ainsi que, jusqu'au début du XX^e siècle, seule la métaphysique apportait des réponses aux interrogations sur l'origine et le destin de l'Univers. Le développement de l'électromagnétisme à la fin du XIX^e siècle a permis l'essor de la cosmologie scientifique, tant sur le plan théorique (relativité restreinte puis générale) qu'observationnel (spectromètres et télescopes de grand diamètre). La cosmologie est donc une science neuve.

Le concept d'Univers implique l'existence de relations globales et, justement, universelles. La cosmologie s'intéresse moins aux différents astres particuliers qui parsèment le cosmos qu'à la structure générale qui les abrite et les voit évoluer, et aux lois universelles qui les gouvernent. Deux branches composent ainsi la cosmologie. La première, plutôt théorique et mathématique, étudie la structure géométrique globale de l'espace-temps indépendamment de son contenu. Un *modèle cosmologique* est une description de cette structure et de son évolution. La seconde se penche sur les phénomènes physiques se déroulant dans l'Univers (nature et évolution de la matière, apparition progressive et organisation des objets célestes). Cette branche fait appel à tous les champs de la physique.

Mais la démarche et les méthodes de la cosmologie se distinguent de celles de la physique. Son objet d'étude est en effet l'Univers tout entier, qui est unique et que nous observons de l'intérieur. Expérimentalement, on ne peut reproduire des manipulations dans des conditions définies, ni créer et voir évoluer un Univers correspondant à un certain modèle cosmologique. La description statistique d'un grand nombre de systèmes est elle aussi caduque lorsqu'on ne dispose que d'une seule réalisation. La position particulière de l'expérimentateur ne fait pas moins de la cosmologie une science. Les observations sont interprétées avec succès par des modèles théoriques capables de faire des prévisions de nouveaux phénomènes.

Une autre position particulière de la cosmologie vient de la valeur finie de la vitesse de la lumière. Or les confins de l'Univers se situent à quelques milliards d'années-lumière, ce qui correspond à des temps de parcours du même ordre de grandeur que l'âge de l'Univers. L'avantage est de faire du cosmologue un historien privilégié, au prix de prouesses technologiques dans l'observation d'astres faibles. L'inconvénient est qu'il est difficile de démêler l'effet d'évolution d'un objet de la structure globale de l'Univers.

1.2 Principe Cosmologique

Afin d'étudier le système complexe qu'est l'Univers, des hypothèses simplificatrices s'imposent. Les modèles sur lesquels nous allons nous fonder vérifient le Principe Cosmologique.

Principe Cosmologique.

L'Univers est spatialement homogène et isotrope à grande échelle et à toute époque.

Ces hypothèses d'homogénéité et d'isotropie ne concernent donc que la partie spatiale de l'espace-temps. Elles portent à la fois sur les lois physiques et le contenu de l'Univers. L'homogénéité signifie qu'à un instant donné les propriétés générales de l'Univers sont les mêmes quel que soit le point de l'espace considéré. L'isotropie souligne que ces propriétés ne dépendent pas de la direction dans laquelle on les observe, et donc qu'il n'existe pas de direction privilégiée.

Toutefois, ces hypothèses ne semblent pas naturelles lorsqu'on observe notre environnement immédiat. Le monde de l'Antiquité est ainsi centré sur la Terre, entourée de sphères concentriques portant les différents astres du Système Solaire jusqu'à la sphère des fixes qui soutient les étoiles. Copernic fait un grand pas en privant la Terre de sa position particulière, mais il fait jouer au Soleil le rôle du centre de l'Univers. Ce sera toutefois la porte ouverte à l'abandon de tout centre qui caractérise la physique de Newton. Il imagine en effet un milieu uniforme constitué d'étoiles, et énonce l'existence explicite de l'espace physique pourvu de propriétés identiques en tout point et selon toutes les directions. Ces hypothèses d'homogénéité et d'isotropie de l'espace furent par la suite à la base du modèle cosmologique d'Einstein.

Les observations astronomiques de l'époque étaient pourtant loin de les confirmer. Le *grand débat* consistait alors à savoir si les nébuleuses spirales se situaient au sein du regroupement d'étoiles formé par notre Galaxie, la Voie Lactée, ou bien s'il s'agissait d'*univers-îles* identiques à celle-ci. C'est Hubble, grâce à des observations obtenues au télescope de 2,50 m du Mont Wilson, qui montra dans les années 1920 que la plus brillante de ces nébuleuses, celle d'Andromède, était en fait constituée d'étoiles et située très en dehors de notre Galaxie. L'horizon du cosmologiste, jusqu'alors réduit au regroupement d'étoiles de la Voie Lactée, s'élargit considérablement et se peupla d'innombrables autres galaxies. A l'échelle de l'Univers, chacune de ces galaxies peut être considérée comme ponctuelle. Ce sont les objets de base du cosmos, qu'on décrit sous la forme d'un *gaz de galaxies*, séparées les unes des autres d'un mégaparsec¹ en moyenne. Ce *fluide cosmique* est caractérisé par des grandeurs macroscopiques comme la pression et la densité. Le Principe Cosmologique s'applique en particulier à ces variables; et tout modèle d'Univers devra inclure une équation d'état les reliant.

Toutefois, la distribution des galaxies n'est pas régulière. La Voie Lactée fait ainsi partie du Groupe Local qui rassemble également la Grande Nébuleuse d'Andromède,

1. 1 Mpc = $3,09 \times 10^{22}$ m.

le Petit et le Grand Nuage de Magellan et une douzaine d'autres galaxies sur une échelle d'environ 1 Mpc. Au-delà, l'amas de la Vierge (ou Virgo), situé à 15 Mpc, est beaucoup plus riche et contient environ 2500 galaxies. On observe ainsi en général des regroupements de galaxies en groupes ou amas. Sur une échelle de plusieurs dizaines de mégaparsecs, la matière dessine une structure encore plus grande, le Superamas local (ou Superamas de la Vierge). Il renferme 11 amas ainsi que des groupes et des galaxies isolées, avec une forme aplatie épaisse d'environ 1 Mpc. Aux grandes échelles, les superamas sont la règle. Ils sont tous plus ou moins allongés et aplatis sur une distance d'environ 20 Mpc, et reliés les uns aux autres par de gigantesques ponts de matière. Mais si les superamas apparaissent comme des condensations de matière à très grande échelle, il existe inversement d'immenses zones dépourvues de matière. Des vides comme celui détecté dans la constellation du Bouvier semblent communs. La taille maximale des structures reconnues (filaments et vides) est ainsi de quelques dizaines de Mpc. C'est donc à cet ordre de grandeur qu'apparaît l'homogénéité de l'Univers; il y a donc bien lieu de préciser à *grande échelle* dans l'énoncé du Principe Cosmologique. A moins que notre incapacité à cartographier des échelles plus grandes ne nous cache une structuration supérieure.

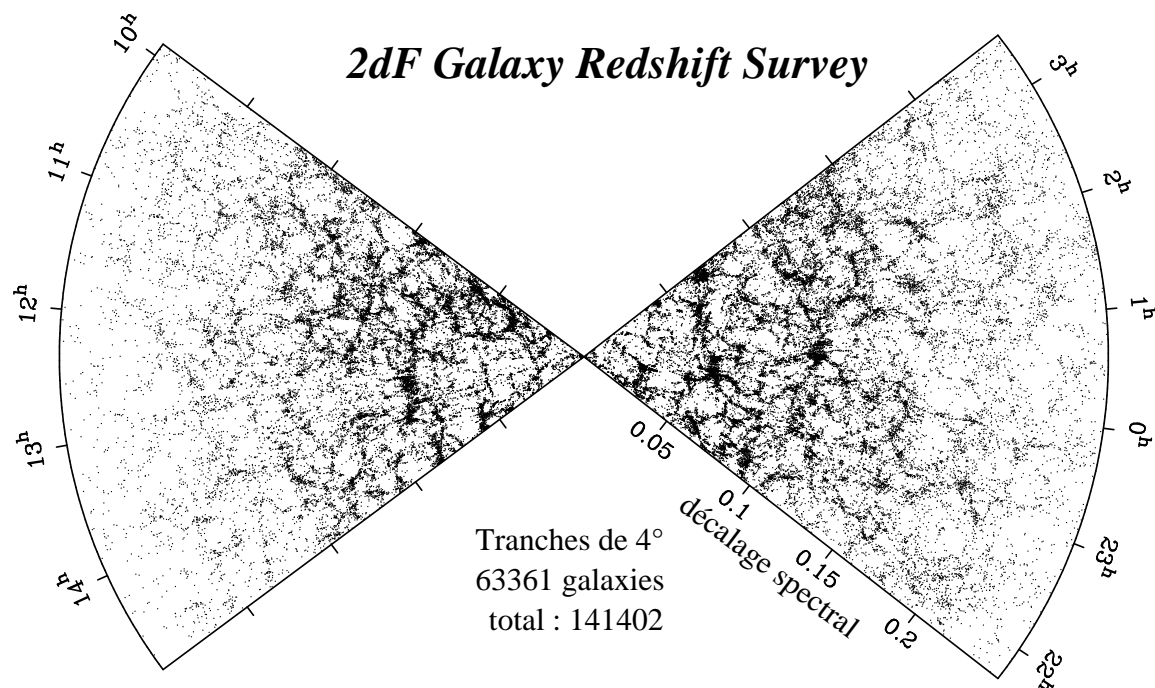


FIG. 1.1 – Distribution des galaxies observée par le relevé 2dFGRS (d'après PEACOCK et al. (2001)). Les points sont portés en fonction de l'ascension droite α et du décalage spectral z (voir § 1.3) pour une tranche de 4° en déclinaison δ . Les deux régions observées sont les pôles galactiques Nord (à gauche) et Sud (à droite). L'image fait apparaître une richesse de structures, comme des superamas de galaxies et des vides, sur une échelle caractéristique de $\Delta z \simeq 0,01$, soit $D \simeq c/H_0 \Delta z \simeq 30 h^{-1}$ Mpc. À plus grande échelle, l'Univers apparaît bien homogène.

Le Principe Cosmologique est ainsi confirmé par plusieurs observations :

- l’isotropie est principalement déduite de celle du rayonnement cosmique fossile découvert par PENZIAS & WILSON (1965). Il a été mesuré sur tout le ciel par le satellite *COBE* (« *Cosmic Background Explorer* », MATHER et al. 1990), et récemment de façon plus précise par les ballons *MAXIMA* (HANANY et al. 2000) et *Boomerang* (MAUSKOPF et al. 2000). Il s’agit d’un rayonnement millimétrique de corps noir de température $T \simeq 2,725$ K qui résulte du découplage matière/rayonnement dans l’Univers primordial lors de la recombinaison électronique (cf. § 3.5.3) ;
- les catalogues de galaxies à grande échelle font apparaître un réseau de filaments et de vides sur une échelle de quelques dizaines de Mpc (COLLESS et al. 2001, pour le relevé *2dFGRS*, voir Fig. 1.1) ;
- les relevés de vitesses propres radiales de galaxies permettent de mesurer directement la distribution de masse (SCHMOLDT et al. 1999). Toutefois les échelles sur lesquelles ces observations sont faites sont trop faibles pour rendre complètement compte d’une transition vers l’homogénéité à grande distance. Mais dans le même ordre d’idée, l’utilisation de l’effet SUNYAEV & ZELDOVICH (1972), permettant de mesurer les vitesses propres des amas de galaxies jusqu’à des distances élevées, semble prometteuse ;
- des relevés à grand champ confirment la quasi-homogénéité du rayonnement de fond X (COMASTRI et al. 2001, relevé HELLAS), bien que l’interprétation des résultats dépende de la nature des sources X et de leur évolution ;
- la forêt Lyman- α , due aux transitions électroniques de l’hydrogène neutre, reflète sa distribution et est donc un traceur plus direct de la distribution de masse que ne le sont les galaxies. On peut imaginer que l’Univers soit non pas homogène mais fractal, c’est-à-dire avec une structure telle que chaque partie soit une version réduite de l’ensemble. NUSSE & LAHAV (2000) ont calculé que le flux de la forêt Ly α dans un tel Univers montrait trop de vides pour être compatible avec les observations et les modèles *CDM* (« *Cold Dark Matter* », cf. § 3.6.4) de formation des structures ;
- la mesure des distances des radiosources est assez délicate, la fonction de luminosité radio étant relativement large et les déterminations des décalages spectraux optiques difficiles pour les objets lointains. Les comptages jusqu’à des flux relativement faibles indiquent toutefois une distribution homogène (PRANDONI et al. 2001, pour le relevé ATESP). Et malgré une tendance à se regrouper en amas (MAGLIOCCHETTI et al. 1998, relevé FIRST), la distribution des radiosources semble isotrope.

Notons que l’isotropie n’est constatée qu’autour de la Galaxie. Si elle est également valable en tout point, on peut alors assurer l’homogénéité. Mais si on vérifiait seulement l’isotropie locale, et non l’homogénéité, l’Univers pourrait être fortement inhomogène et posséder néanmoins la symétrie sphérique. On peut alors utiliser le *principe de Copernic* selon lequel nous ne sommes pas des observateurs privilégiés

dans l'Univers. La vérification de son isotropie suffit alors à en assurer l'homogénéité.

Enfin, dans les années 1940, certains physiciens ont été tentés d'introduire un *Principe Cosmologique Parfait*. Ils supposaient que l'Univers est le même en tout point, dans toutes les directions à grande échelle *et à tout instant*. Le modèle stationnaire qui en découle a été abandonné car il entraînait en conflit avec les observations, notamment la découverte du rayonnement cosmique fossile.

1.3 L'expansion et le décalage spectral

Ces hypothèses d'homogénéité et d'isotropie de l'Univers induisent déjà certaines propriétés générales des modèles cosmologiques.

D'une part, l'hypothèse d'homogénéité implique l'existence d'un *temps cosmique* unique commun à tous les observateurs dans l'Univers. Ceux-ci peuvent en effet voir la même séquence d'événements de nature cosmologique (par exemple la variation de la température du rayonnement cosmique fossile) se dérouler en fonction du temps. Un modèle cosmologique sera donc affecté d'un temps cosmique unique t .

D'autre part, on déduit du principe cosmologique que le seul mouvement relatif autorisé des galaxies du fluide cosmique ne peut être qu'un état statique, une expansion ou une contraction globale de l'Univers (MAZURE et al. 1997). Les objets astronomiques tels que les galaxies et les quasars sont à peu près immobiles par rapport au cadre que constitue l'Univers, mais ce cadre peut ne pas être rigide et statique. C'est donc l'espace lui-même qui se modifie par la variation du *facteur d'échelle* $R(t)$ en fonction du temps cosmique. Mais puisque le cadre géométrique de l'Univers n'est pas matériel, on ne peut enregistrer directement son évolution. C'est le mouvement des galaxies qui va la rendre apparente.

Ainsi l'observation du spectre des galaxies spirales par SLIPHER (1914) permet de déterminer leur vitesse par rapport à la Voie Lactée. En effet la longueur d'onde observée λ_0 , correspondant à une transition électronique précise, se révélait différente de la longueur d'onde λ_1 mesurée au laboratoire. Interprété comme un effet Doppler dû à la vitesse des galaxies par rapport à la nôtre, ce phénomène permet de relier le décalage $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$ à cette vitesse. De plus, les mesures de $\Delta\lambda$ donnaient des résultats presque tous positifs, correspondant donc à un rougissement du spectre. Les nébuleuses spirales s'éloignent donc de notre Galaxie, et cette vitesse de fuite (ou de récession) v peut donc s'exprimer sous la forme :

$$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \equiv z \quad (1.1)$$

où on a défini le décalage spectral vers le rouge (*redshift* en anglais, cet effet ayant été observé pour la première fois dans le visible) z . Notons qu'on a utilisé ici une approximation de l'effet Doppler pour $v \ll c^2$; cette interprétation n'est en outre

2. Dans le cas général $\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} = 1 + \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$.

pas valable pour des décalages spectraux importants dans le cadre des modèles cosmologiques actuels. Il y a ainsi une expansion de l'Univers. La récession des galaxies est constatée par rapport à notre position, mais d'après le Principe Cosmologique ce phénomène est valable en tout point. Toute galaxie peut donc être considérée comme le centre de l'expansion.

Par la suite, Hubble mesure non seulement la vitesse v mais également la distance D de ces nébuleuses, grâce au télescope du Mont Wilson, capable de résoudre les étoiles des galaxies proches. Il établit ainsi la loi qui porte son nom (HUBBLE 1929).

Loi de Hubble.

$$v = H_0 D \quad (1.2)$$

Et puisque $v = cz$ (Eq. (1.1)), la loi de Hubble relie le décalage spectral vers le rouge z d'une galaxie à sa distance par l'intermédiaire de la *constante de Hubble* H_0 . Ce facteur de proportionnalité entre la vitesse d'éloignement et la distance d'une galaxie varie en fonction du temps cosmique. H_0 est donc la valeur du *paramètre de Hubble* $H(t)$ évalué au temps présent t_0 : $H_0 = H(t_0)$. La valeur de la constante de Hubble est un paramètre cosmologique fondamental qui exprime le taux d'expansion de l'Univers. Considérons maintenant que la distance D de la galaxie observée est non négligeable devant les dimensions de l'Univers. La durée que met la lumière qu'elle émet pour nous parvenir est de l'ordre de D/c , ce qui n'est donc pas faible devant le temps caractéristique d'évolution de l'Univers. Nous observons ainsi un objet tel qu'il était à l'époque, dans un Univers significativement plus jeune qu'aujourd'hui. La vitesse d'expansion était alors différente et la loi de Hubble telle que nous l'avons écrite n'est pas valable, ni même l'interprétation en termes d'effet Doppler dû à l'éloignement de la source. On peut bien sûr tout de même préciser la vitesse de fuite v d'une galaxie en mesurant son décalage spectral z . Mais cela exige de connaître la loi d'évolution du paramètre de Hubble en fonction du temps cosmique – et donc les paramètres dynamiques de l'Univers – après avoir adopté un modèle cosmologique. Un objet cosmologique est en pratique repéré par son décalage spectral z . C'est en effet une observable directe dont l'usage ne présuppose aucun modèle. z est d'ailleurs caractéristique du cadre spatio-temporel de la cosmologie. Plus le décalage spectral est important, plus grande est la distance qui nous sépare du point d'espace-temps où le rayonnement a été émis. La distance entre notre Galaxie et celle que l'on observe était donc d'autant plus faible à cette époque d'après l'expansion de l'Univers.

La calibration de la loi de Hubble nécessite tout d'abord la mesure pour un grand nombre d'objets de leur vitesse de récession, et donc de leur décalage spectral. Le spectre d'une galaxie fournit de manière simple et très précise la valeur de z . D'autre part, il faut mesurer la distance qui nous sépare de ces galaxies, ce qui est beaucoup plus difficile et conduit à de fortes imprécisions. Nous aborderons plus loin (§ 3.2.1) ce problème de mesures de distances extragalactiques. La détermination de H_0 se

heurte à un autre écueil, principalement si on utilise des objets proches. En effet, la vitesse d'une galaxie ne se limite pas à sa vitesse d'expansion qui apparaît dans la loi de Hubble. Les galaxies peuvent en effet agir localement entre elles par interaction gravitationnelle, ce qui conduit à des mouvements propres locaux qui se superposent au phénomène d'expansion. Ainsi, la Voie Lactée et les galaxies environnantes sont attirées par l'amas de la Vierge.

Depuis l'énoncé de la loi de Hubble, les mesures de H_0 ont souvent donné lieu à de vives polémiques. Il s'agit en effet d'un paramètre cosmologique fondamental qui gouverne les échelles de distance et de temps, mais dont la mesure est très imprécise. H_0 est homogène à l'inverse d'un temps. Si on extrapole la loi de Hubble, en remontant le temps cosmique l'Univers se contracte et on peut aboutir à une valeur nulle des distances intergalactiques. On obtient ainsi un ordre de grandeur de l'« âge » de l'Univers T (c'est-à-dire le temps écoulé depuis la singularité initiale de densité, appelée Big Bang) en supposant que le paramètre de Hubble ne varie pas et que la loi reste valable jusqu'aux tout premiers instants :

$$T \sim \frac{1}{H_0} \quad (1.3)$$

On exprime toutefois H_0 en $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. La mesure faite par Hubble donnait $H_0 \simeq 500 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$. Une galaxie proche de nous ($D \sim 1 \text{ Mpc}$) est donc ainsi animée d'une vitesse de plusieurs centaines de km s^{-1} . La valeur déterminée aujourd'hui est un ordre de grandeur plus faible, grâce à une meilleure connaissance de notre Univers proche. Toutefois, à cause des difficultés de mesure, la constante de Hubble reste encore mal connue. De nombreux résultats cosmologiques nécessitant la connaissance de H_0 s'expriment ainsi souvent en fonction du paramètre sans dimension h défini par :

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}} \quad (1.4)$$

Le travail présenté ici ne porte pas sur la contrainte de la constante de Hubble. Sans entrer dans une revue des différentes méthodes de détermination de H_0 (voir FREEDMAN 2000), signalons donc simplement que les mesures les plus récentes conduisent à :

$$0.6 < h < 0.8 \quad (1.5)$$

En fait, même si Hubble a découvert observationnellement la loi de l'expansion de l'Univers, LEMAÎTRE (1927) avait auparavant proposé une interprétation de la vitesse de récession des nébuleuses spirales. Dans son article, qui passa inaperçu et sera redécouvert plus tard, il explique le décalage spectral comme un effet de vitesse relative des galaxies dans un Univers dont la taille augmenterait au cours du temps, et montre déjà qu'il est proportionnel à leur distance. Le modèle d'Univers qu'il a utilisé se fonde sur la Relativité Générale.

Chapitre 2

Relativité Générale

2.1 Relativité Restreinte

Les lois de la mécanique de Newton (principe d'inertie, loi fondamentale de la dynamique et principe de l'action et de la réaction) sont valables dans les *référentiels galiléens*. Ce sont des référentiels en translation rectiligne et uniforme les uns par rapport aux autres, dans lesquels il n'apparaît que des forces dues à des interactions entre corps. En particulier les forces d'inertie (force d'entraînement et force de Coriolis) ne sont pas introduites dans ces référentiels. Cette définition permet d'énoncer le principe de *relativité galiléenne*.

Principe de Relativité galiléenne.
Les lois de la mécanique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Par conséquent, le déroulement de phénomènes mécaniques analogues, liés de la même façon à divers systèmes de référence, ne dépend pas du mouvement rectiligne et uniforme du référentiel choisi. Un même phénomène est ainsi décrit par des lois de même forme dans divers référentiels galiléens. Ces lois sont alors dites *covariantes*.

Toutefois, contrairement aux lois de la mécanique newtonienne, les équations de Maxwell qui régissent l'électromagnétisme ne sont pas toutes invariantes par changement de référentiel galiléen. Le mode de propagation des ondes électromagnétiques, et donc de la lumière, dans le vide posait ainsi problème. Un milieu hypothétique – l'« éther » – avait été imaginé comme support de la propagation de la lumière à une vitesse aussi importante. C'était là, avec également l'impossibilité d'expliquer le rayonnement émis par un corps noir, un des deux grands problèmes de la physique du début du XX^e siècle. Ce sont d'ailleurs ces questions qui vont conduire à deux nouvelles théories physiques : la Relativité Générale et la Physique Quantique.

Afin d'étudier les propriétés de l'éther, milieu privilégié censé être le support de la propagation de la lumière, MICHELSON (1882) a voulu mesurer la vitesse d'entraînement de la Terre par rapport à ce référentiel particulier. Son expérience précise, fondée sur des phénomènes d'interférence optique, n'a pu mettre en évidence aucune différence de vitesse du faisceau lumineux suivant sa direction de propagation.

EINSTEIN (1905) a interprété ce résultat en s'appuyant sur une généralisation à l'électromagnétisme du Principe de Relativité galiléenne.

Principe de Relativité d'Einstein.
Toutes les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen.

Malgré un énoncé simple, ce Principe a remis en question les concepts newtoniens d'espace et de temps. Il suffit en effet de l'appliquer à l'électromagnétisme, qui ne vérifie pas les lois galiléennes de composition des vitesses. On en déduit que *la vitesse de la lumière c est un invariant dans tous les référentiels galiléens* ; il s'agit en effet de la vitesse de propagation du champ électromagnétique dans le vide. Tout objet

est donc observé avec un certain temps de regard en arrière. Plus on regarde loin dans l'espace, plus on remonte le temps. Ce n'est en fait ni un intervalle spatial ni un intervalle temporel qui nous sépare de l'endroit et du moment où un objet a émis de la lumière, mais une grandeur mixte.

L'abandon de la notion d'universalité du temps se traduit ainsi dans le formalisme de la cinématique relativiste par l'introduction d'un quadrivecteur. Celui-ci représente un événement comme élément de base d'un espace à 4 dimensions, l'espace-temps. On décrit ainsi les composantes d'un événement par

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

La cinématique d'Einstein substitue alors à la transformation de Galilée une nouvelle transformation qui laisse invariantes toutes les équations de Maxwell. Ainsi, les coordonnées d'un événement dans un référentiel galiléen \mathcal{R}' s'obtiennent à partir de celles dans un autre \mathcal{R} par la *transformation de Lorentz-Poincaré* (voir PÉREZ 1999) :

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

avec $\beta = v/c$ – où v est la vitesse uniforme relative de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R} – et $\gamma = 1/\sqrt{1 - \beta^2}$.

En Relativité – *restreinte* ici aux référentiels galiléens – les durées entre deux événements varient donc selon le référentiel choisi. Le seul invariant se construit à partir d'un intervalle mixte, combinant aspects spatial et temporel, sous la forme d'une métrique spatio-temporelle. Le carré de l'intervalle élémentaire entre deux événements infiniment voisins s'écrit alors :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 = c^2 dt^2 - d\mathbf{r}^2. \quad (2.3)$$

Cette pseudo-norme du quadrivecteur élémentaire espace-temps est invariante par la transformation de Lorentz-Poincaré entre deux référentiels galiléens. La métrique ainsi définie caractérise un espace-temps de Minkowski, qui est pseudo-euclidien (à cause du signe - dans l'Eq. (2.3)). Il s'agit en fait d'une pseudo-métrique sur cet espace-temps. En effet, la forme quadratique ds^2 peut avoir n'importe quel signe et s'annuler pour des dt et des $d\mathbf{r}$ non nuls, elle n'est donc pas définie positive (voir HAKIM 1994). Les intervalles tels que $s = 0$ – en intégrant l'Eq. (2.3) – définissent le *cône de lumière* où se propagent les ondes électromagnétiques, ceux pour lesquels $c^2 t^2 > \mathbf{r}^2$ sont du *genre temps* (cette région de l'espace-temps de Minkowski contient la ligne d'Univers de l'évolution d'une particule physique), et enfin ceux du *genre espace* vérifient $\mathbf{r}^2 > c^2 t^2$.

L'intervalle élémentaire de l'Eq. (2.3) peut s'écrire sous la forme

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (2.4)$$

où μ et ν sont des indices variant de 0 à 3 et avec $(x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$ (on a utilisé la notation d'Einstein de sommation implicite sur les indices répétés). Les facteurs $g_{\mu\nu}$ introduits sont nuls pour $\mu \neq \nu$, valent 1 pour la coordonnée temporelle x^0 et -1 pour les coordonnées spatiales x^1 , x^2 et x^3 . Soit $g_{\mu\nu} = D(1, -1, -1, -1)$, matrice diagonale de Minkowski.

EINSTEIN (1915b) va découvrir la Relativité *généralisée* aux référentiels accélérés – en particulier par la force de gravitation newtonienne. En Relativité Générale, l'interaction gravitationnelle apparaît non sous la forme d'une force, mais à travers les facteurs $g_{\mu\nu}$ de la métrique, qui ne sont plus uniformes mais dépendent localement du champ de gravitation.

2.2 Relativité Générale

2.2.1 Principe d'Équivalence

L'introduction par Einstein de l'accélération due à la gravitation dans la théorie de la Relativité Restreinte ne fut pas immédiate. En particulier, il est impossible d'inclure la gravitation par une modification de la loi de Newton – supprimant notamment l'action immédiate à distance. La généralisation du Principe de Relativité à tous les référentiels se révéla mathématiquement difficile. Il faut en effet tenir compte des forces d'inertie (d'entraînement et de Coriolis) dans les repères accélérés, tout en essayant de conserver une forme identique aux phénomènes physiques.

De ce point de vue, il est remarquable que les lois de la physique fassent apparaître la même masse m d'un corps pour la *masse grave* m_G – qui relie la force de gravitation au champ de gravitation : $\mathbf{P} = m_G \mathcal{G}$ – et pour la *masse inerte* m_I – intervenant dans la loi fondamentale de la dynamique $m_I \mathbf{a} = \Sigma \mathbf{F}$ et les forces d'inertie $-m_I \mathbf{a}_e$ et $-m_I \mathbf{a}_C$.

Les expériences de Galilée sur la chute des corps suggéraient déjà l'égalité $m_G = m_I$. Einstein fut impressionné par l'expérience d'EÖTVÖS (1889), fondée sur un pendule de torsion dont l'équipage mobile est formé par deux masses de substances différentes. Divers perfectionnements ont donné $\eta = |m_I - m_G|/m_G \lesssim 3 \times 10^{-9}$ (EÖTVÖS et al. 1922). DICKE (1961) critique et refait cette expérience avec plus de précautions et obtient $\eta < 1.5 \times 10^{-11}$ (ROLL et al. 1964). Pour obtenir une meilleure précision (notamment en éliminant les vibrations aléatoires d'origine sismique), l'expérience spatiale *STEP* (« Satellite Test of the Equivalence Principle ») a été proposée (MESTER et al. 2001). Elle devrait permettre d'obtenir $\eta \sim 10^{-17}$ et même une précision de 10^{-20} dans des versions plus élaborées.

Cette équivalence entre masse grave et masse inerte a été élevée au rang de Principe et est à la base de la Gravitation Relativiste, où Einstein la formule d'une autre

manière.

Principe d'Équivalence.

Toutes les lois de la physique sont invariantes par changement de référentiel galiléen ou accéléré localement par le seul champ de gravitation.

En effet, si on considère un référentiel en chute libre, l'accélération d'entraînement vaut $\mathbf{a}_e = \mathcal{G}$. Le Principe Fondamental de la dynamique appliqué à un point matériel dans ce repère s'écrit donc $m_I \mathbf{a} = m_G \mathcal{G} - m_I \mathbf{a}_e = \mathbf{0}$ puisque $m_G = m_I$. On retrouve le Principe d'Inertie des référentiels se déplaçant à vitesse rectiligne et uniforme. Il n'existe donc aucun moyen de distinguer localement un référentiel galiléen d'un référentiel accéléré par le seul champ de gravitation ; les lois de la physique y ont la même expression. D'un point de vue équivalent, il n'y a pas de moyen physique de distinguer localement un référentiel galiléen en présence de gravitation (champ \mathcal{G}) d'un référentiel accéléré (par $\mathbf{a}_e = -\mathcal{G}$) en l'absence de gravitation. Cette équivalence n'est valable que *localement* car le champ gravitationnel et le champ d'accélération varient différemment dans l'espace.

Ainsi, pour étudier localement la chute libre d'un corps, dans un champ de gravitation, il faut se placer dans le *référentiel inertiel*, c'est-à-dire celui qui tombe avec le corps. Toutefois, choisir un référentiel inertiel plutôt qu'un référentiel galiléen revient à compenser la gravitation par des forces d'inertie. Par conséquent, on prend en compte la gravitation, non sous la forme d'une force d'interaction, mais sous celle d'une modification de la structure de l'espace. La géométrie de l'espace s'adapte donc pour que les lois physiques soient invariantes dans les référentiels inertiels ; les équations sont *covariantes* par changement de coordonnées. Cette formulation locale s'exprime à l'aide du calcul tensoriel.

2.2.2 Formalisme tensoriel

L'espace-temps n'est donc pas plat mais déformé par la présence de matière. Et dans cet espace-temps courbe, chaque objet est libre. La trajectoire qu'il suit réalise une valeur extrémale, en général minimale, de l'intervalle entre deux événements. Il s'agit d'une géodésique de l'espace-temps. Ceci est également valable pour les photons, objets de masse nulle, qui sont donc influencés par la présence de matière, contrairement à ce qu'on concluerait d'une analyse newtonienne.

Le calcul d'un intervalle (Eq. (2.3)) dépend du tenseur métrique $g_{\mu\nu}$. Ses coefficients, contrairement au cas restreint, ne sont pas uniformes et dépendent de la distribution de matière. D'après le Principe d'Équivalence, il existe en effet un lien formel entre la courbure de l'espace-temps et le contenu matériel d'un système. Parmi toutes les théories de la gravitation qui s'attachent à cette relation, la plus simple et la mieux vérifiée par l'expérience est la Relativité Générale établie par EINSTEIN (1915b).

Elle formalise le lien entre le tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$ – traduisant les propriétés géométriques de l'espace-temps – et le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ qui reflète le contenu physique d'un système.

Pour cela, on définit tout d'abord un espace vectoriel E construit sur le corps des réels \mathbb{R} , de dimension 4 avec comme vecteurs de base $(\mathbf{e}_0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$. En Relativité Restreinte, il s'agit d'une base de l'espace-temps de Minkowski. En Relativité Générale, on se place dans un espace de Riemann. La position \mathbf{X} d'un point dans cet espace, donné sous la forme générale du vecteur (2.1), peut donc s'écrire $\mathbf{X} = x^\mu \mathbf{e}_\mu$ – où on a également posé $(x^0, x^1, x^2, x^3) = (ct, x, y, z)$.

Si $[\Lambda]$ est la matrice de changement de base entre \mathbf{e}_μ et une autre base $\mathbf{e}_{\mu'}$, on a :

$$\mathbf{e}_{\mu'} = \Lambda^\nu_{\mu'} \mathbf{e}_\nu \quad (2.5)$$

En Relativité Restreinte, $[\Lambda]$ est la matrice de Lorentz-Poincaré (Eq. (2.2)). Considérons un vecteur quelconque $\mathbf{V} = V^\mu \mathbf{e}_\mu$ de E . Dans un changement de coordonnées, ses composantes se transforment selon :

$$V^{\mu'} = \Lambda^{\mu'}_{\nu} V^\nu \quad (2.6)$$

Les V^μ se transforment donc contrairement aux vecteurs de base, ce sont les composantes *contravariantes* de \mathbf{V} .

Soit E^* l'espace vectoriel formé par l'ensemble des formes linéaires sur E à valeurs dans \mathbb{R} . La base duale $(e^{*\mu})$ de (\mathbf{e}_μ) est formée des quatre formes linéaires telles que :

$$e^{*\mu}[\mathbf{e}_\nu] = \delta^\mu_{\nu} \quad (2.7)$$

où on a utilisé le symbole de Kronecker δ^μ_{ν} ($\delta^\mu_{\nu} = 1$ si $\mu = \nu$, 0 sinon)

Un vecteur V^* de E^* peut donc se décomposer dans la base duale sous la forme $V^* = V_\mu e^{*\mu}$. Dans un changement de base, les composantes de ce vecteur se transforment selon

$$V_{\mu'} = \Lambda^\nu_{\mu'} V_\nu. \quad (2.8)$$

Les V_μ se transforment donc comme les vecteurs de la base (\mathbf{e}_μ) de E (voir Eq. (2.5)), ce sont les composantes *covariantes* de \mathbf{V} .

Pour résumer, les vecteurs de E sont contravariants et ceux de E^* covariants. Ainsi, une loi physique qui s'exprime formellement sous la forme $V_\mu = U_\mu$ est covariante. Elle prend la même forme dans tous les repères d'inertie ; elle s'écrit en effet dans un autre repère : $V_{\mu'} = U_{\mu'}$.

En fait, les composantes covariantes d'un vecteur \mathbf{V} se définissent formellement par un (pseudo-)produit scalaire :

$$V_\mu = \langle \mathbf{V}, \mathbf{e}_\mu \rangle = V^\nu \langle \mathbf{e}_\nu, \mathbf{e}_\mu \rangle \quad (2.9)$$

Et par définition, les composantes du tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ sont les produits scalaires des vecteurs de base (\mathbf{e}_μ) de l'espace-temps :

$$g_{\mu\nu} = \langle \mathbf{e}_\mu, \mathbf{e}_\nu \rangle \quad (2.10)$$

Le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ permet de passer des composantes contravariantes aux composantes covariantes d'un vecteur \mathbf{V} , et vice-versa pour son inverse $g^{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned} V_\mu &= g_{\mu\nu} V^\nu \\ V^\mu &= g^{\mu\nu} V_\nu \end{aligned} \quad (2.11)$$

De manière générale, si E et F sont 2 espaces vectoriels, un tenseur est un élément de $E \otimes F$. L'opérateur \otimes est un produit tensoriel de vecteurs possédant certaines propriétés (voir HAKIM 1994). Par exemple, un tenseur \mathbf{T} de $E \otimes E^*$ s'écrit :

$$\mathbf{T} = T^\mu_\nu (\mathbf{e}_\mu \otimes e^{*\nu}) = T^\mu_\nu \mathbf{h}_\mu^\nu \quad (2.12)$$

où (\mathbf{h}_μ^ν) est une base de $E \otimes E^*$.

Reste à trouver deux tenseurs covariants, l'un traduisant la géométrie de l'espace-temps et l'autre le contenu physique du système, dont la mise en relation traduira le Principe d'Équivalence.

Pour le premier, on commence par introduire les quantités $\Gamma^\nu_{\mu\eta}$, qui sont les *coefficients de connexion linéaire* ou *symboles de Christoffel de 2^e espèce* définis par :

$$\frac{\partial \mathbf{e}_\mu}{\partial x^\eta} = \Gamma^\nu_{\mu\eta} \mathbf{e}_\nu \quad (2.13)$$

On montre que les coefficients de connexion linéaire ne dépendent que des éléments $g_{\mu\nu}$ du tenseur métrique et de leurs dérivées premières :

$$\Gamma^\nu_{\mu\eta} = \frac{1}{2} g^{\nu\xi} (\partial_\eta g_{\mu\xi} + \partial_\mu g_{\eta\xi} - \partial_\xi g_{\mu\eta}) \quad (2.14)$$

Ces coefficients permettent d'exprimer la *courbure intrinsèque* d'une variété qui ne peut que prendre la forme du tenseur de Riemann (voir WEINBERG 1972) :

$$R^\mu_{\nu\eta\xi} = \partial_\eta \Gamma^\mu_{\mu\xi} - \partial_\xi \Gamma^\mu_{\mu\eta} + \Gamma^\lambda_{\nu\xi} \Gamma^\mu_{\lambda\eta} - \Gamma^\lambda_{\nu\eta} \Gamma^\mu_{\lambda\xi} \quad (2.15)$$

Ce *tenseur de courbure* $R^\mu_{\nu\eta\xi}$ est le tenseur d'ordre 4 le plus général, linéaire en les dérivées secondes du tenseur métrique.

Le second tenseur doit contenir le contenu physique du système, en matière et énergie. Il faut donc tout d'abord définir la vitesse d'une particule dans un référentiel inertiel. La quadritesse u^μ vaut ainsi

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau} \quad (2.16)$$

où τ est le temps propre d'un observateur en co-mouvement avec la particule. Plus formellement, on a $d\tau^2 = ds^2/c^2$ en fonction de l'intervalle élémentaire entre deux événements ds . Pour un fluide parfait (c'est-à-dire en l'absence de phénomènes de transport dissipatifs comme la chaleur, la diffusion ou la viscosité), le *tenseur énergie-impulsion* $T^{\mu\nu}$ s'écrit :

$$T^{\mu\nu} = \left(\rho + \frac{P}{c^2} \right) u^\mu u^\nu - P g^{\mu\nu} \quad (2.17)$$

où P est la pression du fluide et ρ la densité de matière.

2.2.3 Équations d'Einstein

Les équations covariantes d'Einstein sont une écriture locale des lois qui traduisent le mouvement de la matière dans l'espace-temps, dont la géométrie est modifiée par cette matière même. D'après le Principe d'Équivalence, ces équations sont du type

$$\text{Courbure} = \text{Matière}. \quad (2.18)$$

La présence de matière s'exprime au moyen du tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$, qui est du second ordre. La courbure se traduit quand à elle par le tenseur de Riemann du quatrième ordre $R_{\mu\nu\eta\xi}$. L'égalité (2.18) ne peut donc être réalisée que par l'intermédiaire de contractions de $R_{\mu\nu\eta\xi}$. On cherche donc un tenseur géométrique $G_{\mu\nu}$ d'ordre deux symétrique et conservatif tout comme $T_{\mu\nu}$ – la divergence de $T_{\mu\nu}$ est en effet nulle pour satisfaire la conservation de l'énergie-impulsion. À une constante multiplicative près, le seul tenseur $G_{\mu\nu}$ construit uniquement à partir du tenseur de courbure et de la métrique, et en dépendant linéairement, est le *tenseur d'Einstein* (WEINBERG 1972)

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (2.19)$$

Cette expression fait apparaître le *tenseur de Ricci* $R_{\mu\nu} = R^\eta_{\mu\eta\nu}$, la *courbure scalaire* $R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu}$ ainsi que la *constante cosmologique* Λ . Initialement, Einstein n'avait pas fait figurer le terme en $\Lambda g_{\mu\nu}$ dans le tenseur $G_{\mu\nu}$. Celui-ci ne contenait alors que des termes soit linéaires par rapport aux dérivées secondes, soit quadratiques par rapport aux dérivées premières du tenseur métrique $g_{\mu\nu}$. Einstein n'a rajouté la constante cosmologique – de dimension L^{-2} , comme la courbure – que pour trouver une solution d'Univers statique à ses équations. Une constante cosmologique positive introduit en effet une force répulsive qui peut contrebalancer la force gravitationnelle attractive (SAHNI & STAROBINSKY 2000). Mais dans les années 1920, la découverte de l'expansion par Hubble et la construction des modèles d'univers en expansion sans constante cosmologique de Friedmann ont conduit Einstein à abandonner ce terme en Λ : « si l'univers n'est pas statique, alors au diable la constante cosmologique ». Il considéra

l'introduction de cette constante comme la plus grande erreur de sa vie. Toutefois, comme $g_{\mu\nu}$ est un tenseur symétrique et conservatif, le tenseur d'Einstein le plus général prend la forme de l'Eq. (2.19).

La constante de proportionnalité entre le tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$ et le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$ s'obtient à la limite newtonienne où l'on doit retrouver l'équation de Poisson reliant le champ gravitationnel Φ et la densité de matière ρ selon $\Delta\Phi = 4\pi G \rho$. On utilise donc une correspondance entre la gravitation newtonienne non-relativiste et les équations d'Einstein en champ gravitationnel faible et stationnaire. Le tenseur métrique $g_{\mu\nu}$ est alors à l'ordre 0 celui d'un espace de Minkowski; et l'identification des composantes $\mu = \nu = 0$ (temps-temps) de $G_{\mu\nu}$ et $T_{\mu\nu}$ donne le résultat.

Équations d'Einstein.

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (2.20)$$

Outre l'aspect naturel et simple de ses hypothèses et de ses Principes, la Relativité Générale d'Einstein s'est imposée assez tôt parmi les théories de la Gravitation grâce à ses confirmations expérimentales. Elle permet en effet d'expliquer l'avance du périhélie de Mercure (EINSTEIN 1915a), planète la plus proche du Soleil, et qui en subit donc des effets gravitationnels que la mécanique céleste classique ne pouvait modéliser. Et l'observation de la déviation des rayons lumineux par le soleil lors d'une éclipse par EDDINGTON (1919) marqua l'essor de cette théorie.

Les Équations d'Einstein sont des équations différentielles qui permettent de déduire la métrique du système à partir du tenseur énergie-impulsion. Les tenseurs $G_{\mu\nu}$ et $T_{\mu\nu}$ étant symétriques, on obtient 10 équations pour les 10 inconnues que sont les composantes $g_{\mu\nu}$ du tenseur métrique. En fait ces équations ne sont pas indépendantes car les identités de Bianchi (voir HAKIM 1994) imposent $\nabla_\mu G^{\mu\nu} = 0$, soit quatre relations. Le problème n'est pas pour autant sous-déterminé; l'indétermination partielle des $g_{\mu\nu}$ correspond à l'arbitraire des choix de systèmes de coordonnées. Lorsque l'on spécifie les coordonnées (par quatre conditions de Jauge sur les $g_{\mu\nu}$), les Équations d'Einstein permettent de déterminer le tenseur métrique (on obtient 6 équations indépendantes pour 6 inconnues). Toutefois, les conditions aux limites (notamment à l'infini) ne sont pas définies par la Relativité Générale, et toute hypothèse globale est de nature cosmologique.

Chapitre 3

Modèles cosmologiques

3.1 Métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker

En ce qui concerne l'Univers tout entier, les Équations d'Einstein sont trop complexes pour pouvoir être résolues dans le cas le plus général. Des hypothèses simplificatrices s'imposent. En se fondant sur une distribution de matière totalement uniforme, EINSTEIN (1917) propose ainsi la première solution cosmologique. Elle décrit un Univers statique, identique à lui-même depuis toujours. DE SITTER (1917) propose pour sa part une solution qui décrit un Univers vide de toute matière. Même si ce modèle ne semble pas physique, il en découlait que les fréquences émises par les sources lumineuses étaient décalées vers le rouge, et ceci d'autant plus qu'elles étaient lointaines. Or, avant les résultats de HUBBLE (1929) et sans que les mesures de distances puissent être considérées comme vraiment précises, les astronomes observèrent cet effet (WIRTZ 1922). FRIEDMANN (1922) publie un ensemble de solutions qui furent le sujet d'une polémique avec Einstein (voir BLANCHARD 1999). Enfin, LEMAÎTRE (1927) reprend les modèles de DE SITTER (1917) en proposant une solution qui fait appel à une certaine quantité de matière. Il interprète même le décalage vers le rouge des fréquences des nébuleuses comme un effet de leur vitesse relative dans un Univers dont le rayon augmenterait au cours du temps.

Ces modèles se fondent sur une métrique générale d'Univers développée par ROBERTSON (1935) et WALKER (1936). En vertu du Principe Cosmologique, on considère que l'Univers est spatialement homogène et isotrope. Cette hypothèse simplifie grandement l'expression de la métrique, qu'on appelle alors métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW). On peut ainsi écrire la forme la plus générale de l'intervalle *spatial* élémentaire $d\sigma$ en coordonnées sphériques.

Métrique de FLRW (partie spatiale).

$$d\sigma^2 = \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (3.1)$$

Il y a en fait trois types de métriques possibles distinguées par la valeur du *paramètre de courbure* k :

- $k = 0$. Pour une courbure nulle, on retrouve alors dans (3.1) la partie spatiale de la métrique d'un espace localement *euclidien* en coordonnées sphériques. L'Univers est alors *plat*;
- $k = 1$. Lorsque la courbure est positive, on dit que l'espace est localement *sphérique*. Les propriétés sont différentes par rapport à un environnement euclidien. La somme des angles d'un triangle est ainsi supérieure à π ; la courbure va dans le même sens suivant deux directions orthogonales. Un tel espace est l'équivalent à trois dimensions de la surface d'une sphère. L'Univers est dit *fermé*;

- $k = -1$. Pour une courbure négative, l'espace est localement *hyperbolique*. Dans un tel environnement, la somme des angles d'un triangle est inférieure à π et le sens de la courbure est différent suivant deux directions orthogonales. L'analogie à deux dimensions est une surface en selle de cheval. L'Univers est dit *ouvert*.

Toutefois, la connaissance du paramètre de courbure ne permet pas de déduire simplement que l'Univers est spatialement fini ou infini. La métrique de l'espace est tout d'abord une propriété géométrique locale. Toutefois, le Principe Cosmologique impose que la métrique soit partout la même dans l'espace.

Cependant, les questions relatives à la forme globale de l'espace et, en particulier, son extension finie ou infinie, relèvent non pas de la Relativité Générale (une théorie physique locale) mais de la topologie (théorie mathématique globale). Si l'espace possède la topologie la plus simple (simplement connexe), alors l'Univers sera infini dans le cas d'une courbure nulle ou négative et fini pour une courbure positive.

Un modèle simplement connexe permet de définir un modèle multi-connexe, en supposant que l'espace est refermé sur lui-même. On identifie pour cela une surface convenable avec une autre surface située d'un côté opposé. Des rayons lumineux auraient ainsi la possibilité de faire plusieurs tours de l'Univers entre leur émission et nous-mêmes. On pourrait voir d'une source réelle plusieurs images fantômes, dans ce qui serait un « Univers chiffonné » (LUMINET 1999).

Avec de telles topologies, l'Univers pourrait être fini même si sa courbure est nulle ou négative. En revanche, un espace de courbure positive ne peut être que fini. La théorie d'Einstein (incomplète en ce sens) ne permet pas de prévoir la topologie de l'espace.

La partie spatiale de la métrique peut se mettre sous la forme

$$d\sigma^2 = d\chi^2 + S_k(\chi)^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (3.2)$$

si on utilise la coordonnée χ , où $r \equiv S_k(\chi)$ et

$$S_k(\chi) = \begin{cases} \sin \chi & (k = 1) \\ \chi & (k = 0) \\ \sinh \chi & (k = -1) \end{cases} \quad (3.3)$$

Si le temps et l'espace sont séparés, et que l'espace est homogène et isotrope, toutes les métriques possibles de l'espace-temps se mettent sous la forme suivante.

Métrique de FLRW.

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R(t)^2 d\sigma^2. \quad (3.4)$$

Si l'on considère une hypersurface à temps constant de l'espace-temps, la métrique se réduit à sa partie spatiale $R(t)^2 d\sigma^2$. Celle-ci change au cours du temps par l'intermédiaire du facteur $R(t)$, qui ne modifie pas les caractéristiques de la géométrie

(plane, sphérique ou hyperbolique) mais redéfinit l'échelle de longueur de l'espace. Il s'agit du *facteur d'échelle*. La distance spatiale entre deux points, considérés au temps t , est proportionnelle à $R(t)$. D'après les observations de l'expansion, le facteur d'échelle est croissant, et l'espace s'étend donc avec le temps.

Selon la Relativité Générale, des objets en chute libre sont immobiles par rapport à la géométrie, qui pour sa part est en expansion. La distance entre eux augmente donc suivant le facteur d'échelle, sans que leurs coordonnées sphériques r (ou χ), θ , ϕ ne changent. Elles sont *comobiles*. La coordonnée temporelle est le temps cosmique. Il s'agit du temps propre mesuré par les observateurs en chute libre dans l'Univers.

La métrique de FLRW permet déjà de modéliser le décalage vers le rouge des longueurs d'onde émises par les galaxies comobiles dans un Univers en expansion (LACHIÈZE-REY 2000). On peut choisir un système de coordonnées comobiles tel que nous soyons à l'origine, soit $r = 0$, et à l'instant t_0 . Considérons alors la propagation de la lumière émise par un objet au repos à la coordonnée r_1 – ou χ_1 – (on suppose pour simplifier que $\theta_1 = \phi_1 = 0$) et à l'instant t_1 . Nous recevons cette lumière à l'instant t_0 . Ce rayon suit une trajectoire qui est une géodésique de l'espace-temps dont l'intervalle spatio-temporel est nul, soit

$$ds^2 = 0 = c^2 dt^2 - R(t)^2 d\chi^2. \quad (3.5)$$

En intégrant suivant la géodésique, on a la relation

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \chi_1. \quad (3.6)$$

Si la source lumineuse a une période δt_1 , la crête suivante, émise en $t_1 + \delta t_1$, nous parviendra en $t_0 + \delta t_0$ où δt_0 vérifie

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{cdt}{R(t)} = \chi_1 \quad (3.7)$$

puisque la source a une coordonnée comobile χ_1 fixe. Les périodes d'émission δt_1 et de réception δt_0 d'un rayonnement électromagnétique sont négligeables devant la durée caractéristique d'évolution de $R(t)$ (a priori de l'ordre de l'âge de l'Univers). La différence entre les Éqs (3.7) et (3.6) donne ainsi

$$\frac{c \delta t_0}{R(t_0)} = \frac{c \delta t_1}{R(t_1)} \quad (3.8)$$

En exprimant les longueurs d'onde émises λ_1 et reçues λ_0 , on peut faire intervenir le décalage spectral z (cf. Eq. (1.1)) :

$$\frac{R(t_0)}{R(t_1)} = \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \equiv 1 + z \quad (3.9)$$

Dans le cas d'un Univers en expansion, la longueur d'onde du rayonnement reçu est donc décalée vers une valeur plus grande.

La métrique de FLRW permet également de retrouver de façon formelle la loi de Hubble qui relie le décalage spectral d'un objet à sa distance. Dans un Univers spatio-temporel muni de cette métrique, il faut tout d'abord définir pour cela le type de distance que l'on utilise.

3.2 Distances cosmologiques

3.2.1 Calibrateurs de distances

Les distances des étoiles les plus proches sont obtenues par une technique de triangulation. La position des astres se déplace en effet d'une certaine *parallaxe* lorsque la Terre décrit son orbite autour du Soleil. Ainsi, en prenant pour base le diamètre de la révolution terrestre, une étoile de parallaxe 1'' est par définition à une distance de 1 parsec (pc).

Cette méthode s'avère très précise si on observe un grand nombre de fois le même objet. Le satellite *HIPPARCOS* a ainsi fourni une précision meilleure que 0,001'' dans la détermination des parallaxes de près de 120 000 étoiles proches (PERRYMAN et al. 1997).

À des échelles supérieures à la centaine de parsec, on utilise des calibrateurs primaires, c'est-à-dire des objets pour lesquels il existe une relation la plus précise possible entre une grandeur dépendant de la distance et une autre qui en est indépendante. C'est le cas des Céphéïdes, étoiles pulsantes qui présentent une relation entre la luminosité apparente et sa période de variation. C'est en observant ce type d'étoiles dans des galaxies extérieures que HUBBLE (1929) a découvert la relation entre la vitesse de récession et la distance des nébuleuses extragalactiques. Ce calibrateur primaire est utilisé de façon toujours plus précise (voir TANVIR et al. 1995 pour la détermination de la distance du Grand Nuage de Magellan et de la galaxie M96). Cette méthode est d'autant meilleure que l'on peut mesurer directement la distance de certaines Céphéïdes, par exemple par parallaxe pour les plus proches. Le satellite *HIPPARCOS* a ainsi permis de recalibrer la relation période-luminosité des Céphéïdes (FEAST & CATCHPOLE 1997). Ceci est d'autant plus important que les calibrateurs de distance secondaires ou tertiaires se fondent sur cet acquis.

En effet, même avec le gain du Télescope Spatial Hubble (*Hubble Space Telescope* ou *HST*), on ne peut utiliser les calibrateurs primaires que sont les Céphéïdes que jusqu'à une distance d'environ 20 Mpc (MOULD et al. 2000). Au delà, on utilise des relations reliant différentes grandeurs caractéristiques d'une galaxie, en utilisant les distances données par les Céphéïdes pour les galaxies les plus proches. Il s'agit donc de calibrateurs secondaires.

La *brillance de surface* I (puissance lumineuse émise par unité de surface de la source) d'une galaxie elliptique peut ainsi être ajustée par la loi de DE VAUCOULEURS

(1948) :

$$I(r) = I_0 \exp[-(r/r_0)^{1/4}] \quad (3.10)$$

qui fait apparaître une brillance de surface I_0 et un rayon r_0 caractéristiques. Plus généralement, il y a une relation entre la luminosité totale $L = \int I dS$ de la source, la *dispersion de vitesse centrale* σ_0 des étoiles et I_0 . Une galaxie elliptique se trouve ainsi aux coordonnées (x,y) dans un *plan fondamental* tel que

$$L \propto I_0^x \sigma_0^y \quad (3.11)$$

avec $(x,y) \simeq (-0.7,3)$ (DRESSLER et al. 1987). Même sans information sur la brillance de surface, il y a une relation entre la luminosité et la dispersion de vitesse centrale d'une galaxie elliptique (FABER & JACKSON 1976) :

$$L \propto \sigma_0^4. \quad (3.12)$$

Le même type de relation existe pour les galaxies spirales entre la luminosité et la vitesse de rotation circulaire maximale (TULLY & FISHER 1977).

Ces relations entre grandeurs observables dans les galaxies sont utilisables comme calibrateurs secondaires de distances jusqu'à une échelle de l'ordre de 100 Mpc. Sur des échelles cosmologiques, de l'ordre du Gpc, les supernovæ de type Ia (SNIa) ont encore en particulier des propriétés observables susceptibles d'être calibrées. Il s'agit d'étoiles ayant évolué en naines blanches et accrétant de la matière d'une autre étoile. Lorsque leur masse devient supérieure à la masse de CHANDRASEKHAR (1931), soit $M \simeq 1,4 M_\odot$, elles deviennent instables et explosent sans laisser de résidu. La luminosité maximale de la SNIa étant comparable à celle d'une galaxie entière, on peut ainsi observer des objets très lointains. La luminosité apparente dépend directement de la distance, mais dans une certaine mesure de la masse. Une relation empirique, et précise pour l'échantillon homogène des SNIa, entre la luminosité maximale et le temps caractéristique de décroissance lumineuse (de l'ordre de quelques semaines) permet de s'en affranchir.

Dans l'Univers local, si l'on mesure convenablement la distance d'une galaxie abritant une SNIa grâce aux Céphéides, on dispose d'un calibrateur secondaire utilisable à des échelles plus grandes. Ceci permet en particulier d'estimer la constante de Hubble (SANDAGE & TAMMANN 1993). En utilisant un échantillon de SNIa à plus grand décalage spectral (jusqu'à $z \sim 1$), on peut même tester des modèles cosmologiques (PERLMUTTER et al. 1999; RIESS et al. 1998). Il faut pour cela préciser la distance cosmologique utilisée. Bien entendu, à toutes les échelles de distances, il existe également d'autres calibrateurs (WEINBERG 1972; PEACOCK 1999).

3.2.2 Distances cosmologiques

Le plus simple serait de considérer la *distance propre* comobile d'un objet évaluée dans l'espace au temps cosmique t_0 actuel. On exprime facilement cette distance à

l'aide de la métrique de FLRW (Éqs (3.2) et (3.4)) et de la coordonnée χ_1 de l'objet, en considérant que nous sommes à l'origine du système de coordonnées ($r = 0$).

Distance propre.

$$D_P = \chi_1 R(t_0) \quad (3.13)$$

Mais ces grandeurs ne sont pas mesurables directement. En outre la galaxie nous apparaît telle qu'elle était à l'instant t_1 où le rayonnement a été émis, des mesures ne peuvent donc pas fournir une distance propre. On définit donc pratiquement une *distance diamètre-angulaire* et une *distance luminosité* (WEINBERG 1972), liées à deux méthodes physiques pour mesurer une distance.

Considérons que cet objet de coordonnée radiale comobile r_1 (équivalente à la donnée de χ_1) est vu sous un angle θ . On peut alors exprimer (Éqs (3.1) et (3.4)) sa taille transverse $T = R(t_1) r_1 \theta$. Par analogie avec le cas classique, on dit qu'on voit alors la galaxie sous un angle θ qui est le rapport entre sa taille T , prise à l'instant d'émission t_1 et sa distance diamètre-angulaire D_A .

Distance diamètre-angulaire.

$$D_A = r_1 R(t_1) = \frac{r_1 R(t_0)}{1 + z} \quad (3.14)$$

en notant z le décalage spectral de la galaxie (Éq. (3.9)).

De même, la distance lumineuse se définit par une analogie avec la photométrie ordinaire. Pour une source de luminosité L située à une distance D , on mesure un *flux* – puissance reçue par unité de surface du détecteur – $F = \frac{L}{4\pi D^2}$. D'un point de vue cosmologique, considérons que la galaxie située à r_1 émette une énergie monochromatique $E_\nu \propto h\nu$ pendant le temps τ . La luminosité de la source pour cette fréquence est donc $L_\nu = E_\nu/\tau$. Le résultat trouvé pour la distance luminosité sera indépendant de la fréquence, il se généralisera donc à la luminosité bolométrique (c'est-à-dire concernant toutes les radiations lumineuses).

Au temps t_0 , les photons émis à t_1 se retrouvent isotropiquement sur une sphère de rayon $\chi_1 R(t_0)$. La surface S de cette sphère s'obtient en intégrant sur tous les angles la partie spatiale de la métrique de FLRW à r_1 constant (Éq. 3.1): $S = 4\pi r_1^2 R(t_0)^2$. En prenant en compte le décalage spectral z de la source (Éq. (3.9)), cette sphère ne reçoit pas une énergie E_ν pendant un temps τ mais une énergie $E_\nu/(1+z)$ pendant $(1+z)\tau$. Ce qui correspond à une luminosité $L_\nu/(1+z)^2$. On définit la distance luminosité à partir du flux F_ν capté par le détecteur :

$$F_\nu = \frac{L_\nu/(1+z)^2}{4\pi r_1^2 R(t_0)^2} \quad (3.15)$$

Distance luminosité.

$$D_L = r_1 R(t_0)(1 + z) \quad (3.16)$$

On a finalement la relation suivante entre ces deux distances usuelles, qui met en évidence un écart important à grand décalage spectral :

$$D_L = (1 + z)^2 D_A. \quad (3.17)$$

Il existe également les notions moins utilisées de *distance parallaxe* et *distance mouvement-propre* (WEINBERG 1972). Pour des objets proches ($z \ll 1$) toutes ces distances sont équivalentes et s'identifient à la mesure euclidienne classique : $D = \frac{cz}{H_0}$, correspondant à la distance parcourue par des photons de vitesse c .

Pour spécifier complètement ces différentes distances en fonction du décalage spectral z , il faut connaître la courbure k et l'évolution du facteur d'échelle $R(t)$ qui sont des paramètres de la métrique de FLRW. Ceux-ci dépendent des caractéristiques géométriques de l'espace-temps, soit des valeurs des *paramètres cosmologiques* déterminant le modèle choisi. La dépendance des distances cosmologiques par rapport à ces paramètres est à la base de tests de la géométrie de l'Univers. Le travail présenté ici propose un tel test par le biais de la distance diamètre-angulaire. Les paramètres cosmologiques évoqués apparaissent en explicitant les Équations de Friedmann.

3.3 Équations de Friedmann

Ce sont les Équations d'Einstein (2.20) qui vont permettre d'exprimer le facteur d'échelle $R(t)$ et le paramètre de courbure k . La métrique $g_{\mu\nu}$ de FLRW (Éq. (3.4)) conduit au tenseur d'Einstein $G_{\mu\nu}$ (Éq. (2.19)) caractéristique de la courbure. Quant au tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$, on considère que c'est celui d'un fluide parfait (Éq. (2.17)). Et d'après le Principe Cosmologique, ses paramètres fondamentaux (densité ρ et pression P) sont les mêmes en tout point de l'Univers en un instant donné. Si l'on considère le fluide cosmique au repos dans un système de coordonnées comobiles, les composantes spatiales de la quadrivitesse u_μ sont nulles et la composante temps est $u_0 = c$. De sorte que le tenseur énergie-impulsion s'écrit explicitement sous la forme diagonale

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -P \end{pmatrix} g_{\mu\nu}. \quad (3.18)$$

La composante temps-temps et une composante quelconque espace-espace des Équations d'Einstein conduisent ainsi aux Équations de Friedmann (WEINBERG 1972)

Équations de Friedmann.

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{c^2}{3}\Lambda - \frac{c^2}{R^2}k \quad (3.19)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right) + \frac{c^2}{3}\Lambda \quad (3.20)$$

$$\frac{d(\rho c^2 R^3)}{dt} = -P \frac{dR^3}{dt} \quad (3.21)$$

La première équation de Friedmann donne par intégration l'évolution du facteur d'échelle $R(t)$ en fonction du temps cosmique. La seconde exprime sa dérivée seconde, et par conséquent l'accélération ou la décélération de l'expansion. Pour que celle-ci s'accélère, il est nécessaire que la constante cosmologique soit positive et suffisamment grande, afin de s'opposer à l'effet de décélération causé par l'attraction gravitationnelle. C'est d'ailleurs pour obtenir une solution d'Univers statique ($R = \text{Cte}$) qu'Einstein a introduit cette constante. On mesure généralement le ralentissement ou l'accélération de l'expansion par le *paramètre de décélération* q :

$$q = -\frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} \quad (3.22)$$

La troisième équation de Friedmann peut s'obtenir soit à partir des deux premières, soit en exprimant que la divergence du tenseur énergie-impulsion est nulle. Elle traduit le caractère conservatif de l'énergie en thermodynamique.

Afin de résoudre ces équations, il faut disposer d'une *équation d'état* du fluide cosmique, reliant sa pression P et sa densité ρ .

3.4 Modèles cosmologiques

3.4.1 Composantes de la densité d'énergie

Comme on suppose qu'il s'agit d'un gaz parfait, la pression (de même que la densité) peut être considérée comme une somme sur celles des différentes composantes du fluide (matière, rayonnement, « énergie du vide », quintessence, etc.), en négligeant donc leurs interactions. Chacune de ces composantes obéit à une équation d'état particulière.

Pour la matière, la pression est une énergie cinétique volumique, soit $P_M = \rho_M v^2/2$ où v est la dispersion de vitesse du fluide. Pour les galaxies de champ, v est de l'ordre de quelques centaines de km/s. En ce qui concerne la partie sous forme de *matière noire*, une fraction importante paraît piégée dans les amas de galaxies, où la *vitesse de libération* (vitesse qu'il faudrait acquérir au minimum pour s'échapper du puits de potentiel gravitationnel créé par l'amas) est de plusieurs milliers de km/s. Dans tous les cas, cette pression cinétique est à comparer à $\rho_M c^2$ (voir les Éqs (3.20) et (3.21)), et on a $v^2 \ll c^2$. Pour la matière, on peut donc à l'époque actuelle faire l'approximation $P_M = 0$. Aujourd'hui, la matière est ainsi non-relativiste ou « froide » (sa vitesse d'agitation thermique est faible). L'Eq. (3.21) conduit ainsi à $\frac{d(\rho_M c^2 R^3)}{dt} = 0$, ce que l'on interprète bien comme la conservation de l'énergie (LACHIÈZE-REY 2000). Le volume comobile est en effet proportionnel à $R^3(t)$, et $\rho_M c^2 R^3$ correspond à l'énergie de masse au repos totale de la matière de l'Univers. Comme l'énergie cinétique est négligeable, cette quantité se conserve. En notant ρ_{M0} et R_0 les valeurs de la densité de matière et du facteur d'échelle à l'époque actuelle $t = t_0$, on a

$$\rho_M = \rho_{M0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^3. \quad (3.23)$$

Le rayonnement a quant à lui un comportement différent en fonction du facteur d'échelle. Il est constitué de particules sans masse propre se déplaçant à la vitesse de la lumière. Il s'agit du rayonnement électromagnétique, des ondes gravitationnelles et des neutrinos s'ils sont non massifs. La pression correspondante n'est pas négligeable et a pour équation d'état $P_\gamma = \rho_\gamma c^2/3$. La résolution de l'équation de conservation de l'énergie (3.21) donne

$$\rho_\gamma = \rho_{\gamma0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^4 \quad (3.24)$$

où $\rho_{\gamma0}$ est la densité de rayonnement actuelle.

Il existe également une troisième forme d'énergie avec une pression négative, l'« énergie du vide ». Selon la théorie quantique des champs, l'état fondamental associé à un champ quantique pourrait avoir une influence cosmologique. Le vide a ainsi une densité d'énergie ρ_V , et l'invariance de Lorentz montre que le tenseur énergie-impulsion correspondant s'écrit $T_{\mu\nu V} = -\rho_V c^2 g_{\mu\nu}$ (WEINBERG 1989). On peut y associer une pression négative par l'équation d'état $P_V = -\rho_V c^2$. La troisième Équation de Friedmann (3.21) donne alors une densité d'énergie du vide constante :

$$\rho_V = \rho_{V0}. \quad (3.25)$$

On retrouve bien la conservation de l'énergie. Si l'Univers se comprime ou se détend adiabatiquement d'un volume dV , le travail correspondant $-P_V dV$ est dans ce cas égal à la différence d'énergie $\rho_V c^2$. On peut d'ailleurs rapprocher formellement cette

densité d'énergie du vide constante de la constante cosmologique Λ . En effet, si l'on fait passer le tenseur énergie-impulsion du vide $T_{\mu\nu\text{V}}$ dans le membre **Courbure** de l'Équation d'Einstein (voir Éqs (2.20) et (2.19)), ρ_{V} peut s'identifier à une constante cosmologique Λ_{V} telle que

$$\Lambda_{\text{V}} = \frac{8\pi G}{c^2} \rho_{\text{V}}. \quad (3.26)$$

Toutefois, la constante cosmologique et l'énergie du vide relèvent de concepts physiques différents. Comme leurs comportements dynamiques sont identiques, les deux sont très souvent identifiées (CARROLL 2001). Si l'on fait ce rapprochement, les calculs de la théorie quantique des champs ne permettent pas de retrouver une valeur de la constante cosmologique contrainte par les observations, c'est le « problème de la constante cosmologique » (voir WEINBERG 1989 et § 4.3.1)

Dans le même ordre d'idée et de façon plus générale, la densité d'énergie cosmique pourrait être dominée par une telle « énergie noire », que l'on considère comme un fluide parfait n'émettant pas de lumière, de pression P_{X} négative et de même ordre de grandeur que son énergie volumique $\rho_{\text{X}} c^2$, et homogène à grande échelle (TURNER & WHITE 1997). De nombreux modèles d'énergie noire (voir § 4.3) conduisent à une équation d'état du type $P_{\text{X}} = w \rho_{\text{X}}$ (avec $-1 \leq w \leq 0$). Le paramètre w peut ne pas être constant et dépendre de ρ_{X} , ou explicitement du temps ou du décalage spectral. Un modèle courant d'énergie noire consiste en l'équivalent d'une « constante » cosmologique variable (RATRA & PEEBLES 1988). Cette forme d'énergie est appelée *quintessence* (par référence à une cinquième composante après les baryons, les radiations électromagnétiques, les neutrinos et la matière noire). La troisième Équation de Friedmann (3.21) donne la variation de la densité d'énergie ρ_{X} en fonction du facteur d'échelle :

$$\rho_{\text{X}} = \rho_{\text{X}0} \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3(w+1)} \quad (3.27)$$

où $\rho_{\text{X}0}$ est la densité actuelle d'énergie noire.

Une fois connue la variation des différentes composantes de la densité d'énergie ρ en fonction du facteur d'échelle R , il est possible de résoudre la première Équation de Friedmann (3.19) donnant $R(t)$. La seconde (Éq. (3.20)) fournit quant à elle le paramètre de décélération q .

3.4.2 Évolution du facteur d'échelle

En écrivant ces équations à l'époque actuelle t_0 , on reconnaît la constante de Hubble $H_0 = (\dot{R}/R)_{t=t_0}$ et celle de décélération $q_0 = (\ddot{R}R/\dot{R}^2)_{t=t_0}$, ce qui permet

d'écrire

$$\Omega_0 + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1 \quad (3.28)$$

$$q_0 = \frac{1}{2} \Omega_{M0} + \Omega_{\gamma 0} + \frac{1+3w}{2} \Omega_{X0} - \Omega_\Lambda \quad (3.29)$$

$$\text{avec } \begin{cases} \Omega_0 = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_0 = \frac{\rho_0}{\rho_c} \\ \Omega_\Lambda = \frac{c^2}{3H_0^2} \Lambda \\ \Omega_k = -\frac{c^2}{H_0^2 R_0^2} k \end{cases} \quad (3.30)$$

où $\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1,88 \cdot 10^{-26} \text{ h}^2 \text{ kg m}^{-3}$ est la densité critique de l'Univers¹. En effet, si l'on considère une constante cosmologique nulle, c'est la densité d'énergie qui sépare les Univers spatialement ouvert ($k = -1$), plat ($k = 0$) et fermé ($k = 1$). On considère ρ_0 comme la somme des différentes densités à l'époque actuelle : $\rho_0 = \rho_{M0} + \rho_{\gamma 0} + \rho_{X0}$, soit $\Omega_0 = \Omega_{M0} + \Omega_{\gamma 0} + \Omega_{X0}$. En introduisant le paramètre $a(t) = R(t)/R_0 = 1/(1+z)$, on peut ainsi réécrire l'équation de Friedmann (3.19).

Équation d'évolution du facteur d'échelle.

$$\frac{\dot{a}(t)^2}{H_0^2} = \sum_i \frac{\Omega_i}{a(t)^{3w_i+1}} \quad (3.31)$$

composante	Ω_i	w_i
matière	Ω_M	0
rayonnement	Ω_γ	1/3
énergie noire	Ω_X	w
- constante cosmologique	Ω_Λ	-1
- quintessence	Ω_Q	w_Q
- cordes cosmiques	Ω_C	-1/3
- murs d'domaines	Ω_D	-2/3
courbure	Ω_k	-1/3

1. Ceci correspond à $\rho_c = 2,79 \times 10^{11} \text{ h}^2 \text{ M}_\odot \text{ Mpc}^{-3}$ – où M_\odot est la masse du soleil –, ou environ 11 h^2 atomes d'hydrogène par m^3 .

De façon pratique, on obtient en fait le temps cosmique t (à un décalage spectral z et un facteur d'échelle réduit $a = R/R_0 = 1/(1+z)$), en fonction de a ou de z .

Temps cosmique.

$$H_0 t = \int_0^a \frac{da}{\sqrt{\sum_i \frac{\Omega_i}{a^{3w_i+1}}}} \quad (3.32)$$

$$= \int_z^\infty \frac{dz}{(1+z)^2 \sqrt{\sum_i \Omega_i (1+z)^{3w_i+1}}} \quad (3.33)$$

Pour simplifier, plaçons-nous tout d'abord dans le cas où la constante cosmologique est nulle et dans un Univers sans autre composante d'énergie noire. Les seules contributions à la densité réduite Ω_0 sont donc Ω_{M0} et $\Omega_{\gamma 0}$. En négligeant les ondes gravitationnelles, la densité d'énergie du rayonnement s'évalue à partir du *Fond Diffus Cosmologique* (FDC, soit en anglais « *Cosmic Microwave Background* » ou *CMB*, voir §3.5.3) et du fond de neutrinos. Le FDC a un rayonnement de corps noir dont la température a été mesurée par le satellite *COBE* (MATHER et al. 1990) : $T_\gamma = 2,735 \pm 0.06$ K. Soit une densité $\rho_{\gamma 0} c^2 = \sigma_E T_\gamma^4$ où σ_E est la constante de Stefan-Boltzmann relative à l'énergie. Étant donnée la température actuelle des photons, on peut en déduire l'existence d'un fond de neutrinos à la température $T_\nu = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma = 1,95$ K (PEEBLES 1993). En considérant les trois espèces de neutrinos, on trouve pour l'ensemble du rayonnement, un paramètre de densité $\Omega_{\gamma 0} \simeq 4,2 \times 10^{-5} h^{-2}$. Par comparaison, la contribution de la matière à l'énergie totale est aujourd'hui estimée à $\Omega_{M0} \sim 0,3$ (cf. § 4.2). Le rayonnement peut donc aujourd'hui être négligé. Nous sommes dans un *Univers dominé par la matière*. On obtient dans ce cas des expressions analytiques du paramètre de Hubble, de la densité réduite $\Omega \equiv \Omega_M$ et du temps cosmique en fonction du décalage spectral z (ou de $a = R/R_0 = 1/(1+z)$) (PEACOCK 1999) :

$$H(z) = H_0(1+z)\sqrt{1+\Omega_0 z} \quad (3.34)$$

$$\Omega(z) = \frac{\Omega_0(1+z)}{1+\Omega_0 z} \quad (3.35)$$

$$t(z) = \frac{1}{H(z)} \left\{ \frac{1}{1-\Omega(z)} + \frac{k \Omega(z)}{2[k(\Omega(z)-1)]^{3/2}} C_k^{-1} \left(\frac{2-\Omega(z)}{\Omega(z)} \right) \right\} \quad (3.36)$$

avec

$$C_k(\chi) = \begin{cases} \cos \chi & (k = 1) \\ \chi & (k = 0) \\ \cosh \chi & (k = -1) \end{cases} \quad (3.37)$$

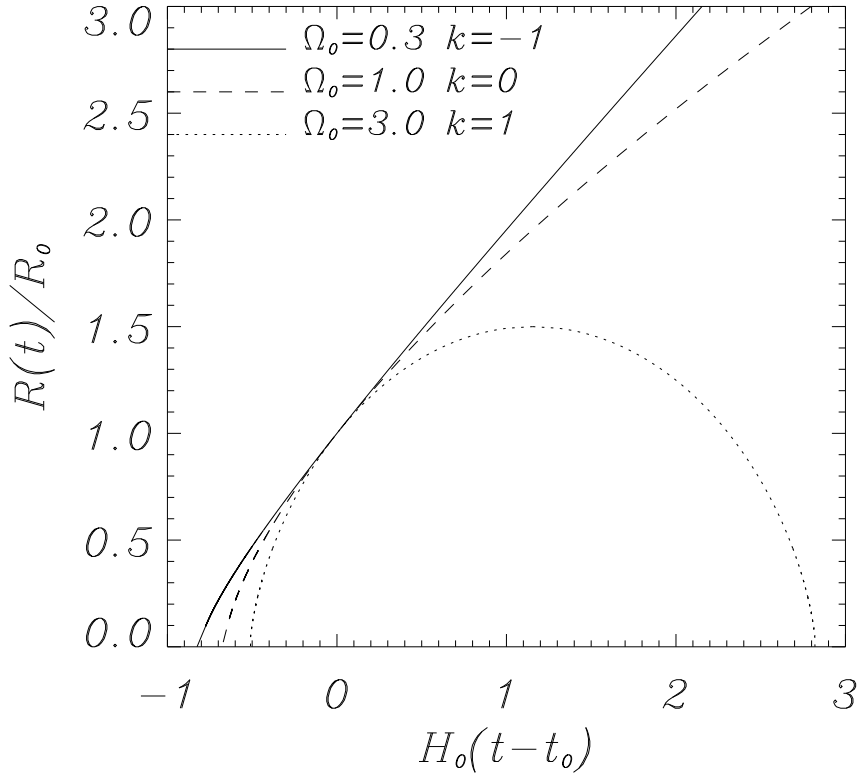


FIG. 3.1 – $a = R/R_0$ en fonction de $H_0(t - t_0)$ dans le cas d'un Univers dominé par la matière, avec $\Omega_{X0} = 0$.

La Fig. 3.1 donne l'évolution de a en fonction de $H_0(t - t_0)$, pour des Univers spatialement ouvert, plat et fermé. Dans le cas d'un Univers dominé par la matière, sans énergie noire, on a $q_0 = \Omega_{M0}/2 > 0$ (Éq. (3.29)). Il y a donc une décélération de l'expansion. Comme le montrent les trois courbes, pour chaque type d'Univers le facteur d'échelle s'annule au bout d'un temps fini dans le passé. L'évolution ultérieure est toutefois différente suivant la quantité de matière présente dans l'Univers. S'il est spatialement ouvert et contient donc relativement peu de matière ($\Omega_0 < 1$), l'expansion est décélérée mais se poursuit éternellement. La force de gravitation attractive ne peut s'opposer à l'effet de l'expansion. Pour des temps cosmiques importants ($t \gg H_0^{-1}$), on a l'approximation (WEINBERG 1972)

$$a(t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \sqrt{1 - \Omega_0} H_0 t. \quad (3.38)$$

Un Univers plat ($\Omega_0 = 1$) a été proposé par EINSTEIN & DE SITTER (1932, EdS par la suite). Dans ce cas, l'Éq. (3.36) donne simplement

$$a(t) = \left(\frac{3H_0 t}{2} \right)^{2/3} \quad (3.39)$$

et le temps cosmique actuel est

$$t_0 = \frac{2}{3} H_0^{-1}. \quad (3.40)$$

Soit $t_0 = 6,52 \times 10^9 h^{-1}$ ans. Contrairement au cas précédent, l'expansion s'annule ici au bout d'un temps infini.

Dans le cas où la densité de matière ρ_{M0} est plus grande que la densité critique ρ_c ($\Omega_0 > 1$), le paramètre d'échelle n'est pas indéfiniment croissant. Il atteint un maximum a_m à un instant t_m , avec (WEINBERG 1972)

$$a_m = \frac{\Omega_0}{\Omega_0 - 1} \quad (3.41)$$

$$t_m = \frac{\pi \Omega_0}{2(\Omega_0 - 1)^{3/2}} H_0^{-1}. \quad (3.42)$$

L'expansion de l'Univers s'arrête alors et celui-ci se recontracte de façon symétrique à sa croissance préalable. Lorsque le facteur d'échelle s'annule alors de nouveau on parle de *Big Crunch*.

Tous ces résultats se fondent sur un Univers dominé par la matière. Lorsque le facteur d'échelle devient faible ($R \ll R_0$), cette hypothèse doit être revue. En effet, $\Omega_M \propto R^{-3}$ (Éq. (3.23)) et $\Omega_\gamma \propto R^{-4}$ (Éq. (3.24)); la densité d'énergie due au rayonnement domine donc pour des décalages spectraux élevés. On est alors dans un *Univers dominé par le rayonnement*. Il existe un décalage spectral z_{eq} pour lequel les contributions de la matière et du rayonnement sont égales. Cette équivalence se produit lorsque $\Omega_{M0}(1 + z_{eq})^3 = \Omega_{\gamma 0}(1 + z_{eq})^4$, soit (PEEBLES 1993)

$$z_{eq} \simeq 2,37 \times 10^4 \Omega_{M0} h^2. \quad (3.43)$$

On trouve le temps d'équivalence matière-rayonnement t_{eq} correspondant par une approximation donnant le paramètre d'échelle en fonction du temps cosmique pour un Univers dominé par le rayonnement.

$$a(t) \xrightarrow{t \rightarrow 0} (2H_0 \sqrt{\Omega_{\gamma 0}} t)^{1/2} \quad (3.44)$$

Pour $a = 1/(1 + z_{eq})$, on a ainsi $t_{eq} = 1,34 \times 10^3 \Omega_{M0}^{-2} h^{-4}$. Cette période est tout à fait négligeable devant le temps cosmique actuel t_0 . On peut donc considérer que l'Éq. (3.36) donne le temps écoulé depuis la singularité initiale où le facteur d'échelle devient nul. Mais suivant le modèle que nous avons pris, la densité d'énergie devient

alors trop élevée pour que la physique quantique et la Relativité Générale puissent s'appliquer. Il faudrait disposer d'une « cosmologie quantique » (VILENKIN 1994) pour décrire ces premiers instants correctement. En pratique, en deça du temps de Planck² $t_{\text{Pl}} = \sqrt{2G\hbar/c^5} = 7,6 \times 10^{-44}$ s, notre physique n'est plus valide. Cet instant étant négligeable devant le temps cosmique actuel, on peut considérer t_0 comme l'« âge de l'Univers », c'est-à-dire le temps écoulé depuis la singularité initiale dans ce modèle.

Dans ce qui précède, on n'a considéré aucune contribution d'énergie noire. Le modèle EdS a d'ailleurs été produit pour s'opposer à celui proposé par DE SITTER (1917), qui se fonde sur un Univers plat vide de matière ($k = 0$, $\Omega_M = 0$) et avec une constante cosmologique positive. Pour ce modèle, l'Équation de Friedmann (3.19) donne

$$a(t) = e^{\sqrt{\Omega_\Lambda} H_0(t-t_0)}. \quad (3.45)$$

Ce comportement est d'ailleurs celui des modèles où $\Lambda > 0$ lorsque $a(t) \gg 1$. Il s'agit alors d'*Univers dominés par la constante cosmologique*. Comme le montre l'Éq. (3.20), l'expansion finit par s'accélérer si une trop grande quantité de matière n'a pas provoqué d'effondrement auparavant.

Il y a en effet une compétition entre l'effet gravitationnel attractif et la répulsion due à une constante cosmologique positive. EINSTEIN (1917) a d'ailleurs introduit Λ dans ses équations afin d'obtenir une solution statique d'Univers. Celui-ci est fermé et caractérisé par

$$\Lambda_E = \frac{1}{R_E^2} \quad (3.46)$$

$$\rho_{\text{ME}} = \frac{c^2}{4\pi G} \Lambda_E \quad (3.47)$$

EDDINGTON (1930) a cependant montré que cette solution des Équations de Friedmann est instable. Il s'agit de la limite asymptotique de la fin ou du commencement d'un Univers en expansion (Fig. 3.2).

De manière plus générale, on peut classer les différents types de modèles possibles pour l'Univers en fonction des valeurs de Ω_{M0} et Ω_Λ .

- Si $\Omega_\Lambda < 0$, la constante cosmologique induit, tout comme la force gravitationnelle, un effet attractif. Dans ce cas, l'Univers finit par s'effondrer sur lui-même en Big Crunch ;
- On peut également observer une recontraction lorsque la constante cosmologique est faible et la densité de masse élevée. Ce sont alors des Univers avec

2. Lorsque la longueur d'onde de De Broglie $\hbar/(mc)$ d'une particule – caractérisant l'aspect quantique – devient de l'ordre de grandeur de son rayon de Schwarzschild $2Gm/c^2$ – définissant un objet de type trou noir en Relativité Générale –, on atteint la limite des théories physiques actuelles. Cela correspond à une masse $m_{\text{Pl}} = \sqrt{\hbar c/(2G)}$, une longueur $l_{\text{Pl}} = \hbar/(m_{\text{Pl}}c)$ et un temps $t_{\text{Pl}} = l_{\text{Pl}}/c$.

Big Bang, atteignant un paramètre d'échelle maximum avant de s'affaisser sous l'effet de leur densité de matière. Ceci se produit seulement pour des modèles d'Univers fermés avec $\Omega_{M0} > 1$. Dans ce cas, il y a effondrement si, pour Ω_{M0} donné, $\Omega_\Lambda < \Omega_{\Lambda_{C1}}$ (FELTEN & ISAACMAN 1986) :

$$\Omega_{\Lambda_{C1}} = 4 \Omega_{M0} \cos^3 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{1 - \Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} \right) + \frac{4\pi}{3} \right] ; \quad (3.48)$$

- À l'inverse, si la constante cosmologique est élevée, on obtient alors des modèles sans Big Bang. Ce n'est le cas que dans un espace fermé ($k = 1$). Au lieu d'une singularité initiale, l'Univers n'a alors jamais cessé d'accélérer. À partir de grandes valeurs du paramètre d'échelle, il se contracte jusqu'à une valeur minimale avant de poursuivre par une phase d'expansion. Pour Ω_{M0} donné, on a une solution d'Univers sans Big Bang, si $\Omega_\Lambda > \Omega_{\Lambda_{C2}}$ (FELTEN & ISAACMAN 1986).

$$\Omega_{\Lambda_{C2}} = 4 \Omega_{M0} C_{\Omega_{M0}}^3 \left[\frac{1}{3} C_{\Omega_{M0}}^{-1} \left(\frac{1 - \Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} \right) \right] \quad (3.49)$$

où

$$C_{\Omega_{M0}}(\chi) = \begin{cases} \cos \chi & (\Omega_{M0} \geq 1/2) \\ \cosh \chi & (\Omega_{M0} < 1/2) \end{cases} \quad (3.50)$$

- Les deux valeurs critiques de la constante cosmologique correspondent aux modèles d'EDDINGTON (1930), qui finissent ($\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda_{C1}}$) ou commencent ($\Omega_\Lambda = \Omega_{\Lambda_{C2}}$) de façon quasi-statique (voir Fig. 3.2) . Les valeurs asymptotiques du facteur d'échelle $R_E/R_0 = 1/(1 + z_C)$ désignent un décalage spectral minimum (z_{C1}) ou maximum (z_{C2}) que le modèle ne peut franchir :

$$z_{C1} = 2 \cos^3 \left[\frac{1}{3} \arccos \left(\frac{1 - \Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} \right) + \frac{4\pi}{3} \right] - 1 \quad (3.51)$$

$$z_{C2} = 2 C_{\Omega_{M0}}^3 \left[\frac{1}{3} C_{\Omega_{M0}}^{-1} \left(\frac{1 - \Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} \right) \right] - 1 \quad (3.52)$$

Un Univers avec Big Crunch atteint un décalage spectral minimum z_{M1} tel que $z_{M1} > z_{C1}$. Tandis qu'un modèle sans Big Bang (Univers d'EDDINGTON (1930) compris) ne peut dépasser un décalage spectral maximum z_{M2} tel que $z_{M2} \leq z_{C2}$. Dans tous les cas, ce décalage spectral critique z_C vérifie simplement

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Omega_{M0}}{2} (1 + z_C)^3. \quad (3.53)$$

- Lorsque Ω_Λ n'est pas strictement égal à une valeur critique mais qu'on a $\Lambda \gtrsim \Lambda_{C1}$ ou $\Lambda \lesssim \Lambda_{C2}$, on parle d'Univers « hésitants ». Leur histoire débute par

un Big Bang et se termine par une expansion accélérée par la constante cosmologique. Cependant le facteur d'échelle est entre temps quasiment constant durant un temps relativement long. Le décalage spectral correspondant vérifie l'Éq. (3.53). Dans le premier cas, l'Univers « hésite » à se recontracter, et dans le second il a failli commencer de façon quasi-statique. Ce type de modèles, à rapprocher de la version statique d'EINSTEIN (1917), a été introduit par LEMAÎTRE (1927) (voir Fig. 3.2) ;

- Tous les autres cas (Univers ouverts et plats, ou bien fermés avec $\Omega_{\Lambda_{C1}} < \Omega_{\Lambda} < \Omega_{\Lambda_{C2}}$) caractérisent des modèles débutant par un Big Bang et finissant par une expansion accélérée par la constante cosmologique.

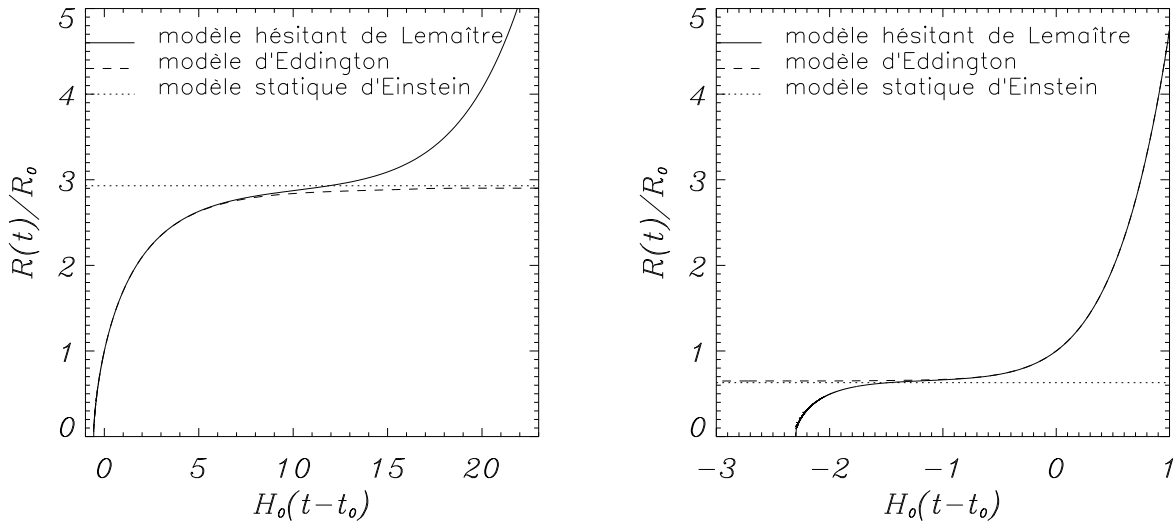
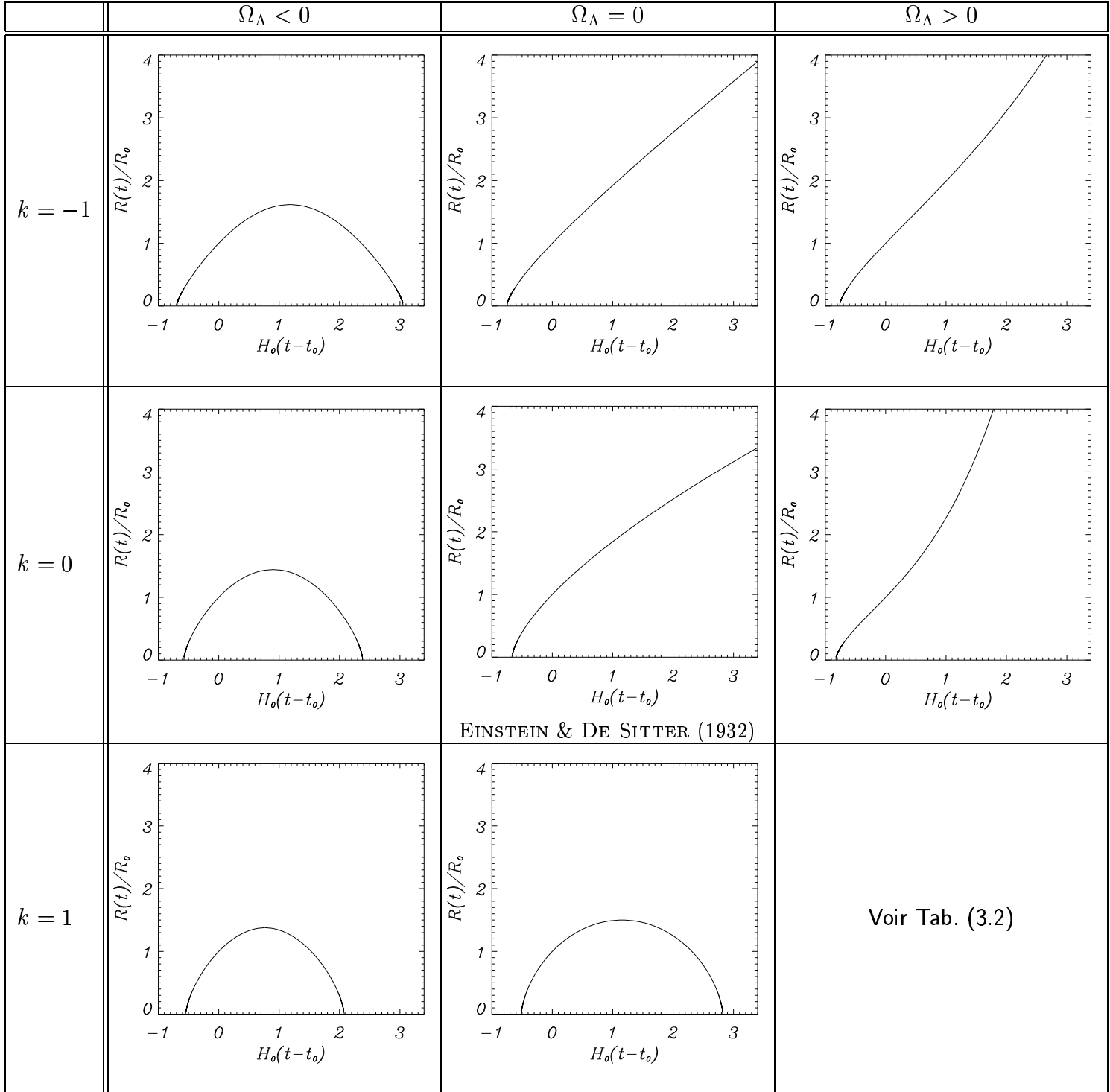


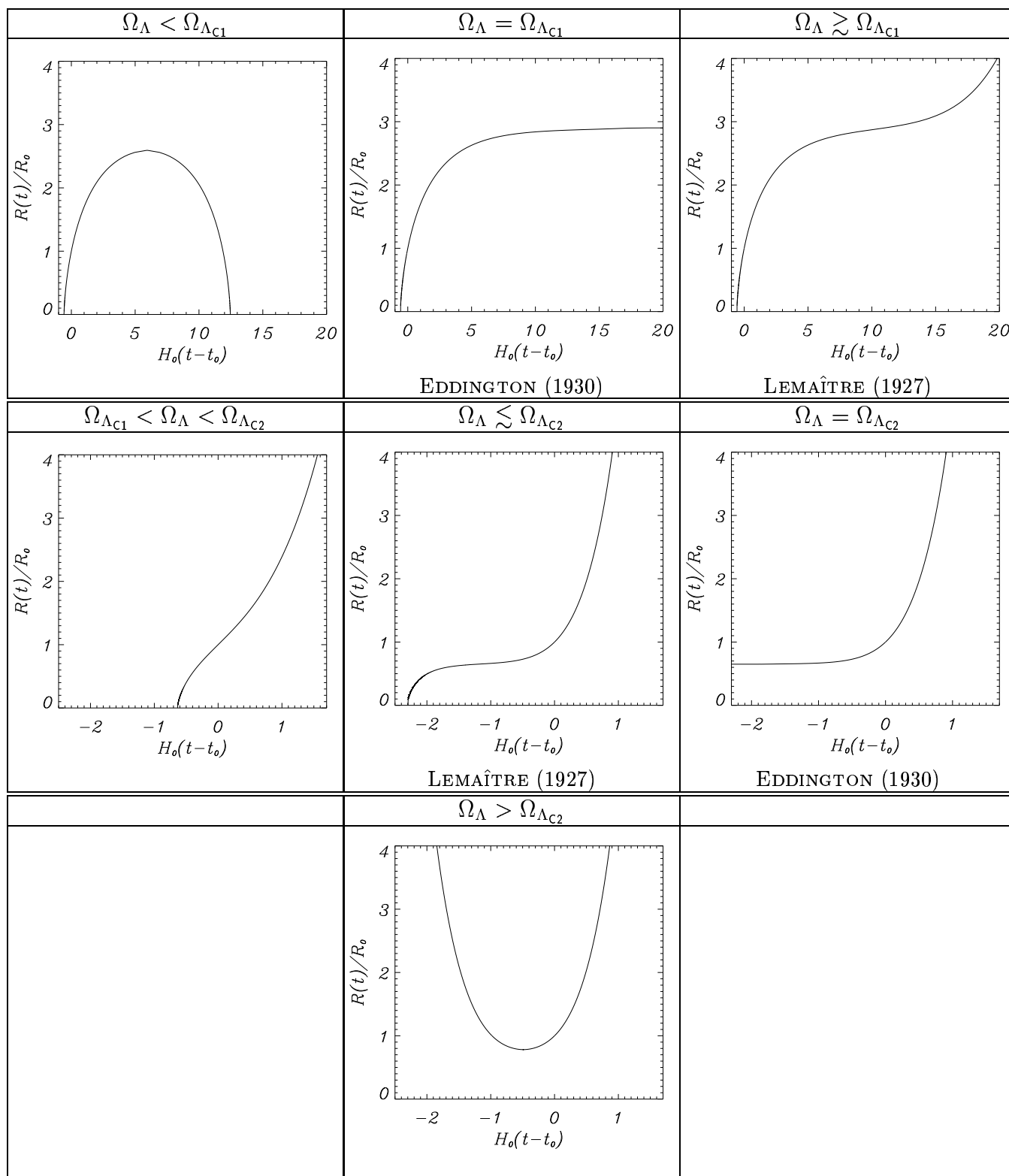
FIG. 3.2 – Le modèle d'Univers statique d'EINSTEIN (1917) est instable, il peut être considéré comme la limite asymptotique de la fin – si Λ_E est faible, figure de gauche – ou du commencement – si Λ_E est assez élevé, figure de droite – d'un Univers d'EDDINGTON (1930) en expansion. **À gauche :** modèle d'EDDINGTON (1930) pour $\Lambda_{C1} = \Lambda_E$ et Ω_{M0} correspondant (cf. Éq. (3.48)) ; modèle hésitant de LEMAÎTRE (1927) avec $\Lambda \gtrsim \Lambda_{C1}$. **À droite :** modèle d'EDDINGTON (1930) pour $\Lambda_{C2} = \Lambda_E$ et Ω_{M0} correspondant (cf. Éq. (3.49)) ; modèle hésitant de LEMAÎTRE (1927) avec $\Lambda \lesssim \Lambda_{C2}$.

Les comportements du facteur d'échelle en fonction du temps cosmique pour ces modèles sans énergie noire autre que la constante cosmologique, suivant les valeurs de Ω_{Λ} et du paramètre de courbure k , sont synthétisés dans la Tab. 3.1. La Tab. 3.2 s'attache au cas précis où $\Omega_{\Lambda} > 0$ et $k > 0$, il faut alors distinguer différents comportements suivant la valeur de Ω_{Λ} par rapport à $\Omega_{\Lambda_{C1}}$ et $\Omega_{\Lambda_{C2}}$.

Les Éqs (3.48) et (3.49) permettent en outre de séparer simplement dans un plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ les trois types généraux de modèles : Univers avec Big Bang et Big Crunch, avec Big Bang et en expansion, et sans Big Bang et en expansion (Fig. 3.3). Il suffit



TAB. 3.1 – Paramètre d'échelle en fonction du temps cosmique suivant les valeurs de la constante cosmologique réduite Ω_Λ et du paramètre de courbure k .



TAB. 3.2 – Paramètre d'échelle en fonction du temps cosmique pour $\Omega_{\Lambda} > 0$ et $k = 1$. $\Omega_{\Lambda_{C1}}$ et $\Omega_{\Lambda_{C2}}$ dépendent de Ω_{M0} respectivement par les Éqs (3.48) et (3.49).

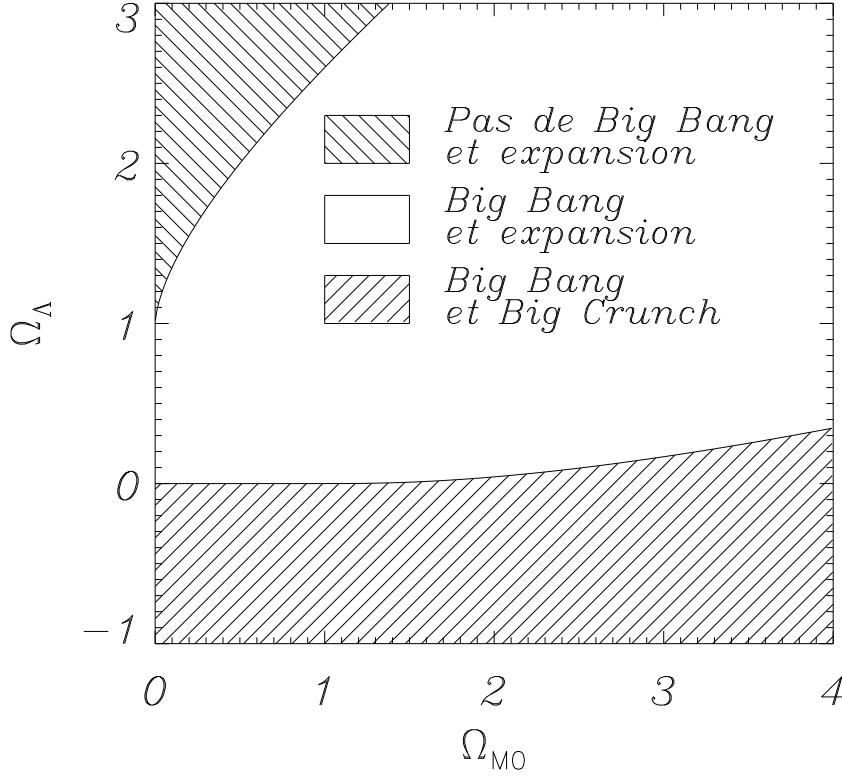


FIG. 3.3 – Le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ se sépare en trois régions suivant le type d'Univers. Zone du haut : $\Omega_{\Lambda} \geq \Omega_{\Lambda_{C2}}$, pas de Big Bang et expansion. Zone médiane : $\Omega_{\Lambda_{C1}} \leq \Omega_{\Lambda} < \Omega_{\Lambda_{C2}}$, Big Bang et expansion. Zone du bas : $\Omega_{\Lambda} < \Omega_{\Lambda_{C1}}$, Big Bang et Big Crunch.

pour cela de définir $\Omega_{\Lambda_{C1}} = 0$ pour $\Omega_{M0} \leq 1$. Lorsque Ω_{M0} tend vers l'infini, ces deux équations donnent la même limite $\Omega_{\Lambda_C} = \Omega_{M0}/2$. Par conséquent, pour les valeurs les plus générales de $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, le cas d'un Univers avec Big Bang et en expansion est très particulier. La probabilité est plus grande d'avoir des Univers sans Big Bang ou bien avec Big Bang et Big Crunch, ces deux régions étant séparées par une zone réduite où l'on trouve des possibilités physiques de la solution statique instable d'EINSTEIN (1917) : Univers d'EDDINGTON (1930) et de LEMAÎTRE (1927).

L'évolution de l'Univers peut également se suivre à travers celle des paramètres cosmologiques. À partir d'un couple de valeurs particulières $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, les flèches de la Fig. 3.4 donnent la dynamique de l'évolution de ces paramètres. On peut ainsi suivre $\Omega_M(t)$ et $\Omega_{\Lambda}(t)$. Cette figure fait apparaître plusieurs points d'équilibre et/ou d'attraction. Un Univers EdS est un point d'équilibre instable. L'origine $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) = (0, 0)$ caractérise une « selle ». C'est un point d'équilibre stable et un attracteur si la constante cosmologique est nulle. L'équilibre est au contraire instable si $\Omega_{\Lambda} \neq 0$. Enfin, le point $(0, 1)$ est dans tous les cas un point d'équilibre stable et un attracteur. La dynamique de l'Univers dépend des valeurs $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ des paramètres cosmologiques

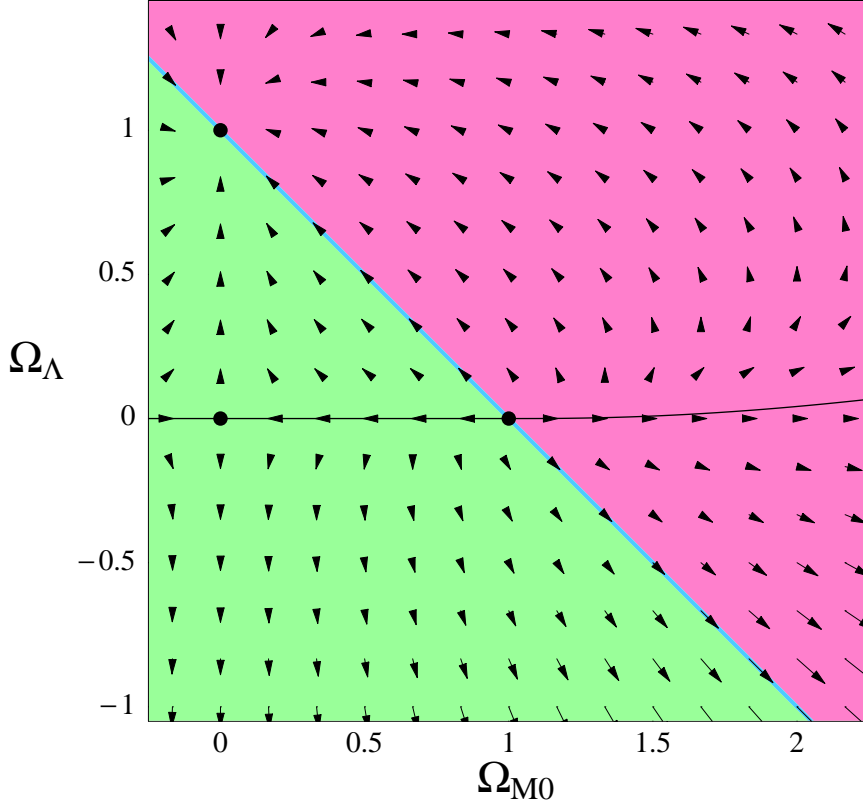


FIG. 3.4 – *Dynamique de l'Univers dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. Les flèches indiquent la direction de l'évolution de ces paramètres dans un Univers en expansion. Les points d'équilibre et/ou d'attraction sont $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) = (0,0), (1,0), (0,1), (+\infty, 0), (+\infty, +\infty), (0, -\infty)$ et $(+\infty, -\infty)$. Cette dynamique dépend des valeurs actuelles (voir texte). Figure d'après CARROLL (2001).*

prises à un instant donné, par exemple aujourd'hui. Plusieurs cas sont à considérer. Si la constante cosmologique est nulle :

- pour $\Omega_{M0} < 1$, le paramètre de densité évolue vers 0 (expansion infinie) ;
- si $\Omega_{M0} = 1$, l'Univers reste du type EdS ;
- et pour $\Omega_{M0} > 1$, il y a évolution vers un *Big Crunch* ($\Omega_M(t) \rightarrow +\infty$).

Dans le cas où $0 < \Omega_{\Lambda} < \Omega_{\Lambda_{C1}}$, la dynamique de l'Univers le conduit également vers un *Big Crunch* où les paramètres cosmologiques $(\Omega_M, \Omega_{\Lambda}) \rightarrow (+\infty, +\infty)$. Pour $\Omega_{\Lambda} > \Omega_{\Lambda_{C1}}$, l'expansion est toujours infinie et les paramètres tendent vers le point stable $(0,1)$. Enfin, si $\Omega_{\Lambda} < 0$:

- soit $\Omega_{M0} = 0$, et le *Big Crunch* final est tel que $\Omega_{\Lambda}(t) \rightarrow -\infty$;
- soit $\Omega_{M0} > 0$, et l'effondrement se caractérise par les valeurs finales $(\Omega_M, \Omega_{\Lambda}) \rightarrow (+\infty, -\infty)$ des paramètres cosmologiques.

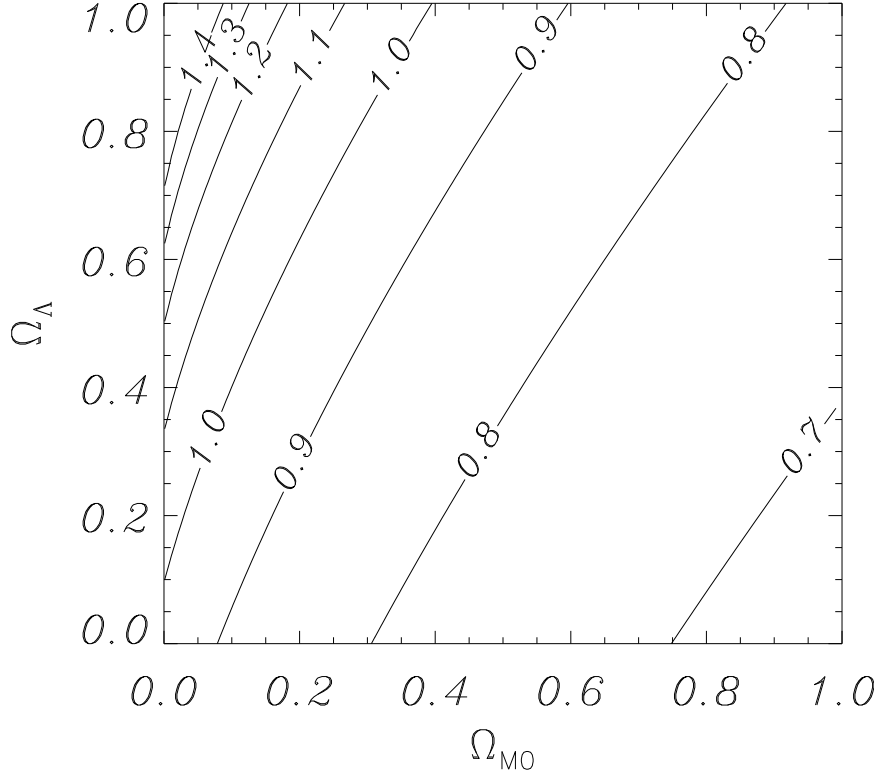


FIG. 3.5 – Âge réduit de l'Univers $H_0 t_0$ (voir Éq. (3.33) pour $z = 0$) suivant les valeurs des paramètres Ω_{M0} et Ω_Λ dans des modèles sans autre énergie noire.

Dans le cas d'un Univers avec Big Bang, on peut définir l'âge de l'Univers t_0 en posant $a = 1$ dans l'Éq. (3.32) ou $z = 0$ dans l'Éq. (3.33). Une intégration numérique est nécessaire dans le cas général. Pour les modèles sans énergie noire, on obtient la solution analytique de l'Éq. (3.36). On a alors toujours $t_0 < H_0^{-1} = 9,78 \times 10^9 h^{-1}$ ans et en particulier l'Éq. (3.40) dans un modèle EdS. Pour les modèles avec constante cosmologique mais sans autre énergie noire, on peut tracer $H_0 t_0$ en fonction des valeurs de Ω_{M0} et Ω_Λ (Fig. 3.5). L'âge de l'Univers dépend largement de ces paramètres, et peut même en être une contrainte (voir § 4.2.6). En particulier, un modèle plat est compatible avec un âge plus élevé si on considère une constante cosmologique non nulle. De manière générale, pour une vitesse d'expansion donnée, plus l'Univers est massif, plus il est jeune. En effet, le paramètre d'échelle est aujourd'hui fini, alors qu'il diverge lors du Big Bang. Une masse plus importante aura tendance à « freiner » plus vite l'expansion pour qu'elle atteigne sa valeur actuelle. A contrario, une constante cosmologique positive va s'opposer à cette décélération. Plus Ω_Λ est grand, plus l'Univers est donc âgé.

En considérant un modèle muni d'énergie noire, mais sans constante cosmologique, on peut tracer $H_0 t_0$ en fonction des valeurs de Ω_{M0} et w (Fig. 3.6). On se place pour

cela dans le cas d'un modèle plat : $\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$. Le cas $w = -1$ est formellement identique à une constante cosmologique $\Omega_{\Lambda} \equiv \Omega_{X0}$. On obtient la valeur $H_0 t_0 = 2/3$ pour les Univers EdS (lignes $\Omega_{M0} = 1$ et $w = 0$).

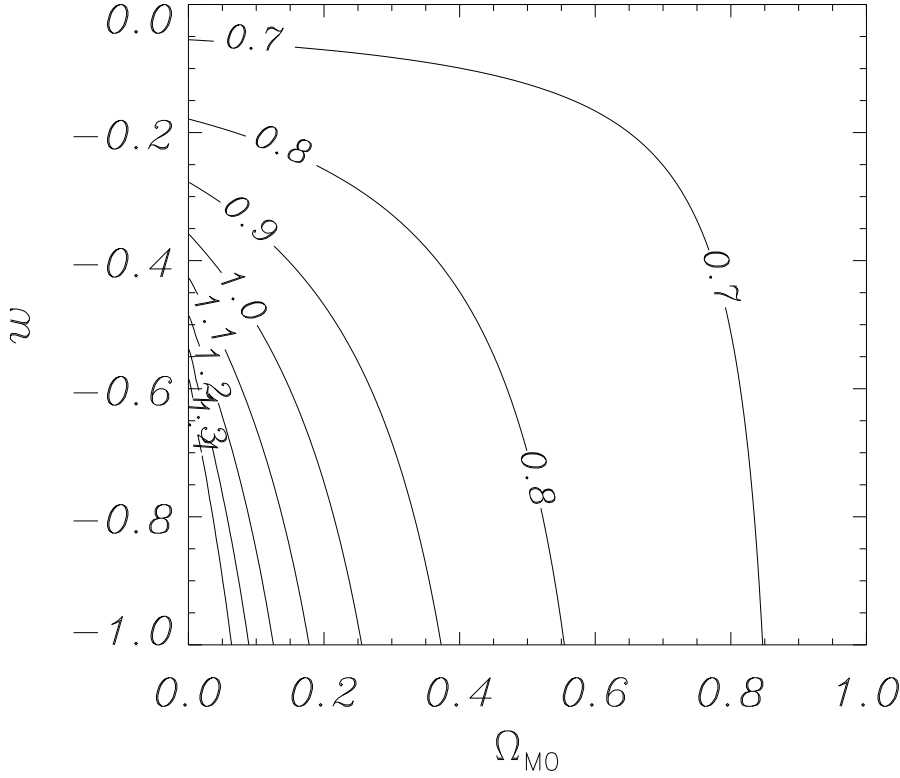


FIG. 3.6 – Âge réduit de l'Univers $H_0 t_0$ (voir Éq. (3.33) pour $z = 0$) suivant les valeurs des paramètres de densité de matière Ω_{M0} et d'énergie noire w dans des modèles plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) où $\Omega_{\Lambda} = 0$. Le cas $w = -1$ est toutefois formellement identique à une constante cosmologique $\Omega_{X0} \equiv \Omega_{\Lambda}$.

3.4.3 Distances cosmologiques

Tout comme l'Éq. (3.31) donne accès au temps cosmique, on peut également en déduire l'expression des distances cosmologiques. La distance propre D_P (Éq. (3.13)) nécessite la connaissance de la coordonnée χ . Or l'équation de la trajectoire radiale d'un photon est (cf. Éq. (3.4)) $R d\chi = c dt$, soit $d\chi = c dR / (R \dot{R}) = c dz / (R_0 H)$. L'Éq. (3.31) fournit l'expression du paramètre d'échelle en fonction du décalage spectral :

$$H(z) = H_0 (1+z) \sqrt{\sum_i \Omega_i (1+z)^{3w_i+1}} \quad (3.54)$$

On peut ainsi exprimer la distance propre D_P (Éq. (3.13)), ainsi que les distances diamètre-angulaire (Éq. (3.14)) et luminosité (Éq. (3.16)) en utilisant $r = S_k(\chi)$.

Distances cosmologiques.

$$D_P(z) = \int_0^z \frac{c \, dz}{H(z)} \quad (3.55)$$

$$D_A(z) = \frac{1}{1+z} S_k \left(\int_0^z \frac{c \, dz}{H(z)} \right) \quad (3.56)$$

$$D_L(z) = (1+z)^2 D_A(z) \quad (3.57)$$

$$D_A(z_1, z_2) = \frac{1}{1+z_2} S_k \left(\int_{z_1}^{z_2} \frac{c \, dz}{H(z)} \right) \quad (3.58)$$

$$D_L(z_1, z_2) = (1+z_2)^2 D_A(z_1, z_2) \quad (3.59)$$

La distance diamètre-angulaire $D_A(z_1, z_2)$ entre deux objets situés à des décalages spectraux z_1 et z_2 sera utile dans le cas des *lentilles gravitationnelles* (cf. § 5).

Ces calculs doivent être effectués numériquement dans le cas le plus général, mais il est possible d'intégrer analytiquement l'expression des distances en fonction du décalage spectral pour un Univers dominé par la matière (MATTIG 1958). On trouve dans ce cas (WEINBERG 1972) :

$$D_A(z) = \frac{2c}{H_0} \frac{(\sqrt{1+\Omega_{M0}z} - 1)(\sqrt{1+\Omega_{M0}z} - 1 + \Omega_{M0})}{\Omega_{M0}^2(1+z)^2} \quad (3.60)$$

$$D_L(z) = (1+z)^2 D_A(z) \quad (3.61)$$

$$D_A(z_1, z_2) = \frac{2c}{H_0} \frac{(\sqrt{1+\Omega_{M0}z_2} - \sqrt{1+\Omega_{M0}z_1})(\sqrt{(1+\Omega_{M0}z_1)(1+\Omega_{M0}z_2)} - 1 + \Omega_{M0})}{\Omega_{M0}^2(1+z_1)(1+z_2)^2} \quad (3.62)$$

$$D_L(z_1, z_2) = (1+z_2)^2 D_A(z_1, z_2) \quad (3.63)$$

Dans un Univers ouvert ou fermé, on peut également donner une expression exacte des distances cosmologiques, sous forme de fonctions hypergéométriques ou solutions de l'équation de Heun (ERDÉLYI et al. 1955), lorsqu'en plus de la matière figure un autre terme : constante cosmologique (KANTOWSKI 1998) ou énergie noire pour $w = -1/3$ ou $-2/3$ (SERENO et al. 2001).

Pour un Univers plat, les fonctions hypergéométriques permettent également d'exprimer D_L ou D_A si la matière coexiste avec une constante cosmologique (KANTOWSKI 1998), de l'énergie noire vérifiant $w = -1/3$ (LIMA & ALCANIZ 2000), ou bien une quantité non négligeable de rayonnement (SERENO et al. 2001).

La Fig. 3.7 porte la distance luminosité $D_L(z)$ pour différentes cosmologies (les modèles considérés ont une énergie noire – autre qu'une constante cosmologique –

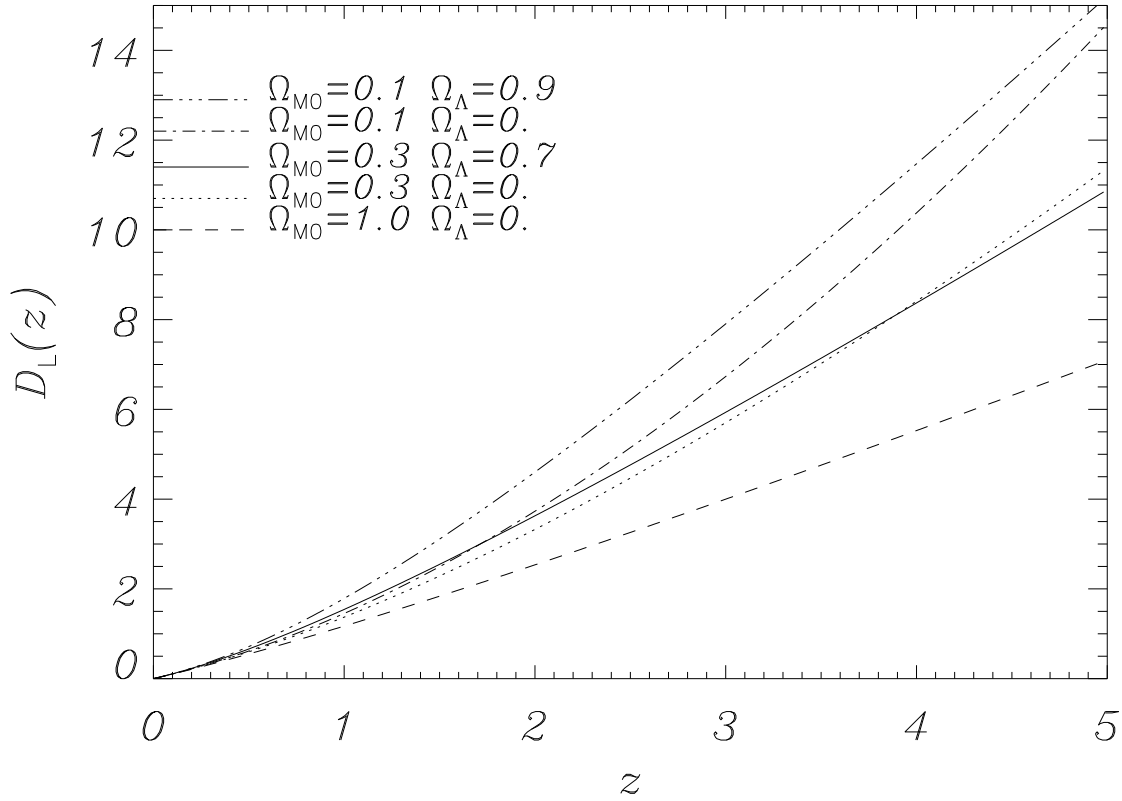


FIG. 3.7 – Distance luminosité $D_L(z)$ pour différentes cosmologies (modèles sans énergie noire autre qu'une constante cosmologique), en unités c/H_0 .

nulle), en unités c/H_0 . Pour des décalages spectraux faibles, on suit la loi classique $D = c/H_0 z$, avant de s'en écarter de façon différente suivant les modèles. Comme on l'a vu précédemment, indépendamment de H_0 , plus un Univers est dense plus il est jeune. Pour un décalage spectral donné, la distance luminosité est donc plus grande lorsque le paramètre de densité est plus faible. Pour les mêmes raisons, la tendance est inverse en considérant l'influence de la constante cosmologique.

Par définition (Éq. (3.16)), la distance luminosité est proportionnelle au paramètre d'échelle actuel et tient compte de l'expansion, qui diminue l'énergie reçue en un temps donné, en augmentant d'autant la distance de la source. $D_L(z)$ augmente donc régulièrement avec z . Ce n'est pas le cas de la distance diamètre-angulaire (Fig. 3.8). La taille de l'objet est en effet alors calculée en utilisant le paramètre d'échelle à l'époque où il émet la lumière que nous recevons (Éq. (3.14)). Et $R(t)$ tend vers 0 en se rapprochant du Big Bang. Proportionnelle pour z faible à $c/H_0 z$, $D_A(z)$ passe donc par un maximum (Fig. 3.8). Comme précédemment, la distance diamètre-angulaire d'un objet situé à un décalage spectral donné diminue avec Ω_{M0} et augmente avec Ω_Λ . On aboutit au même type d'influence en considérant des modèles sans constante cosmologique mais avec une énergie noire ($-1 \leq w \leq 0$), dans le cas d'un Univers

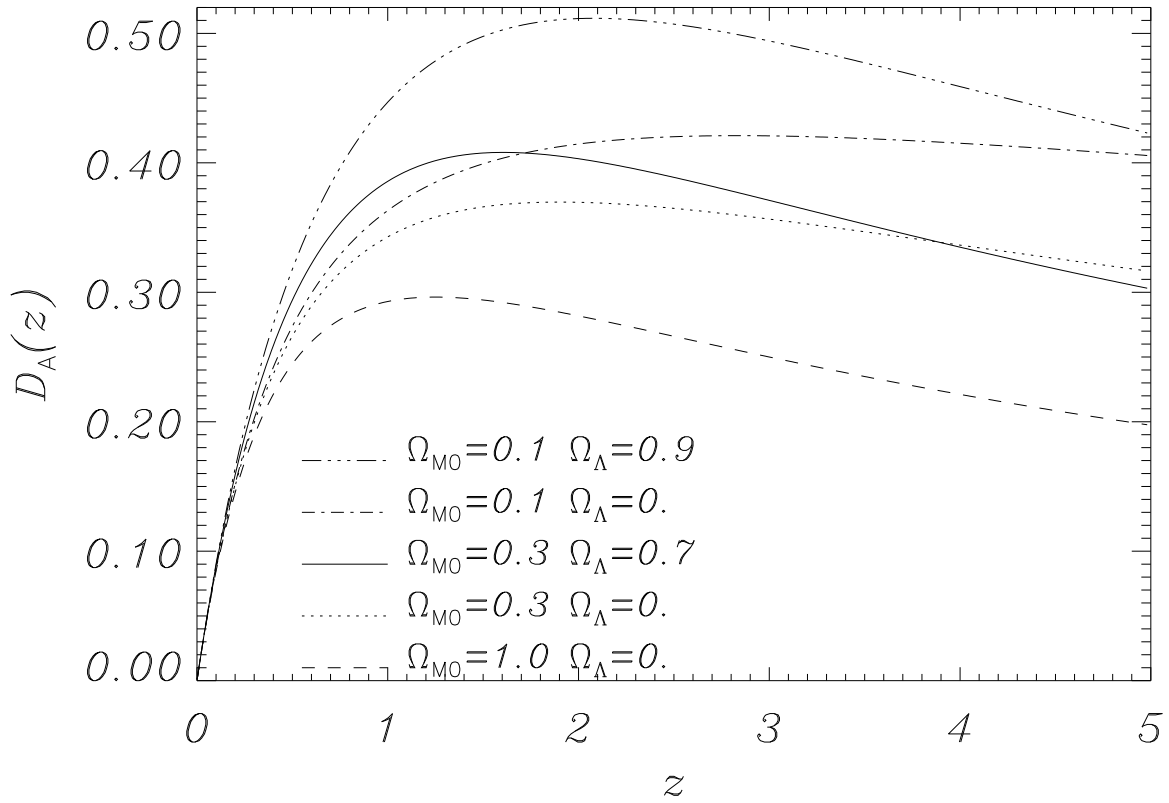


FIG. 3.8 – Distance diamètre-angulaire $D_A(z)$ pour différentes cosmologies (modèles sans énergie noire autre qu'une constante cosmologique), en unités c/H_0 .

plat (Fig. 3.9). Plus w tend vers 0, plus on se rapproche d'un modèle EdS. Et plus w tend vers -1 , plus on se rapproche d'un Univers plat avec constante cosmologique. $D_A(z)$ diminue donc lorsque Ω_{M0} ou w augmentent.

Nous allons maintenant décrire plus en détail la période particulière du Big Bang, lorsque le paramètre d'échelle tend vers 0.

3.5 Modèle du Big Bang

En remontant dans le passé, le paramètre d'échelle R est de plus en plus faible et les densités de matière (Éq. (3.23)) et de rayonnement (Éq. (3.24)) de plus en plus élevées. L'Univers est alors très dense, et la température $T \propto 1/R$ du FDC³ de plus en plus importante. En particulier, les photons sont à un moment assez énergétiques pour ioniser les atomes. On a alors un plasma constitué de noyaux, d'électrons et

3. Si l'on considère l'évolution comme réversible, alors l'entropie se conserve dans le volume comobile $V \propto R^3$, l'expansion est adiabatique et telle que $TV^{\gamma-1} = \text{Cste}$. Pour le rayonnement, l'Éq. (3.21) de conservation de l'énergie donne $\gamma = 4/3$, soit $T \propto R^{-1}$.

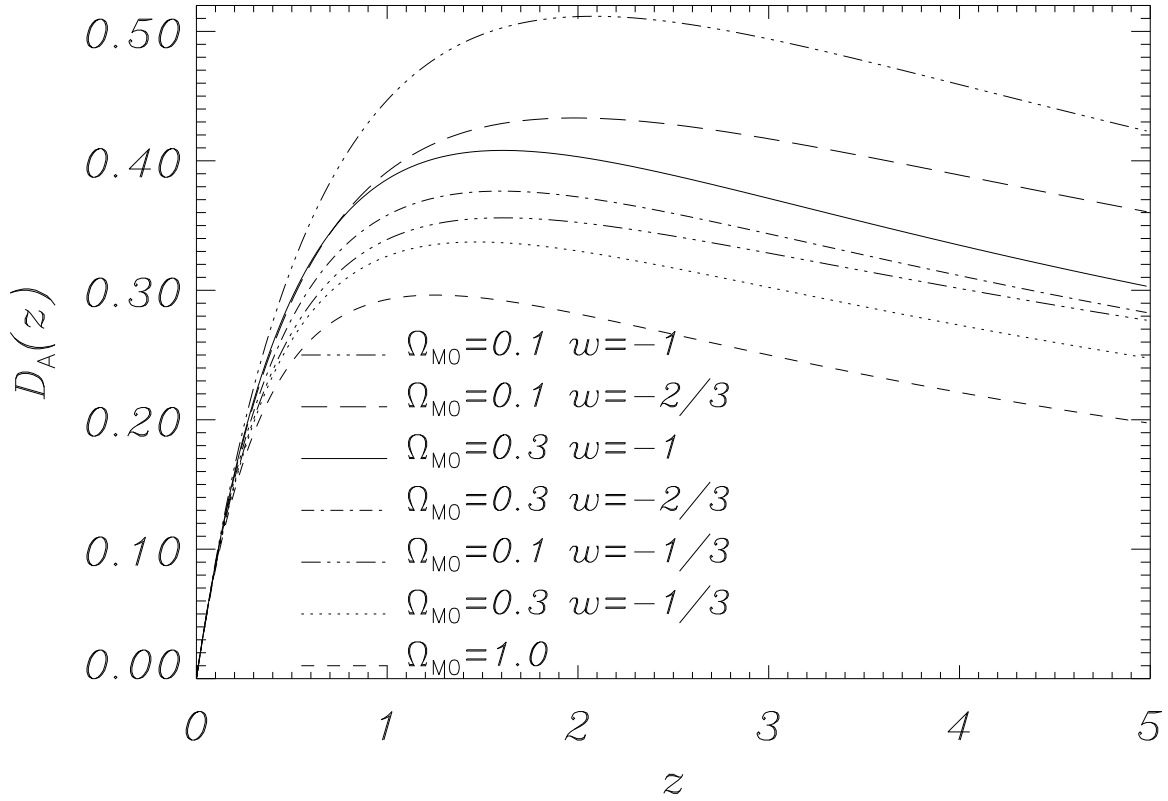


FIG. 3.9 – Distance diamètre-angulaire $D_A(z)$ pour différentes cosmologies (modèles sans constante cosmologique), en unités c/H_0 . On considère des Univers plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$).

de rayonnement. De par les interactions entre les électrons et les photons, il y avait équilibre entre la matière et le rayonnement. La température du FDC pouvait être considérée comme la température de l'Univers dans son ensemble.

De manière générale, plus la température T du rayonnement, et donc l'énergie $E \sim k_B T$ des photons, devient grande, plus des particules élémentaires peuvent exister. L'énergie est en effet suffisante pour créer une particule et son anti-particule et détruire des associations plus complexes qui pourraient se créer. Toute particule a donc pu être créée depuis la singularité initiale à condition que la température dépasse une température de seuil T_s telle que $k_B T_s = mc^2$ (énergie de masse au repos). Lorsque l'Univers se refroidit en dessous de la température de seuil d'une espèce donnée, celle-ci ne peut plus être produite. Son avenir est alors lié à ses interactions avec les autres constituants du fluide primordial. L'évolution d'une particule donnée dépend de son énergie E et de son potentiel chimique μ par rapport à l'énergie thermique $k_B T$. On peut alors définir différentes quantités qui déterminent l'état d'équilibre d'une espèce

de particules à la température T .

Statistique à l'équilibre.			
densité particulaire	n	$=$	$\frac{1}{h^3} \int_0^\infty f(p) 4\pi p^2 dp$
densité d'énergie	ρ	$=$	$\frac{1}{h^3} \int_0^\infty f(p) E(p) 4\pi p^2 dp$
pression	P	$=$	$\frac{1}{h^3} \int_0^\infty f(p) \frac{p^2 c^2}{3E(p)} 4\pi p^2 dp$
énergie	$E(p)^2$	$=$	$p^2 c^2 + m^2 c^4$
nombre d'occupation	$f(p)$	$=$	$\frac{g}{e^{\frac{E(p)-\mu}{k_B T}} \pm 1}$

Le nombre d'occupation des états quantiques $f(p)$ prend un $+$ au dénominateur pour des *fermions* (distribution de Fermi-Dirac) et un $-$ pour des *bosons* (distribution de Bose-Einstein). g est le nombre de degrés de liberté internes associés (états de spins, de polarisation, etc.) et μ le potentiel chimique de l'espèce. Le potentiel chimique des bosons de jauge (comme les photons) est nul, car ils ne sont pas soumis à une loi de conservation. Pour les autres espèces, on suppose que $\mu \ll k_B T$, c'est-à-dire qu'à l'équilibre le plasma est peu sensible à une variation du nombre de particules (qui est thermodynamiquement la quantité extensive conjuguée du potentiel chimique). Dans ces conditions on peut expliciter la densité particulaire dans deux cas limites :

- pour des espèces ultra-relativistes ($E \sim k_B T \gg mc^2$), les particules se comportent comme si elles étaient non massives. En distinguant les bosons et les fermions, on a :

$$n_B = 8\pi \zeta(3) g_B \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^3 \quad (3.64)$$

$$n_F = 6\pi \zeta(3) g_F \left(\frac{k_B T}{hc} \right)^3 ; \quad (3.65)$$

- dans le cas non-relativiste ($E \sim mc^2 \gg k_B T$), on obtient

$$n = 4\pi g \left(\frac{\sqrt{2mk_B T}}{h} \right)^3 e^{-\frac{mc^2}{k_B T}}. \quad (3.66)$$

L'histoire des différentes particules et de leur éventuelle association dépend donc de leurs caractéristiques. Il existe quatre types de particules élémentaires : deux types de quarks et deux types de leptons (neutres et chargés). Chacun comprend trois familles, les leptons chargés sont ainsi l'électron e^- , le μ^- et le τ^- ; les leptons neutres sont les neutrinos associés (ν_e , ν_μ et ν_τ). À côté de cela, il existe des bosons d'interaction, véhiculant la force associée : graviton (gravitation), photon (force électromagnétique), W^+ , W^- et Z_0 (force nucléaire faible) et gluons (force nucléaire forte). Les premiers instants de l'Univers sont d'ailleurs dominés par l'unification des quatre interactions fondamentales.

3.5.1 Premiers instants

En deçà du temps de Planck ($t_{\text{Pl}} = 7,6 \times 10^{-43}$ s), la physique de l'Univers est relativement hypothétique. C'est l'ère de la gravitation quantique où toutes les interactions sont unifiées. Des théories impliquant des supercordes ont été avancées pour décrire cette période (POLCHINSKI 1999).

À l'issue de l'ère de Planck, l'interaction gravitationnelle se différencie des autres, unifiées selon la théorie de grande unification (TGU) (GEORGI & GLASHOW 1974). Le rayonnement, très énergétique, est en équilibre avec les quarks et les leptons. Ceux-ci interagissent via les bosons X et Y. Les particules et les anti-particules sont alors en nombre strictement égaux, se créant et s'annihilant de manière équilibrée à ce niveau d'énergie. Cette période cesse lorsque les photons sont moins énergétiques que les bosons d'interaction pour lesquels $E = mc^2 \simeq 10^{15}$ GeV. Ceci correspond à une température $T \sim E/k_B = 10^{28}$ K et un temps cosmique $t \sim 10^{-35}$ s (dans un Univers dominé par le rayonnement, en négligeant la courbure et la constante cosmologique, la résolution de l'Éq. (3.32) donne $R \propto \sqrt{t}$, avec ici $R \propto T^{-1}$).

La transition entre la grande unification et la physique ordinaire a produit une brisure de symétrie. Cette transition de phase a pu se dérouler de façon cohérente dans certaines régions de l'espace, mais différemment d'une région à l'autre. Après la transition, l'Univers serait divisé en différentes zones où règne la physique ordinaire. Celles-ci ne se raccordent pas parfaitement et laissent subsister des défauts aux jointures. De grandes quantités d'énergie ont pu être piégées à ces frontières, créant ainsi des défauts topologiques. Selon les variantes de TGU, ceux-ci occuperaient des points (monopôles magnétiques), des lignes (cordes cosmiques) ou des surfaces (murs domainaux) (DURRER 1999). Ces défauts pourraient être une composante de l'énergie noire (voir § 4.3.2).

Lorsque la température diminue encore commence l'ère hadronique. Le plasma est alors constitué de quarks (qui interagissent entre eux par l'interaction forte véhiculée par les gluons) et de leptons ; les réactions entre ces deux types de particules se faisant par la force électrofaible (WEINBERG 1980) à travers les photons et les bosons W et Z. Ceux-ci ont une masse nulle jusqu'à ce que les forces électromagnétiques et faibles se séparent (transition électrofaible vers $T \simeq 10^{15}$ K). Les bosons d'interaction ont alors une énergie $E = mc^2 \sim k_B T \simeq 100$ GeV.

À partir de $T \simeq 10^{13}$ K, le rayonnement n'a plus assez d'énergie pour dissocier les assemblages de quarks. Ceux-ci se confinent à l'intérieur des *hadrons* : *baryons* ou *mésos*. Un groupement de trois quarks est ainsi un baryon (parmi lesquels on trouve les *nucléons* – proton et neutron – et les *hypérons*). Les mésons (*pions*, *kaons*) sont quant à eux constitués de deux quarks. Cette époque est la transition quarks-hadrons. Cependant, les nucléons, formés sous leur température de seuil, s'annihilent pour ne laisser que peu de protons et de neutrons (comparé au rayonnement et aux leptons). Bien que matière et anti-matière soient présentes en quantités égales, il n'y a alors pas une disparition totale des nucléons. En effet, le taux de désintégration d'une particule n'est pas toujours identique à celui de l'anti-particule correspondante

à cause de la violation de charge-parité (CP) (SAKHAROV 1967). Il en résulte ainsi alors une dissymétrie en faveur des protons et des neutrons. L'annihilation des pions (qui sont les hadrons de plus faible énergie, $E \simeq 100$ MeV) marque la fin de l'ère hadronique au bout de $t \simeq 10^{-4}$ s.

Au début de l'ère leptonique, le plasma est essentiellement constitué de leptons chargés (e^- , μ^- , τ^-), de leurs neutrinos associés et des anti-particules correspondantes, le tout en équilibre avec le rayonnement. Les protons et les neutrons, alors en nombre égal, sont beaucoup moins nombreux ; leur équilibre est garanti par les interactions faibles suivantes :

$$n \rightleftharpoons p + e^- + \bar{\nu}_e \quad (3.67)$$

$$\nu_e + n \rightleftharpoons p + e^- \quad (3.68)$$

$$e^+ + n \rightleftharpoons p + \bar{\nu}_e \quad (3.69)$$

Lorsque l'énergie du rayonnement devient plus faible que la différence d'énergie de masse entre le neutron et le proton (soit $E \simeq 1$ MeV), les neutrinos n'interagissent plus avec les nucléons. La température de découplage faible, entre matière et neutrinos, est ainsi de $T \sim E/k_B \simeq 10^{10}$ K. Les neutrinos peuvent alors voyager librement dans l'espace. C'est pourquoi on doit pouvoir observer aujourd'hui un fond diffus de neutrinos cosmologiques – même si la détection semble un défi eu égard à la très faible interaction entre ces particules et la matière – à une température de 1,95 K.

En notant x_p et x_n les fractions massiques de protons et de neutrons, on déduit de l'équilibre statistique des trois relations précédentes qu'au moment du découplage des neutrinos ($t \simeq 1$ s), on a :

$$\frac{x_n}{x_p} = \exp \left(-\frac{m_n c^2 - m_p c^2}{k_B T} \right) \simeq \frac{1}{6}. \quad (3.70)$$

Ensuite la réaction (3.67) de désintégration du neutron domine. La durée de vie moyenne du neutron libre est de 15 min, mais il pourra être conservé dans les premiers noyaux atomiques formés pendant la nucléosynthèse primordiale (« *Big Bang Nucleosynthesis* », ou *BBN* en anglais), qui dure 3 min.

3.5.2 Nucléosynthèse primordiale

C'est à GAMOW (1946) et ALPHER et al. (1948) que l'on doit l'idée de la nucléosynthèse primordiale et les premiers calculs d'abondance des éléments légers. Leur production dépend principalement du nombre relatif de neutrons alors présents ($x_n/x_p \simeq 1/6$), de la durée de vie du neutron ($\simeq 15$ min), de l'énergie de liaison du premier élément formé, le deutérium D ($B_D = 2,23$ MeV) et du rapport entre les densités numériques de baryons et de photons. Cette quantité est restée inchangée depuis : le nombre de baryons est le même depuis la transition quarks-hadrons, ainsi que la quantité de photons depuis l'annihilation électrons-positrons qui marque la fin de l'ère

leptonique⁴ lorsque l'énergie du rayonnement devient plus faible que $E = 0.511$ MeV (énergie de masse au repos de l'électron). On peut donc calculer à l'époque actuelle la valeur $\eta = n_b/n_\gamma$. On a simplement $n_b = \Omega_b \rho_c / m_b$ et $n_\gamma = 16\pi \zeta(3) \left(\frac{k_B T_{\gamma 0}}{hc} \right)^3$ selon les lois de rayonnement thermique d'un corps à la température actuelle $T_{\gamma 0} = 2.725$ K (MATHER et al. 1999). On calcule ainsi

$$\eta = \frac{n_b}{n_\gamma} = 2,74 \times 10^{-8} \Omega_b h^2. \quad (3.71)$$

Pour le rayonnement, l'entropie est proportionnelle au nombre de particules (PEACOCK 1999), on appelle par conséquent *entropie par baryon* la quantité $\eta^{-1} = n_\gamma/n_b$. On introduit en pratique $\eta_{10} = 10^{10} \eta$, ce qui donne

$$\Omega_b h^2 = 3,65 \times 10^{-3} \eta_{10}. \quad (3.72)$$

À $t \simeq 3$ min, la plupart des neutrons ont ainsi échappé à une désintégration en se combinant à un proton pour former des noyaux de deutérium. On a alors $x_n/x_p \simeq 1/7$. La température est à cet instant suffisamment basse (10^8 K) pour former successivement les éléments légers : hélium ^3He et ^4He , lithium ^6Li et ^7Li et béryllium ^7Be . L'absence de noyaux stables correspondant à des nombres de masse $A = 5$ et 8 a empêché les réactions de continuer. De plus, les éléments plus lourds ont une énergie de liaison par nucléon trop faible pour résister aux chocs et au rayonnement.

La nucléosynthèse se termine lorsque l'énergie des protons n'est pas suffisante pour vaincre la répulsion coulombienne et s'associer, soit pour $E \simeq 1$ keV à $t \simeq 30$ min. À ce niveau d'énergie, seul l'hélium ^4He se forme de façon notable et concentre quasiment tous les neutrons présents au début de la nucléosynthèse. On peut ainsi donner une estimation de la fraction massique d'hélium ^4He , en supposant que l'Univers n'est constitué alors que d'hydrogène ^1H et d'hélium ^4He :

$$x_{^4\text{He}} \simeq \frac{2x_n}{x_n + x_p} = \frac{2}{1 + \frac{x_p}{x_n}} = 0,25. \quad (3.73)$$

L'observation des régions HII prouve en effet qu'environ un quart de la masse est sous forme d'hélium ^4He (IZOTOV et al. 1997). De façon générale, l'abondance primordiale de l'ensemble des éléments produits durant la nucléosynthèse dépend de $\Omega_b h^2$ (Éq. (3.71)) que l'on peut donc contraindre (voir BURLES et al. 2001, et la Fig. 3.10). La fraction massique d'hélium ^4He permet également d'estimer le nombre de familles de neutrinos. Les contraintes cosmologiques étaient ainsi compatibles avec l'existence de 3 espèces (BARROW & MORGAN 1983), avant que ce résultat soit confirmé en physique des particules (DECAMP et al. 1989) avec la mise en place du LEP, grand accélérateur du CERN.

4. Il n'y a toutefois pas disparition totale des électrons qui sont légèrement plus nombreux que les positrons grâce à la violation CP. De plus l'expansion amène une raréfaction des rencontres électrons-positrons, et donc des annihilations.

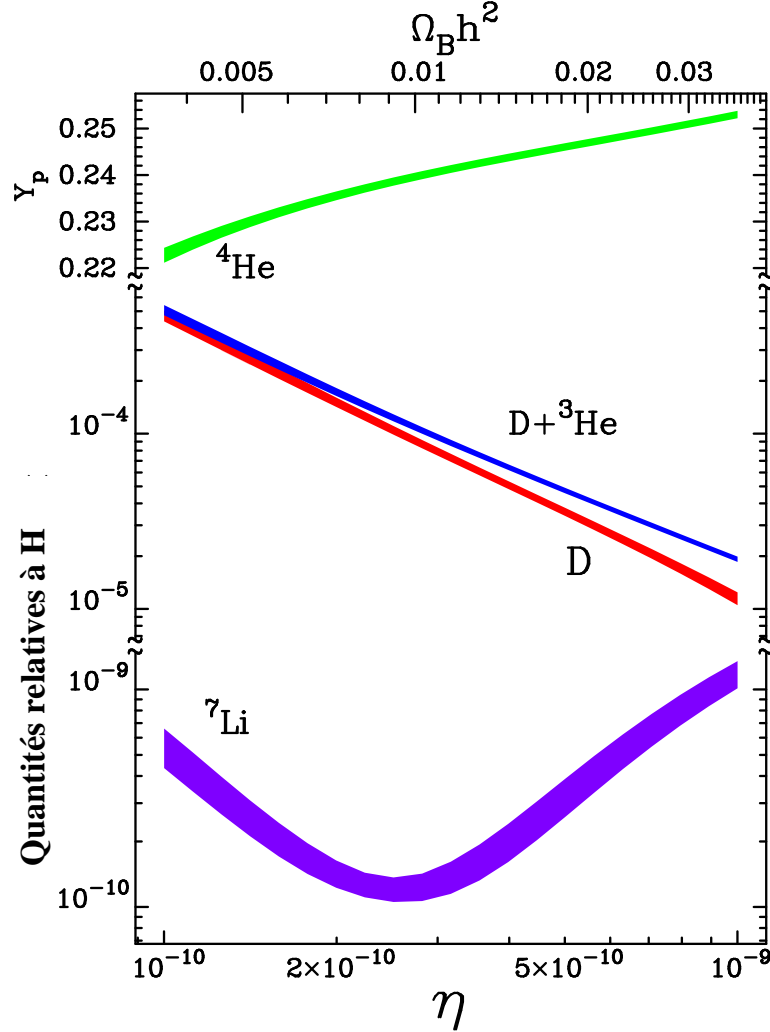


FIG. 3.10 – Abondance primordiale des éléments légers produits lors de la nucléosynthèse en fonction de la densité de baryons, selon le modèle de BURLES et al. (2001). Y_P est la quantité relative d'hélium ${}^4\text{He}$. Les autres abondances sont relatives à l'hydrogène H. La largeur des courbes caractérise un écart-type de 2σ . L'observation de ces abondances permet ainsi d'estimer $\Omega_b h^2 = 3,65 \times 10^7 \eta$.

3.5.3 Recombinaison électronique. Fond diffus cosmologique

Comme on l'a vu au § 3.4.2, la densité d'énergie de la matière devient égale à celle du rayonnement (photons et neutrinos) pour $z \simeq 2,37 \times 10^4$, $\Omega_{M0} h^2 \simeq 3000$, soit une énergie $E \simeq 1$ eV lors de cette équivalence.

La *recombinaison électronique* caractérise l'étape importante suivante où protons et électrons s'associent pour former des atomes d'hydrogène (il s'agit en fait de la première combinaison entre ces éléments). En négligeant la fraction molaire d'hélium

^4He ($\simeq 7,5\%$), l'étude statistique de l'équilibre de la réaction



donne une énergie $E_{\text{rec}} = 0,3 \text{ eV}$. Cette valeur est plus faible que le potentiel d'ionisation de l'hydrogène ($13,6 \text{ eV}$) car les photons sont bien plus nombreux que les électrons. La température du rayonnement doit donc être suffisamment basse pour qu'il y ait statistiquement peu de photons assez énergétiques pour ioniser les atomes formés. C'est par l'intermédiaire des électrons que matière et rayonnement interagissaient. La recombinaison marque la fin de ce couplage. Chacune des composantes poursuit alors une histoire séparée. Les photons sont libres de se propager, pratiquement sans interaction ; le gaz cosmique neutre est devenu transparent. À cette surface de dernière diffusion, les photons avaient un spectre de corps noir à la température $T \simeq 3000 \text{ K}$, soit une densité numérique spectrale

$$n_\nu(T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{k_B T}} - 1}. \quad (3.75)$$

Le rayonnement était donc essentiellement visible. Dans sa traversée cosmique jusqu'à aujourd'hui, le rayonnement a conservé la forme d'équilibre thermique qu'il avait à la recombinaison. L'expansion a simplement décalé le spectre vers les longueurs d'onde radio, la température actuelle étant de $T_{\gamma 0} = T/(1 + z_{\text{rec}})$. Des mesures sur les données de *COBE* (MATHER et al. 1999) donnent $T_{\gamma 0} = 2.725 \pm 0.002 \text{ K}$. Dans leur étude de l'Univers primordial, ALPHER & HERMAN (1948) avaient prévu l'existence du rayonnement fossile. Ce fond diffus radio isotrope fut découvert fortuitement par PENZIAS & WILSON (1965), et son origine cosmologique a aussitôt été interprétée par DICKE et al. (1965).

L'ensemble de ce premier million d'années constitue l'Univers primordial (KOLB & TURNER 1990) synthétisé dans la Tab. 3.3.

3.5.4 Formation des structures

Après ce premier million d'années, l'Univers est dominé par la matière. Le paramètre d'échelle $a = 1/(1 + z)$ est donc relié de façon différente au temps cosmique. Pour un modèle EdS, on a ainsi $a \propto t^{2/3}$ (cf. § 3.4.2).

À partir du découplage, la pression de rayonnement n'empêche plus la matière de se condenser. On peut ainsi étudier l'instabilité gravitationnelle d'une distribution de densité $\rho(\mathbf{r}, t)$. En notant $\bar{\rho}(t)$ la densité moyenne, on définit le *contraste de densité*

$$\delta(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho(\mathbf{r}, t) - \bar{\rho}(t)}{\bar{\rho}(t)}. \quad (3.76)$$

Les modèles donnent simplement cette quantité dans le domaine linéaire ($\delta < 1$) (PEEBLES 1993). Mais les calculs de croissance des fluctuations sont impossibles lorsqu'elles deviennent non-linéaires (c'est le cas à l'échelle des galaxies et des amas qui

temps t	décalage spectral z	température T	énergie E	grandes ères, événements
?	?	?	?	ère de Planck, gravitation quantique
10^{-43} s	10^{32}	10^{32} K	10^{19} GeV	découplage gravitation/TGU, ère de grande unification (TGU)
10^{-35} s	10^{28}	10^{28} K	10^{15} GeV	découplage interactions forte/électrofaible, transition de phase, inflation
10^{-11} s	10^{15}	10^{15} K	100 GeV	découplage interactions électromagnétique/faible
10^{-6} s	10^{13}	10^{13} K	1 GeV	transition quarks/hadrons, ère hadronique, annihilation nucléons/anti-nucléons
10^{-4} s	10^{12}	10^{12} K	100 MeV	annihilation pions/anti-pions ère leptonique
1 s	10^{10}	10^{10} K	1 MeV	découplage des neutrinos formation du deutérium
10 s	5×10^9	5×10^9 K	0,5 MeV	annihilation électrons/positrons ère radiative
3 min	10^8	10^8 K	10 keV	nucléosynthèse
30 min	10^7	10^7 K	1 keV	fin de la nucléosynthèse
10^5 ans	3000	10^4 K	1 eV	équivalence matière/rayonnement
10^6 ans	1500	4000 K	0,4 eV	recombinaison électronique, émission du FDC
$1,5 \times 10^6$ ans	1100	3000 K	0,3 eV	découplage matière/rayonnement, condensations gravitationnelles
14×10^9 ans	0	2,73 K	2×10^{-4} eV	aujourd'hui

TAB. 3.3 – *Histoire thermique de l'Univers dans les modèles de Big Bang.*

forment des condensations telles que $\delta > 1$). La frontière entre les deux régimes se situe vers $8h^{-1}$ Mpc. C'est la plus petite échelle pour laquelle les prévisions linéaires seraient valables. Et la distribution statistique y reste assez bien connue. On introduit ainsi le paramètre σ_8 qui est la variance de la masse dans une sphère de rayon $8h^{-1}$ Mpc :

$$\sigma_8 = \langle \delta^2(\mathbf{r}) \rangle. \quad (3.77)$$

Les observations provenant de relevés de galaxies et du FDC donnent $\sigma_8 = 0.73 \pm 0.05$ (LAHAV et al. 2002). Toutefois, la détermination du contraste de densité est biaisée si on la déduit de l'observation des galaxies. Celles-ci peuvent en effet ne pas être représentatives du champ de masse général. L'incompatibilité entre les modèles de formation des structures et les observations ont ainsi conduit à introduire un *paramètre de biais* b (KAISER 1984), défini comme le rapport entre les contrastes de densité des galaxies et de la masse :

$$b = \frac{\delta_{\text{gal}}(\mathbf{r})}{\delta(\mathbf{r})}. \quad (3.78)$$

On trouve en fait $b = 1.04 \pm 0.11$ (VERDE et al. 2002).

Aux échelles non-linéaires, on peut accéder par l'observation à la *fonction de corrélation à deux points*. Si n est la densité de galaxies, la probabilité que l'on trouve une galaxie dans un volume dV_1 et une autre dans un volume dV_2 distant de r est $dP_{12} = (1 + \xi(r))n^2 dV_1 dV_2$. Le fait que $\xi(r)$ ne soit pas nul marque la tendance des galaxies à se regrouper. Le relevé de GUZZO et al. (2000) effectué à l'Observatoire Européen Austral (« European Southern Observatory », ou *ESO*) donne une fonction de corrélation du type

$$\xi(r) = \left(\frac{r}{r_0} \right)^{-\gamma} \quad (3.79)$$

avec $\gamma = 1.67 \pm 0.08$ et $r_0 = 4.15 \pm 0.20$ Mpc. Aux échelles linéaires, la fonction de corrélation à deux points s'exprime comme la transformée de Fourier de la puissance spectrale $P(k)$:

$$\xi(r) = \frac{V}{(2\pi)^3} \int P(k) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} d\mathbf{k} \quad (3.80)$$

$P(k)$ s'exprime également comme la variance de la transformée de Fourier du contraste de densité : $P(k) = \langle \delta_{\mathbf{k}}^2 \rangle$. On écrit en général la puissance spectrale sous la forme $P(k) = Ak^n$. L'amplitude A du spectre est fixée par normalisation grâce à σ_8 . n est l'indice spectral. Le cas $n = 1$ correspond à un spectre invariant d'échelle : l'énergie potentielle gravitationnelle est répartie également entre toutes les échelles. Les structures observées actuellement proviennent de l'effondrement gravitationnel de faibles hétérogénéités présentes lors de la recombinaison. Ces fluctuations de matière

ont engendré des variations d'intensité du FDC, et donc des écarts à l'isotropie. Le relevé des anisotropies du rayonnement fossile suivant l'échelle angulaire, même si elles sont d'un niveau relatif de 10^{-5} (SMOOT et al. 1992), est ainsi un excellent traceur des conditions physiques existant à l'époque de la recombinaison. Le ballon sonde *MAXIMA* a ainsi permis d'obtenir $n = 1,08 \pm 0,10$ (BALBI et al. 2000). Recemment, un résultat similaire a été obtenu par le projet *VSA* (« *Very Small Array* », RUBIÑO-MARTIN et al. 2002) : $n = 1,04^{+0,11}_{-0,08}$.

Les anisotropies du FDC peuvent différencier aux faibles échelles des fluctuations *adiabatiques* et *isocourbes*. Dans le premier cas, à la fois les densités de la matière et du rayonnement varient. L'anisotropie du FDC se traduit par une variation δT de la température du corps noir telle que $\delta T/T = \delta/3$. Les fluctuations isocourbes sont par définition telles que la densité totale ($\rho_M + \rho_\gamma$), et par conséquent la courbure de l'Univers, ne varient pas. Puisque $\rho_\gamma \gg \rho_M$, la perturbation relative du rayonnement est négligeable et on peut considérer ces fluctuations comme *isothermes*. Des mesures récentes des anisotropies du FDC par l'interféromètre *CBI* (« *Cosmic Background Imager* ») à l'échelle de la minute d'arc sont compatibles avec des perturbations adiabatiques (PEARSON et al. 2002).

Reste à préciser l'origine des fluctuations avant la recombinaison. On peut supposer qu'elles proviennent du temps de Planck $t_{\text{Pl}} = 7,6 \times 10^{-43}$ s et font donc partie des conditions initiales des modèles de Big Bang. L'autre possibilité consiste à lier ces fluctuations à une transition de phase dans l'Univers primordial, par un modèle d'*inflation* (cf. § 3.6.3) ou de cordes cosmiques, vers 10^{-35} s après la singularité initiale. Les hétérogénéités dues à des cordes cosmiques sont isocourbes, alors que celles résultant de l'augmentation de fluctuations quantiques par l'inflation sont adiabatiques. Outre l'origine des fluctuations initiales, l'intérêt des modèles d'inflation est de pouvoir expliquer des faiblesses des théories du Big Bang : le problème de l'horizon des particules et celui de la platitude de l'Univers (COMBES et al. 1991).

3.6 Faiblesses du modèle du Big Bang

3.6.1 Problème de l'horizon

L'horizon d'un observateur au temps cosmique t est la sphère à l'intérieur de laquelle il lui est possible d'avoir reçu une information. En considérant que deux points sont causalement dépendants si une géodésique les relie, le rayon de cette sphère est simplement la distance propre (Éq. (3.13)) calculée entre la singularité initiale et t . Dans l'Univers primordial dominé par le rayonnement, on a

$$H = D_P = R(t) \int_0^t \frac{cdt}{R(t)} \simeq 2ct \quad (3.81)$$

À l'époque de la recombinaison ($t \simeq 10^6$ ans), l'horizon était ainsi d'environ $H_{\text{rec}} \simeq 0,6$ Mpc. La distance diamètre-angulaire D_A actuelle d'une telle zone (Éq. (3.56))

permet de donner son échelle angulaire $\theta = H_{\text{rec}}/D_A$ dans le ciel. Dans un modèle EdS, on trouve $\theta \simeq 9^\circ$.

Deux régions de l'Univers séparées d'un angle supérieur sont donc causalement indépendantes au moment de la recombinaison. Or le FDC a un rayonnement isotrope sur tout le ciel à 10^{-5} près. Le même problème se pose lors de la nucléosynthèse : deux régions *a priori* sans lien causal ont une entropie par baryon η^{-1} quasiment identique.

Ce paradoxe du modèle provient du fait que le paramètre d'échelle actuel R_0 est du même ordre de grandeur que notre horizon H_0 . Dans le cas d'Univers tels que $k = \pm 1$, l'Éq. (3.30) donne $R_0 = \frac{c}{H_0 \sqrt{|\Omega_k|}}$. Pour un Univers plat, on prend $R_0 = c/H_0 = 3 h^{-1}$ Gpc. Les distances cosmologiques, et en particulier la distance diamètre-angulaire (Éq. (3.14)), sont directement proportionnelles à R_0 ; ce qui conduit à une trop faible valeur de l'écart angulaire θ de l'horizon à l'époque de la recombinaison.

De manière générale, dans un modèle plat, on a $R \propto t^{2/3}$ (Éq. (3.39)) pour un Univers dominé par la matière de type EdS, et $R \propto t^{1/2}$ lors de la domination du rayonnement (Éq. (3.44)). Alors que pour la distance propre $D_P = R\chi$ définissant l'horizon, on obtient $H = 3ct$ dans le premier cas et $H \simeq 2ct$ pour l'Univers primordial. Puisque l'horizon cosmologique est aujourd'hui de l'ordre de R_0 ($H_0 = 3ct_0 = 6 h^{-1}$ Gpc), et qu'il a une variation plus rapide que R , il a été plus faible que le paramètre d'échelle dans le passé. À l'époque de la recombinaison, on a ainsi $R_{\text{rec}} = 9$ Mpc et $H_{\text{rec}} = 0,6$ Mpc. La situation est d'autant plus critique que l'on remonte dans le passé. Au temps de Planck, l'horizon est tout à fait négligeable devant le paramètre d'échelle : $R_{\text{Pl}} = 4 \times 10^{-5}$ m et $H_{\text{Pl}} = 5 \times 10^{-34}$ m. Comme aucun processus physique ne peut se propager plus vite que la lumière, on ne peut expliquer comment des régions non reliées par le principe de causalité peuvent avoir une température identique ni même comment l'Univers peut être homogène.

3.6.2 Problème de la platitude de l'Univers

L'Univers primordial soulève également la question de la courbure. On peut réécrire l'Éq. (3.19) de Friedmann sous une forme semblable à l'Éq. (3.28) écrite pour un instant quelconque t . Soit

$$\Omega(t) + \Omega_\Lambda(t) + \Omega_k(t) = 1, \quad (3.82)$$

avec en particulier

$$\Omega_k(t) = -\frac{c^2 k}{\dot{R}^2}. \quad (3.83)$$

En comparant cette dernière quantité à la courbure actuelle $\Omega_k(t_0)$ (Éq. (3.30)), on a $\Omega_k(t)/\Omega_k(t_0) = (\dot{R}(t_0)/\dot{R}(t))^2$. On peut calculer ce rapport avec le paramètre d'échelle (Éq. (3.39)) et le temps cosmique actuel t_0 (Éq. (3.40)) dans un modèle EdS, ainsi que l'expression de $R(t)$ dans un Univers dominé par le rayonnement (Éq. (3.44))

et le temps de Planck t_{Pl} . Quant à la courbure actuelle, on utilise la contrainte récente donnée par le projet *VSA* (RUBIÑO-MARTIN et al. 2002) : $\Omega_k(t_0) = 0,03 \pm 0,12$. On trouve ainsi $|\Omega_k(t_{\text{Pl}})| \simeq 8,7 \times 10^{-59}$. Un modèle de Big Bang doit pouvoir expliquer pourquoi la courbure était quasiment nulle lors des conditions initiales, et donc la raison d'une densité aussi proche de la densité critique $\rho_c(t) = 3H^2/(8\pi G)$.

3.6.3 Inflation

Pour justifier l'existence de ces effets, GUTH (1981) a émis l'hypothèse d'une phase d'inflation dans l'évolution de l'Univers.

Ceci se serait produit lors d'une transition de phase de l'Univers, au moment où l'interaction grand-unifiée s'est dissociée en interactions forte et électrofaible, vers $t = 10^{-35}$ s. Cette transition se décrit par un certain type de particules (les bosons X et Y) et un champ associé. Et en mécanique quantique, chaque particule possède un état d'énergie minimum (l'énergie du vide) qui n'est pas nul.

Supposons que le découplage des interactions ne se produise pas de façon homogène dans l'espace, mais seulement dans les régions où la température devient plus faible que la température critique de transition de phase T_{TGU} . Ceci est possible car l'expansion implique une chute brutale de la température. Les zones où la TGU ne s'est pas encore dissociée sont dans un état métastable de surfusion : le vide y possède une densité d'énergie (une sorte de chaleur latente) plus grande que dans les régions où la transition de phase a eu lieu. L'énergie libérée par le découplage TGU/interaction électrofaible (de par la différence des deux niveaux d'énergie du vide associés) permet de stabiliser la température. Pendant cet état métastable, l'énergie du vide va être la contribution principale à la densité totale de l'Univers.

Une densité d'énergie du vide $\rho_V c^2$ est formellement et dynamiquement équivalente à une constante cosmologique $\Lambda_V = \frac{8\pi G}{c^2} \rho_V$ (voir § 3.4.1), et donc source d'une pression négative pouvant accélérer l'expansion. Le cas où elle est prépondérante devant les densités de matière et de rayonnement caractérise un Univers de DE SITTER (1917). En notant t_i et t_f les instants initiaux et finaux de la période d'inflation, et $H_I = \sqrt{\frac{8\pi G \rho_V}{3}}$ la valeur du paramètre de Hubble durant cette phase, l'Éq. (3.45) donne la variation du paramètre d'échelle :

$$R_f = R_i \exp(H_I(t_f - t_i)). \quad (3.84)$$

Le paramètre d'échelle est donc relativement élevé actuellement suite à cette période d'inflation, où il est passé en $t_f - t_i \simeq 10^{-34}$ s de $R_i \simeq 10^{-51}$ m à $R_f \simeq 0,3$ m.

L'horizon subit lui aussi cette expansion exponentielle. À t_i , le calcul de la distance propre dans un Univers dominé par le rayonnement donne $H_i \simeq 2ct_i \simeq 6 \times 10^{-27}$ m. Alors qu'à la fin de la période inflationnaire, l'horizon $R_f \chi_{\text{if}}$ vaut

$$H_f \simeq \frac{c}{H_I} \exp(H_I(t_f - t_i)) \simeq 10^{23} \text{ m} \gg R_f. \quad (3.85)$$

Lorsque la transition de phase s'est produite dans tout l'espace, l'énergie du vide ne contribue plus de façon prépondérante à la densité, et l'Univers retrouve une phase dominée par le rayonnement. Ceci répond au problème de l'horizon : celui-ci est alors bien plus grand que le paramètre d'échelle et a une variation plus rapide, on aura donc toujours $H \gg R$.

Le problème de la platitude de l'Univers se trouve également résolu. On peut en effet calculer le paramètre de courbure (Éq. (3.83)) à la fin de l'inflation :

$$|\Omega_k(t_f)| = \left(\frac{c}{H_1 R_i} \right)^2 \exp(-2H_1(t_f - t_i)) \simeq 10^{-54}. \quad (3.86)$$

Dilaté exponentiellement, l'Univers a alors atteint une taille très importante et présente une géométrie quasiment plane, avec une densité voisine de la densité critique.

L'inflation résout d'ailleurs le problème que poserait en son absence la contribution des défauts topologiques à la densité totale. Lors d'une transition de phase, l'état final du vide ne correspond plus à celui d'énergie maximale. Il va être dégénéré puisqu'il existera plusieurs solutions pour le minimum dans l'état final. Sur des échelles supérieures à la taille de l'horizon, l'état du vide sera donc différent. À la frontière entre ces zones, on trouvera donc des défauts topologiques (§ 3.5.1). La densité des monopôles produits serait ainsi de 10^{12} fois la densité critique. La théorie de l'inflation rend leur contribution négligeable en les diluant dans l'espace (GUTH & TYE 1980).

Enfin, la théorie quantique des champs montre que les fluctuations quantiques, dilatées par l'inflation, conduisent aux perturbations de densité attendues. Elles sont gaussiennes, adiabatiques et ont un spectre de Harrison-Zeldovich (l'indice spectral $n \simeq 1$, voir HARRISON (1970) et ZELDOVICH (1972)).

3.6.4 Matière noire

Toutefois, un autre problème persiste dans la formation des structures si l'on considère la matière comme purement baryonique. Dans le modèle linéaire, le contraste de densité δ varie comme le facteur d'échelle R . L'existence de structures aujourd'hui ($\delta_0 \sim 1$) permet donc d'estimer δ à l'époque de la recombinaison (où les fluctuations de matière, libérées de la pression de radiation, ont pu commencer à croître) : $\delta_{\text{rec}} = \delta_0 R_{\text{rec}}/R_0 \sim 1/(1 + z_{\text{rec}}) \simeq 10^{-3}$. Or les fluctuations de température du FDC (liées à celle de densité pour une évolution adiabatique : $\delta T/T = \delta/3$) ne sont que de 10^{-5} en valeur relative (SMOOT et al. 1992).

L'introduction de matière noire non-baryonique dans le modèle semble donc nécessaire. Comme elle n'est pas en équilibre avec le plasma, les fluctuations de densité peuvent s'y développer plus tôt que dans la matière baryonique, dont elle accélère la croissance des fluctuations après la recombinaison. Cela permet en outre de proposer une explication au problème de la masse manquante.

ZWICKY (1933) fut le premier à poser ce problème en étudiant l'amas de Coma. Les vitesses d'agitation des galaxies y sont en effet bien trop grandes pour que la

stabilité dynamique de l'amas soit assurée par la seule masse lumineuse. La présence de masse sombre est confirmée par l'étude des vitesses de rotation des étoiles en fonction de la distance au centre dans les galaxies spirales (FREEMAN 1970). Cette courbe devrait être décroissante si la masse de la galaxie était simplement concentrée dans le disque lumineux. Or elle reste plate bien au-delà (où l'on mesure alors non la vitesse des étoiles mais celle des nuages de gaz HI). Un halo sphérique et étendu de matière sombre permet d'expliquer une telle courbe.

Le rapport de la masse M sur la luminosité L des galaxies est ainsi bien plus grand que la valeur mesurée pour un astre compact lumineux (M_{\odot}/L_{\odot} pour le Soleil). La relation entre la luminosité et la dispersion de vitesse des étoiles pour les galaxies elliptiques (FABER & JACKSON 1976) ou la vitesse de rotation maximale du disque des galaxies spirales (TULLY & FISHER 1977), ainsi que l'étude des couronnes X des galaxies elliptiques donne l'ordre de grandeur $M/L \sim 20 M_{\odot}/L_{\odot}$. La partie la plus importante de la masse des galaxies se trouve donc sous forme non-lumineuse. Dans les galaxies spirales, une fraction de la matière ($\sim 20\%$) est présente sous forme baryonique dans le gaz HI qui constitue l'essentiel du disque. La matière noire représente alors 5 fois la masse identifiée (étoiles et gaz HI). Toutefois la contribution totale des galaxies à Ω_{M0} n'est que d'environ 0,02.

Les amas de galaxies semblent en effet regrouper encore davantage de matière noire. L'étude des dispersions de vitesse des galaxies dans des amas conduisent à une valeur $M/L = 295 \pm 53 h M_{\odot}/L_{\odot}$ (CARLBERG et al. 1996). Les amas émettent un rayonnement X provenant non des galaxies mais du gaz chaud ($T \simeq 10^8$ K) intra-amas, qui est un résidu probable du nuage primordial du système ou dû à l'éjection de gaz des galaxies suite à l'explosion de supernovæ. Ce gaz chaud, en équilibre hydrostatique dans le potentiel gravitationnel de l'amas, est la composante baryonique principale – surtout dans les amas riches –, et l'étude de sa température et de sa luminosité permet de connaître à la fois sa masse et celle de l'amas (WHITE et al. 1993). La contribution du gaz X à la masse totale est ainsi de $f_b = 17 \pm 7\%$ (ETTORI & FABIAN 1999), soit plusieurs fois la contribution des galaxies.

En outre, en considérant que l'essentiel des baryons est sous forme de gaz chaud et que la fraction de baryons dans l'amas est typique dans l'Univers ($f_b = \Omega_b/\Omega_{M0}$), on peut en déduire le paramètre de densité Ω_{M0} . En effet, la quantité $\Omega_b h^2$ est contrainte par les observations d'abondances des éléments légers produits lors de la nucléosynthèse (§ 3.5.2) : $\Omega_b h^2 = 0,02 \pm 0,002$ (BURLES et al. 2001). Quant à h , on prend la valeur du paramètre de Hubble issue de récentes contraintes données par le *HST* : $H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (FREEDMAN et al. 2001). On obtient ainsi

$$f_b = \frac{\Omega_b}{\Omega_{M0}} = 0,48 \pm 0,2 h^{3/2} \implies \Omega_{M0} = 0,13 \pm 0,08. \quad (3.87)$$

Cette valeur est plus faible que celle obtenue en général par d'autres méthodes ($\Omega_{M0} \sim 0,3$, cf. § 4.2). Il faut la comparer à la contrainte sur la densité de baryons d'après le

modèle de la nucléosynthèse :

$$\Omega_b h^2 = 0,02 \pm 0,002 \implies \Omega_b = 0.039 \pm 0.006. \quad (3.88)$$

La différence entre Ω_{M0} et Ω_b indique donc la présence d'une forte quantité de matière noire non-baryonique. On peut également mettre en parallèle la densité de baryons et celle de la matière lumineuse contenue dans les étoiles, Ω_* . Cette dernière, comme on l'a vu, est bien moins élevée (EFSTATHIOU et al. 1988) :

$$\Omega_* h = 0,003 \pm 0,002 \implies \Omega_* = 0.0042 \pm 0.0028, \quad (3.89)$$

ce qui précise la quantité de matière noire baryonique. Des candidats existent pour ces deux types de contribution.

Pour la matière noire baryonique (SILK 2002), on distingue :

- les objets entre étoiles et planètes, qui sont la possibilité la plus probable. Ces objets se forment par contraction de nuages de gaz, mais leur masse est insuffisante pour allumer les réactions nucléaires et former des étoiles. Ces naines brunes, avec d'autres astres comme les naines blanches ou les étoiles à neutrons, font partie de la catégorie plus vaste des objets massifs compacts (« *MAssive Compact Halos Objects* », ou *MACHOs*) . Ces objets sombres sont la seule composante de matière noire détectée jusqu'à présent. Leur passage devant une étoile provoque un effet de microlentille gravitationnelle qui amplifie sa luminosité. Les expériences *MACHO* (ALCOCK et al. 1997) et *EROS* (DERUE et al. 2001) ont ainsi détecté de tels objets stellaires dans le halo de notre Galaxie en direction des Nuages de Magellan. Les résultats montrent que moins de 20 % du halo serait constitué de naines brunes (moins de $0,03 M_\odot$), mais qu'environ 20 % représenterait des astres de $0,3 M_\odot$, qui sont des objets trop massifs pour être des naines brunes, et pas assez pour caractériser des naines blanches (qui seraient d'ailleurs *a priori* visibles par elles-mêmes) ;
- les nuages denses primordiaux d'hydrogène moléculaire H_2 (de 10^{-7} à $10^{-2} M_\odot$), indécélables par eux-mêmes ;
- les trous noirs supermassifs ($\sim 10^6 M_\odot$) ;
- et le milieu intergalactique chaud ou tiède (« *Warm/Hot Intergalactic Medium* », ou *WHIM*) de température $T \sim 10^5 - 10^7 M_\odot$ (DAVÉ et al. 2001).

Des candidats existent également pour la matière noire non-baryonique ; ils sont issus de la physique des particules (KOLB 2002) et faiblement couplés à la matière :

- les neutrinos massifs sont à la base du modèle de matière noire chaude (« *Hot Dark Matter* », ou *HDM*). Ce type de matière est de faible masse et était encore relativiste au moment de son découplage du plasma. On la distingue de la matière noire tiède (« *Warm Dark Matter* », ou *WDM*) et de la matière noire froide (« *Cold Dark Matter* », ou *CDM*) qui s'est découplée très tôt dans l'histoire thermique de l'Univers. La densité de neutrinos est reliée à celle des photons (cf. § 3.4.2) ; pour chacune des trois espèces, on a ainsi $n_{\nu_i 0} = 4/11 n_{\gamma 0}$.

Connaissant par le FDC la densité actuelle de photons, on estime la contribution des neutrinos à la densité totale : $\Omega_{\nu 0} = \frac{\sum m_{\nu i 0} c^2 \text{ (eV)}}{90} h^{-2}$. Des expériences de physique des particules ont montré que les trois familles de neutrinos pouvaient osciller (ATHANASSOPOULOS et al. 1998; FUKUDA et al. 1998), faisant apparaître une différence de masse entre elles, et donc une masse propre qui serait de l'ordre de grandeur de l'eV. Les neutrinos ne doivent donc pas contribuer de façon prépondérante à la matière noire. D'ailleurs les seuls neutrinos massifs ne permettent pas de reproduire un scénario cohérent de formation des structures jusqu'aux échelles de galaxies (PEEBLES 1982). Il faut donc faire intervenir de la matière noire froide ;

- les particules massives faiblement interactives (« *Weakly Interacting Massive Particules* », ou *WIMPs*) désignent de façon générale cette classe d'objets, englobant les neutrinos massifs ;
- la matière noire tiède ($mc^2 \sim 1 \text{ keV}$) pourrait se trouver sous forme de neutrinos stériles ou les gravitinos (partenaire supersymétrique du graviton) ;
- les partenaires supersymétriques (théorie *SUSY*) de particules classiques, comme les neutralinos ou les photinos, pourraient constituer la matière noire froide ;
- les particules légères produites de façon non-thermique (axions) ;
- et la matière noire froide supermassive ($mc^2 \sim 10^{12} \text{ GeV}$) : inflatons qui seraient en principe détectables dans le fond diffus d'ondes gravitationnelles, ou « wimpzillas ».

Toutefois, si l'Univers est plat comme le prévoit l'inflation, on doit avoir $\Omega_k = 0$. Pour aboutir à ce résultat, on peut invoquer, en plus de la matière noire, une « énergie noire » sous forme de constante cosmologique Ω_Λ ou plus généralement de quintessence Ω_{X0} telle que $\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1 - \Omega_k = 1$. Plusieurs méthodes observationnelles permettent de contraindre ces paramètres.

Chapitre 4

Paramètres cosmologiques

4.1 Les différents paramètres

En se fondant sur la Relativité Générale, le modèle de FLRW, l'évolution de l'Univers à partir d'un état dense et chaud et l'existence d'une phase inflationnaire, quelques paramètres permettent de préciser notre vision actuelle de la géométrie à grande échelle de l'Univers. Toutefois, un modèle d'Univers complet doit également résoudre les questions fondamentales portant sur le type de la matière et de l'énergie noires, sur la nature et l'origine des fluctuations primordiales et sur la formation et l'évolution des structures.

Les différents paramètres cosmologiques du modèle, quelquefois dépendants les uns des autres, ainsi que les valeurs communément admises, sont ainsi les suivants :

- le paramètre de courbure $\Omega_k \simeq 0$ (RUBIÑO-MARTIN et al. 2002) ;
- la densité totale de matière Ω_{M0} ;
- la densité de matière baryonique $\Omega_b \simeq 0,04$ (BURLES et al. 2001) ;
- la densité de neutrinos (contribution de la matière chaude) $\Omega_\nu \lesssim 0,12$ (TEGMARK & ZALDARRIAGA 2000) ;
- la densité de rayonnement $\Omega_{\gamma 0} \simeq 5 \times 10^{-5}$ (MATHER et al. 1990) ;
- la densité d'énergie noire Ω_{X0} (qui peut consister en une simple constante cosmologique réduite Ω_Λ) ;
- le paramètre d'énergie noire w ;
- le paramètre de décélération $q_0 = \Omega_{M0}/2 - \Omega_\Lambda \simeq -0,5$ (PERLMUTTER et al. 1999) ;
- la constante de Hubble $H_0 = 100 h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} \simeq 70 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (FREEDMAN et al. 2001) ;
- l'âge de l'Univers (qui peut s'obtenir à partir de la constante de Hubble et des différentes densités d'énergie, cf. Éq. (3.33)) $t_0 \simeq 13 \times 10^9$ ans (FERRERAS et al. 2001) ;
- la variance de la masse dans une sphère de rayon $8h^{-1} \text{ Mpc}$ (qui fixe l'amplitude A du spectre de puissance $P_k = Ak^n$ (mode scalaire), et donne également l'amplitude Q du spectre angulaire des fluctuations du FDC) $\sigma_8 \simeq 0,7$ (LAHAV et al. 2002) ;
- le paramètre de biais $b \simeq 1$ (VERDE et al. 2002) ;
- l'indice du spectre initial de fluctuations $n \simeq 1$ (RUBIÑO-MARTIN et al. 2002) ;
- la contribution du mode tensoriel dans le spectre initial de fluctuations ($P_k = A_T k^{n_T}$, correspondant aux ondes gravitationnelles) par rapport au mode scalaire : $T/S \simeq 0,3$ (DURRER & NOVOSYADLYJ 2001) ;
- l'indice du mode tensoriel du spectre initial de fluctuations $n_T \simeq 0,1$ (EFSTATHIOU et al. 2002) ;
- la température de corps noir du FDC, $T_{\gamma 0} \simeq 2,725 \text{ K}$ (MATHER et al. 1990) ;

- la profondeur optique de réionisation (qui est l'époque où les structures se forment, ionisant le gaz chaud qu'elles contiennent), $\tau \simeq 0,1$ (TEGMARK et al. 2001);
- le fond de lumière optique extragalactique (« *Extragalactic Background Light* » ou *EBL*) mesuré par le *HST*: $I_{\text{EBL}} \simeq 100 \text{ nW m}^{-2} \text{ sr}^{-1}$ (BERNSTEIN et al. 2002)

Beaucoup de méthodes permettent en fait naturellement de contraindre une combinaison de ces paramètres sur laquelle la précision est meilleure : $\Omega_b h^2$ (nucléosynthèse primordiale, FDC), $\Omega_{M0} h^2$ (FDC), $\Omega_{M0} h$ (relevé de décalages spectraux, vitesses propres des galaxies), $\Omega_{M0}^{0,6}/b$ (relevé de décalages spectraux) ou $\sigma_8 \Omega_{M0}^{0,6}$ (vitesses propres des galaxies, abondance des amas, faibles déformations gravitationnelles).

C'est également le cas pour les paramètres cosmologiques auxquels le travail présenté ici va plus particulièrement s'intéresser.

4.2 Contraintes actuelles sur Ω_{M0} , Ω_{X0} et w

4.2.1 Supernovæ de type Ia

Pour une source de luminosité L , la mesure du flux $F = \frac{L}{4\pi D_L^2}$ reçu sur un détecteur – et donc de la magnitude apparente $m = -2,5 \log F$ – ainsi que la connaissance de la magnitude absolue M , permet d'accéder au facteur $\mu = m - M$, dit module de distance. Cette quantité dépend du décalage spectral z , de la constante de Hubble H_0 , mais également de Ω_{M0} et Ω_Λ (ou Ω_{X0} et w de manière générale), principalement si l'on considère des variations différentielles de μ par rapport au flot de Hubble en fonction de z .

Pour contraindre la géométrie de l'Univers à partir d'un diagramme $\mu(z)$, il faut choisir des objets astronomiques dont le comportement physique ne dépend pas (ou bien de façon connue) du décalage spectral. C'est le cas des supernovæ de type Ia pour lesquelles la magnitude absolue est mesurable. Cette propriété en fait de bons indicateurs de distance (cf. § 3.2.1 et BAADE 1938), et de géométrie de l'Univers puisque leur luminosité (de l'ordre de celle d'une galaxie entière) permet de les détecter à des décalages spectraux élevés (COLGATE 1979).

Les SNIa résultent de l'explosion d'étoiles ayant évolué en naines blanches et accrétant de la matière d'une géante rouge avec laquelle elles forment un système binaire. Lorsque leur masse devient supérieure à la masse de Chandrasekar ($M_{\text{Ch}} \simeq 1,4 M_\odot$), elles deviennent en effet instables et explosent sans laisser de résidu. Ce processus dépend peu de l'état d'évolution de la galaxie hôte. La luminosité absolue d'une SNIa est mesurable à travers la relation qui la lie à la largeur de la courbe de luminosité (de l'ordre du mois) (BRANCH 1998).

Deux groupes ont ainsi utilisé les SNIa comme chandelles standards pour contraindre la cosmologie ; leurs observations indépendantes prouveraient que l'Univers est en expansion *accélérée* par une constante cosmologique non nulle et positive. Il s'agit du

« *Supernovae Cosmology Project* » (SCP, PERLMUTTER et al. 1999) et du « *High- z Supernova Search Team* » (HzST, RIESS et al. 1998). La première équipe a en particulier fondé son analyse sur 42 SNIa dont les décalages spectraux sont compris entre 0,18 et 0,83, ainsi que 18 SNIa de $z < 0,1$ provenant d'un autre relevé (HAMUY et al. 1996).

Les résultats fournissent une contrainte sous la forme d'une dégénérescence entre Ω_{M0} et Ω_{Λ} (on obtient alors $\Omega_{\Lambda} > 0$ avec 95 % de confiance), ou bien entre Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat avec énergie noire ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) (voir Fig. 4.1). Dans ce dernier cas, on obtient $\Omega_{M0} = 0,28 \pm 0,09$.

Ces résultats sont encore assez controversés, à cause d'erreurs systématiques qui interviennent dans le calcul des magnitudes. L'extinction par les poussières joue en particulier un rôle important. Il peut s'agir de celles se trouvant dans la galaxie hôte

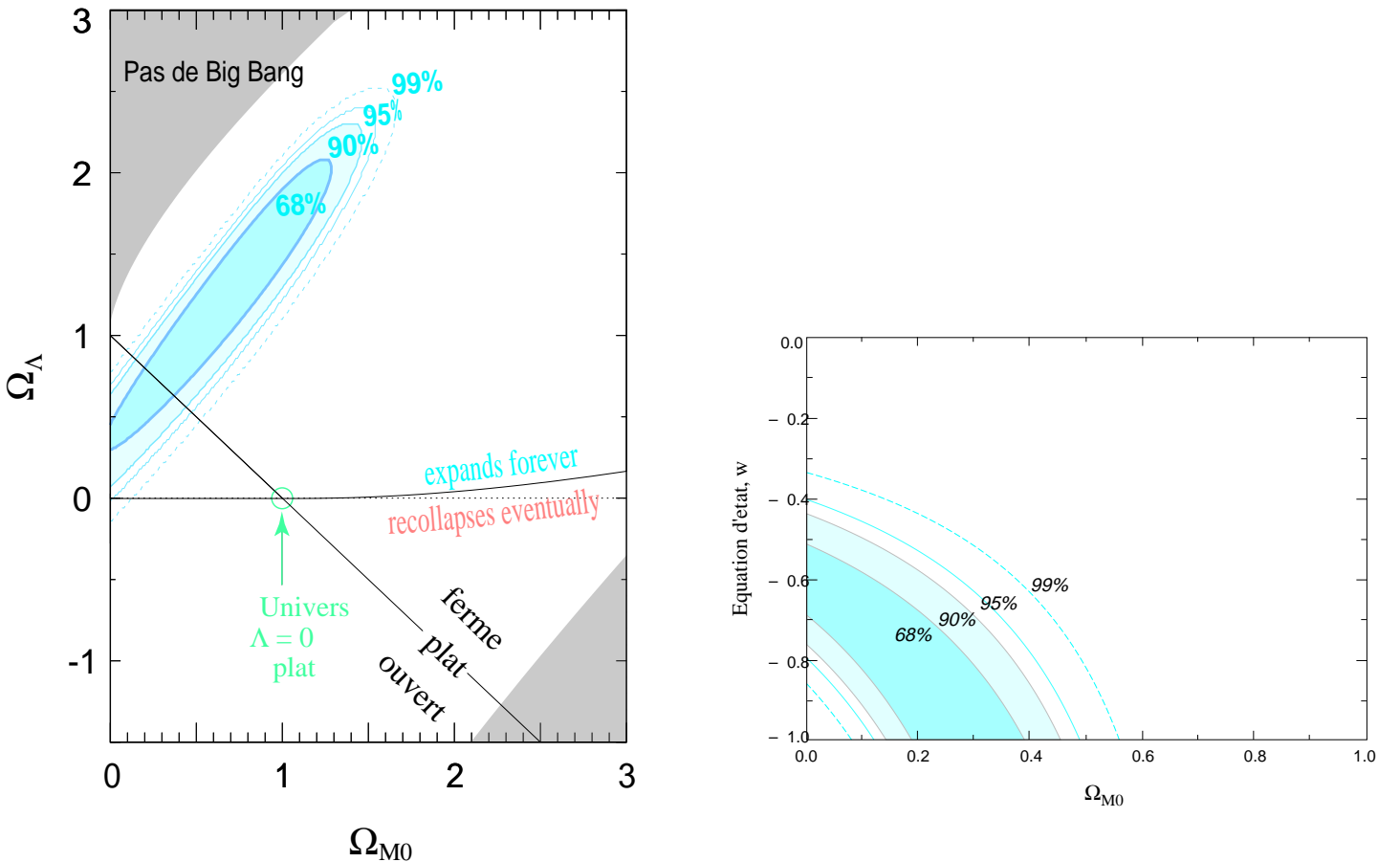


FIG. 4.1 – Contrainte sur les paramètres cosmologiques à partir de l'observation de SNIa lointaines (PERLMUTTER et al. 1999). **À gauche :** niveaux de confiance sur Ω_{M0} et Ω_{Λ} . **À droite :** niveaux de confiance sur Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$).

(TOTANI & KOBAYASHI 1999) ou la nôtre (on observe dans ces cas un rougissement du spectre), ou bien de poussières « grises » intergalactiques (AGUIRRE 1999). Un autre biais systématique important est la possible évolution avec le décalage spectral des comportements de la galaxie hôte ou de la SNIa (DRELL et al. 2000).

La compréhension et la prise en compte de ces effets sera déterminante pour les futurs projets. Le « *Nearby Supernovae Factory* » va mesurer la photométrie et la spectroscopie de 400 SNIa proches (WOOD-VASEY et al. 2001). À partir de 2003, le « *Canada-France-Hawaii Telescope Legacy Survey* » (CFHTLS) va observer plus de 1000 SNIa telles que $0,3 < z < 0,9$. La précision obtenue permettra de contraindre le paramètre d'énergie noire w . La combinaison des résultats de ces deux projets permettra d'atteindre une précision de 0,03 sur Ω_{M0} et de 0,1 sur w . Enfin, le projet de télescope spatial *SNAP* (« *SuperNova Acceleration Probe SATellite* ») pourrait aboutir à un lancement en 2009. Il permettra de détecter 2000 SNIa par an à des décalages spectraux compris entre 0,1 et 1,7. La précision sur Ω_{M0} et Ω_{Λ} sera de 0,02 et il sera possible de déterminer une équation d'état d'énergie noire du type $w = w_0 + w_1 z$.

4.2.2 Anisotropies du FDC

Les fluctuations de densité mettent la matière en mouvement. À l'époque de la recombinaison électronique, cette matière joue le rôle de source pour le FDC. Selon la direction du mouvement, le rayonnement aura donc une longueur d'onde légèrement décalée d'une zone à l'autre. Les variations correspondantes de température du FDC suivant la direction sont ainsi les fluctuations Doppler. Le spectre de ces fluctuations angulaires est étudié en fonction non de l'angle θ mais de la quantité $l \simeq 60^\circ/\theta$. La taille angulaire du premier de ces pics Doppler nous renseigne en particulier sur la courbure totale de l'Univers (HU & SUGIYAMA 1996). Ce spectre de puissance est défini par l'ensemble des coefficients C_l , qui caractérisent la décomposition en harmoniques sphériques des fluctuations de température sur le ciel. On représente le plus souvent $l(l+1)C_l/(2\pi)$ (en μK^2) en fonction de l (voir Fig. 4.2).

Plusieurs expériences récentes permettent ainsi d'avoir une estimation précise de la courbure $\Omega_k = 1 - \Omega_{\Lambda} - \Omega_{M0}$ par la contrainte de l'échelle angulaire du premier pic Doppler $l \simeq 200$ (Fig. 4.2) :

- le premier vol du ballon sonde *MAXIMA* a ainsi donné $\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = 1,00^{+0,15}_{-0,30}$ (BALBI et al. 2000) ;
- le vol test en Amérique du Nord de l'expérience *Boomerang* a conduit à $\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = 1,05 \pm 0,20$ (MELCHIORRI et al. 2000) ;
- l'interféromètre *DASI* (« *Degree Angular Scale Interferometer* ») a contraint $\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = 1,04 \pm 0,06$ (PRYKE et al. 2002) ;
- l'interféromètre *VSA* a récemment donné $\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = 1,03 \pm 0,12$ (RUBIÑO-MARTIN et al. 2002) ;

- l'analyse des observations de l'interféromètre *CBI* vient de fournir la contrainte : $\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = 0,99 \pm 0,12$ (SIEVERS et al. 2002).
- enfin, les résultats du ballon *Archeops* ont été révélés cette semaine : $\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} > 0,90$ (BENOÎT et al. 2002).

Le satellite américain *MAP* (« *Microwave Anisotropy Probe* ») a été lancé le 30 Juin 2001. Sa résolution angulaire permettra la mesure précise des paramètres cosmologiques (PARK et al. 1998). Quant au satellite européen *Planck Surveyor*, dont le lancement est prévu en 2007, il va permettre de mesurer les paramètres cosmologiques à quelques pourcents près grâce à une grande sensibilité, une bonne résolution angulaire et une large couverture du ciel (TAUBER 2000).

Les contraintes actuelles de $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, dont celle présentée dans ce travail, ne sont pas aussi précises que les résultats à venir de ces missions. Toutefois, ces méthodes sont complémentaires de deux points de vue.

Tout d'abord au niveau des paramètres libres. Les contraintes issues des SNIa ou du phénomène de lentille gravitationnelle ne dépendent que de $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ (il s'agit d'un effet purement géométrique), alors que les analyses des anisotropies du FDC font intervenir d'autres paramètres cosmologiques (liés à la physique de la recombinaison). La précision sur la prévision d'un Univers plat à partir des données de *Boomerang* et *MAXIMA* dépendent ainsi de contraintes sur d'autres paramètres (voir HU et al. 2001 et Fig. 4.3). Les méthodes actuelles de mesure de Ω_{M0} et Ω_{Λ} sont complémentaires des futures analyses du FDC puisqu'elles aideront à lever les dégénérescences entre paramètres libres.

D'autre part, la variété des méthodes est un avantage pour résoudre le problème des biais systématiques. S'ils sont décorrélés pour plusieurs méthodes et que les résultats sont analogues, ceux-ci seront d'autant plus crédibles.

4.2.3 Spectre de puissance des grandes structures

La densité de matière a une influence importante sur l'évolution des structures de l'Univers, puisque c'est la gravitation qui est responsable de l'effondrement. Cet effet est étudié à travers la forme et l'amplitude du spectre de puissance actuel, obtenu grâce à l'observation de la distribution spatiale des galaxies et des amas.

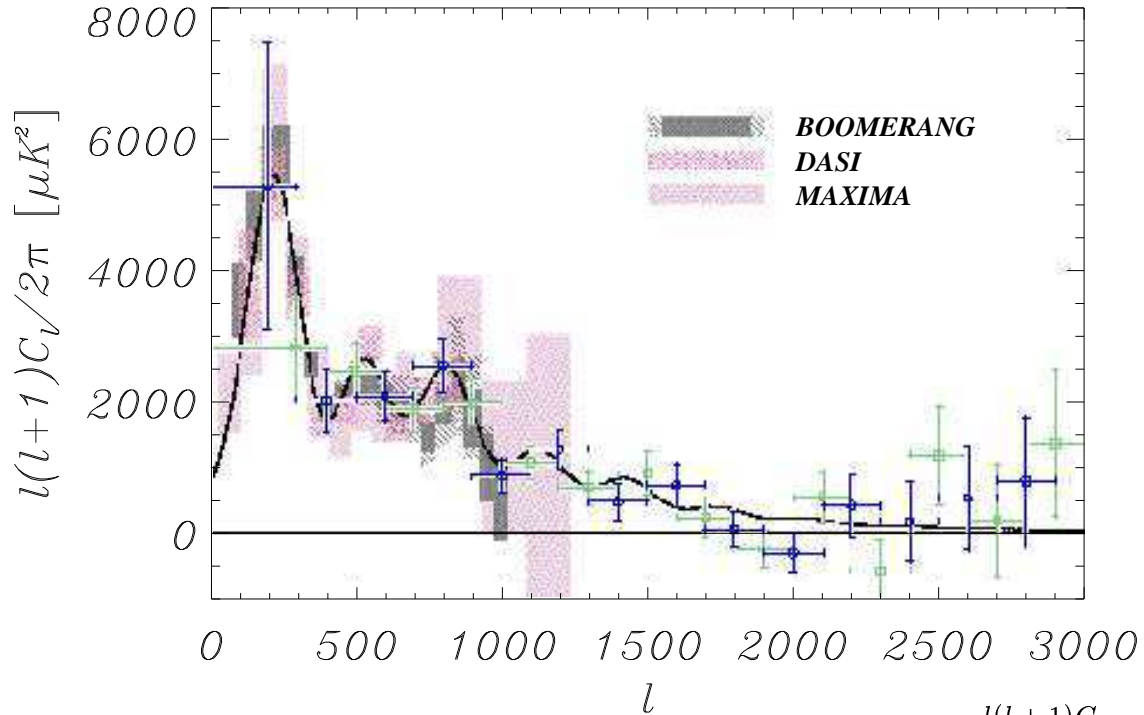


FIG. 4.2 – Spectre de puissance des fluctuations du FDC, représenté comme $\frac{l(l+1)C_l}{2\pi}$ (en μK^2) en fonction de l . On voit clairement le premier pic acoustique vers $l \simeq 200$ grâce à la grande sensibilité des expériences Boomerang (NETTERFIELD et al. 2002), DASI (HALVERSON et al. 2002) et MAXIMA (LEE et al. 2001). Les cercles bleus et les carrés verts montrent les champs impairs et pairs des résultats de CBI à partir du spectre combiné de trois mosaïques (PEARSON et al. 2002).

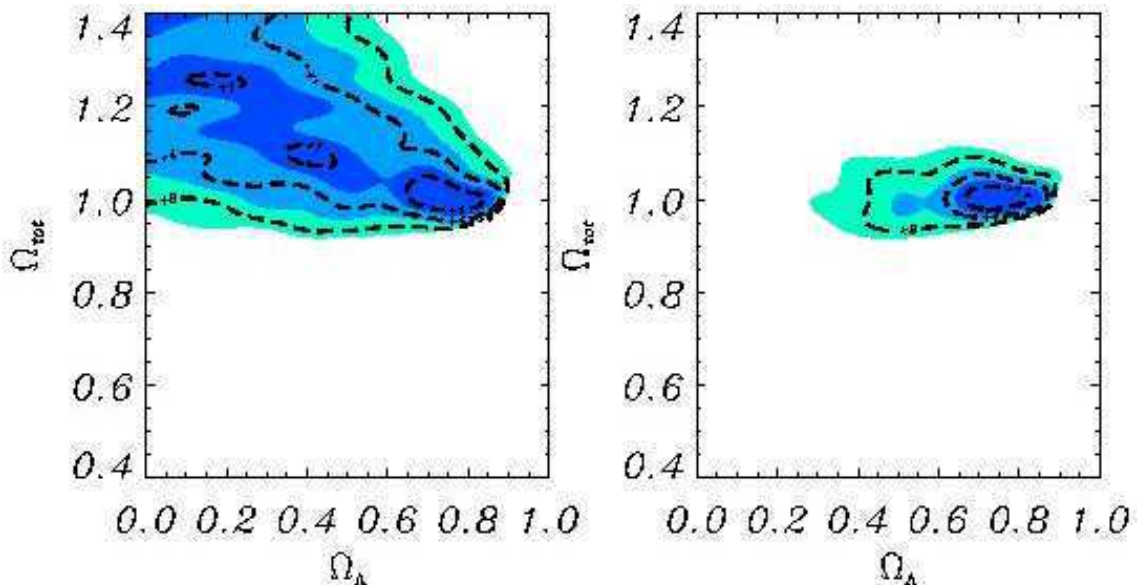


FIG. 4.3 – Contrainte de la densité de matière totale Ω_{tot} et de Ω_Λ à partir des anisotropies du FDC obtenues par COBE et l'ensemble des expériences récentes ayant mesuré les anisotropies du FDC : Archeops, Boomerang, DASI, MAXIMA, VSA et CBI (à gauche). La précision sur l'obtention d'un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_\Lambda = \Omega_{tot}1$) à partir de la position l_1 du premier pic Doppler dépend d'hypothèses sur h , $\Omega_b h^2$ et w . En particulier, en combinant les résultats précédents avec une valeur a priori de la constante de Hubble issue du HST Key Project ($H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, FREEDMAN et al. (2001)), BENOÎT et al. (2002) obtiennent $\Omega_{tot} = 1,00^{+0,03}_{-0,02}$ (à droite).

Pour tirer des contraintes cosmologiques de l'évolution des structures, on se place dans une configuration particulière du spectre de puissance des fluctuations primordiales de densité. Dans le cadre de l'inflation, ces variations de densité proviennent de fluctuations quantiques, et le spectre initial est invariant d'échelle : $P(k) \propto k$ (voir § 3.6.3). La distribution de matière produite conserve donc au cours du temps une forme identique à elle-même, au facteur d'échelle près. Les structures qui se forment à une époque s'élaborent à partir de structures plus petites formées antérieurement, de façon *hiérarchique*. À une échelle donnée, les fluctuations sont d'abord de faible amplitude, augmentent régulièrement dans la phase linéaire et subissent une évolution très rapide dans la période non-linéaire. Les modèles *CDM* expliquent ainsi naturellement pourquoi des structures de toutes tailles existent actuellement, depuis l'échelle des galaxies jusqu'aux amas massifs (PADMANABHAN 1993). Les amas seraient d'ailleurs actuellement en cours de constitution par l'agglomération de structures plus petites.

Le spectre de puissance actuel est donc caractéristique de la cosmologie (PEACOCK & DODDS 1994). L'allure des anisotropies suivant l'échelle dépend d'un *paramètre de forme* $\Gamma \simeq \Omega_{M0} h$ (HU & SUGIYAMA 1996).

Un récent relevé de 160 000 décalages spectraux de galaxies (programme « *2dF Galaxy Redshift Survey* » ou *2dFGRS*, PERCIVAL et al. 2001, voir Fig. 1.1) a permis d'accéder à une distribution tridimensionnelle sur les échelles $0,02 \leq k \leq 0,15 h \text{ Mpc}^{-1}$. Ils ont ainsi obtenu $\Omega_{M0} h = 0,20 \pm 0,03$. En utilisant la contrainte de FREEDMAN et al. (2001), issue d'observations du *HST*, sur la constante de Hubble ($H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$), on déduit que $\Omega_{M0} = 0,28 \pm 0,05$, ce qui est une contrainte assez forte sur le paramètre de densité.

Une contrainte peut également être obtenue en utilisant simplement le relevé *2dFGRS*. La formation des superamas de galaxies va provoquer une chute gravitationnelle systématique des autres galaxies sur ces grandes structures. La mesure des vitesses propres de ces galaxies, grâce à un relevé de décalages spectraux, va traduire cet effet de regroupement (« *clustering* »). On peut ainsi déterminer le paramètre $\beta = \Omega_{M0}^{0,6}/b$, où le biais b traduit la différence entre le regroupement des galaxies et celui de la matière en général. PEACOCK et al. (2001) trouvent $\beta = 0,43 \pm 0,07$. La mesure de la fonction de corrélation à *trois* points permet, dans ce même relevé *2dFGRS*, d'avoir accès au paramètre de biais $b = 1,04 \pm 0,11$ (VERDE et al. 2002). Des galaxies sélectionnées optiquement traduisent donc de façon non-biaisée la distribution de masse sous-jacente. La combinaison de ces deux résultats conduit à la contrainte indépendante $\Omega_{M0} = 0,27 \pm 0,06$.

SCHUECKER et al. (2001) ont quant à eux déterminé le spectre de puissance en se fondant sur l'étude de 452 amas de galaxies très lumineux en X issu du catalogue *REFLEX* (« *ROSAT-ESO Flux-Limited X-Ray* »). Aux échelles $0,01 \leq k \leq 0,4 h \text{ Mpc}^{-1}$, ils déduisent ainsi $0,15 \pm 0,03 \leq \Omega_{M0} h \leq 0,20 \pm 0,06$. En prenant la même constante de Hubble que précédemment, ainsi que la précision associée, on trouve $\Omega_{M0} = 0,26 \pm 0,10$.

4.2.4 Fraction de masse baryonique

Comme on l'a vu au § 3.6.4 à propos de la matière noire, l'estimation de la fraction de masse baryonique dans les amas de galaxies permet de contraindre la densité de matière totale de l'Univers. Il faut pour cela connaître la densité de baryons ; elle est déterminée à partir de l'observation d'abondances des éléments légers en se référant au modèle de la nucléosynthèse primordiale (voir § 3.5.2 et Fig. 3.10). On obtient ainsi $\Omega_b h^2 = 0,02 \pm 0,002$ (BURLES et al. 2001).

Le gaz chaud intra-amas est la composante baryonique principale. Les observations X des amas de galaxies permettent de contraindre le rapport entre la masse baryonique et la masse totale. La première composante est obtenue à partir de la luminosité visible, et la masse de l'amas est déduite de la luminosité X en faisant l'hypothèse qu'il est en équilibre hydrostatique (WHITE et al. 1993).

On suppose ensuite que cette fraction de masse baryonique f_b dans les amas de galaxies reflète celle de l'Univers en général. Cette hypothèse est discutable. Toutefois il semble que le rapport M/L augmente régulièrement puis atteigne un plateau en passant de l'échelle des galaxies, aux amas puis aux superamas (BAHCALL et al. 2000). Cette dernière étude permettant d'ailleurs d'obtenir la contrainte $\Omega_{M0} = 0,16 \pm 0,05$. On peut néanmoins introduire un facteur de proportionnalité Γ pour estimer la qualité des amas comme traceurs de la fraction de masse baryonique dans l'Univers : $f_b = \Gamma \Omega_b / \Omega_{M0}$. Les simulations numériques donnent $\Gamma \simeq 0,92$ dans la partie extérieure des amas (FRENK et al. 1999).

Les mesures effectuées par ETTORI & FABIAN (1999) sur 36 amas lumineux observés par *ROSAT* (« *Röntgen Satellite* ») ont donné $f_b = 0,48 \pm 0,2 h^{3/2}$. D'après les considérations précédentes, et en prenant $H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (FREEDMAN et al. 2001), cela conduit à une densité de matière de l'Univers $\Omega_{M0} = 0,13 \pm 0,08$. Récemment, ALLEN et al. (2002) ont observé 6 amas en X grâce au satellite *Chandra*. La qualité des données de cet observatoire, la régularité et le caractère relaxé des amas, ainsi que la confirmation de leur masse par des études de l'effet de lentille gravitationnelle qu'ils produisent conduisent à une valeur robuste et précise de la fraction de gaz. La densité de matière correspondante présente la plus faible incertitude jusqu'à présent : $\Omega_{M0} = 0,30^{+0,04}_{-0,03}$. En outre, la variation de la fraction de gaz avec le décalage spectral des différents amas permet également de mesurer une constante cosmologique positive : $\Omega_\Lambda = 0,95^{+0,48}_{-0,72}$.

Ces derniers cas reflètent la valeur typique résultant d'une fraction de masse baryonique assez élevée. D'autres analyses semblent favoriser un rapport f_b plus faible. L'étude du profil de la fraction de gaz dans l'amas conduit ainsi à $f_b = 0,28 \pm 0,03 h^{3/2}$ (SATAT & BLANCHARD 2001). En utilisant toujours la même valeur de la constante de Hubble, cette analyse donne $\Omega_{M0} = 0,45 \pm 0,13$. Les valeurs de densité de matière obtenues de cette façon sont très dépendantes de H_0 ($\Omega_{M0} \propto h^{-5/2}$). Une valeur basse de la fraction de masse baryonique combinée à une faible constante de Hubble ($H_0 \simeq 50 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$) permettent ainsi de ne pas exclure un modèle EdS ($\Omega_{M0} = 1$).

Dans le même ordre d'idée, la masse de gaz peut également être obtenue par une étude dans le domaine radio de l'effet SZ (SUNYAEV & ZELDOVICH 1972) : il s'agit de la diffusion Compton inverse des photons du FDC par les électrons du gaz chaud intra-amas. L'étude de 18 amas par GREGO et al. (2001) a ainsi récemment fournit $\Omega_{M0} \simeq 0,25$. Cette méthode est prometteuse mais pas encore très développée. Les analyses SZ sont pour l'instant plus préliminaires et incertaines que celles issues de données X.

4.2.5 Évolution des amas

L'abondance des amas est sensible à une combinaison entre la normalisation du spectre de puissance et la densité de matière, du type $\sigma_8 \Omega_{M0}^{\alpha(z)}$. L'abondance des amas est souvent utilisée localement pour contraindre l'amplitude des fluctuations de densité, tandis que son évolution reflète le taux de croissance des perturbations, et dépend donc davantage de Ω_{M0} .

La variation de l'exposant $\alpha(z)$ avec le décalage spectral permet ainsi de lever la dégénérescence entre Ω_{M0} et σ_8 (PEEBLES et al. 1989; OUKBIR & BLANCHARD 1992). Il faut pour cela normaliser les résultats d'observations d'amas lointains (où $\sigma_8 \Omega_{M0}^{0,29} \simeq 0,8$, cf. BAHCALL & FAN (1998)) avec ceux de l'univers proche (VIANA et al. (2002) ont récemment trouvé $\sigma_8 \Omega_{M0}^{0,48-0,27\Omega_{M0}} \simeq 0,38$).

BORGANI et al. (2001) ont ainsi étudié l'évolution de la fonction de luminosité en X de 103 amas de galaxies jusqu'à $z \simeq 0,85$ provenant du relevé *RDCS* (« *ROSAT Deep Cluster Survey* »), ainsi que 10 autres amas issus de *ROSAT* et *Chandra* dont les décalages spectraux vont jusqu'à $z \simeq 1,27$. Leur analyse a conduit à $\Omega_{M0} = 0,35^{+0,13}_{-0,10}$.

D'autres analyses sont toutefois contradictoires. BLANCHARD et al. (2000) ont présenté une nouvelle détermination de la fonction de température locale à partir d'un échantillon de 50 amas X. En comparant cette estimation à celle obtenue sur des amas lointains, ils trouvent une densité de matière actuelle $\Omega_{M0} = 0,87^{+0,35}_{-0,25}$.

4.2.6 Âge cosmique de l'Univers

Comme le montre l'Éq. (3.33) prise à $z = 0$, l'âge cosmique de l'Univers dépend de la constante de Hubble et de la géométrie globale. On peut donc contraindre cette dernière si on a une estimation de t_0 et H_0 . Le produit $H_0 t_0$ dépend ainsi simplement de Ω_{M0} et Ω_Λ (Fig. 3.5), ou bien de Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat (Fig. 3.6).

En ce qui concerne la constante de Hubble, les observations de Céphéïdes dans les galaxies proches par le *HST* ont donné $H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (FREEDMAN et al. 2001). Une revue de sur les contraintes de H_0 par les indicateurs de distances en général (Céphéïdes, brillance de surface, plan fondamental des galaxies elliptiques, relation de Tully-Fischer, SNIa, SNII – cf. § 3.2.1) donne $57 \leq H_0 \leq 85 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (FREEDMAN 2000).

D'autres contraintes utilisent des méthodes physiques. Les résultats fondés sur l'effet SZ ne sont pas encore très précis, mais devraient converger avec de meilleures résolutions interférométriques et cartes X (BIRKINSHAW 1999). Une autre méthode de mesure de la constante de Hubble indépendamment de calibrations locales utilise le phénomène de lentille gravitationnelle. Le principe se fonde sur l'estimation du délai temporel entre les images multiples d'un objet variable. Pratiquement, cela nécessite une bonne connaissance de la distribution de masse de la galaxie défectrice. Toutefois, les mesures actuelles sont cohérentes avec les contraintes précédentes (KOOPMANS et al. 2001).

Quant à l'âge de l'Univers, il existe trois techniques indépendantes permettant d'obtenir sa valeur :

- la cosmochronologie de noyaux radioactifs de longue période comme l'Uranium ^{238}U ou le Thorium ^{232}Th . L'observation de ces éléments dans une étoile donne donc une limite inférieure à l'âge de l'Univers. CAYREL et al. (2001) ont ainsi obtenu $t_0 > 12,5 \pm 3 \times 10^9$ ans ;
- les modèles stellaires et la synthèse de la plus ancienne population d'étoiles. L'âge des plus vieux amas globulaires de la Galaxie est ainsi de $11,5 \pm 1,3 \times 10^9$ ans (CHABOYER et al. 1998) ;
- les observations cosmologiques, comme les pics Doppler des anisotropies du FDC ou les SNIa. Dans le cadre d'un modèle plat avec des conditions initiales adiabatiques, KNOX et al. (2001) trouvent $t_0 = 14,0 \pm 0,5 \times 10^9$ ans à partir du FDC.

FERRERAS et al. (2001) a montré que ces différentes méthodes sont cohérentes, et qu'une contrainte combinée donne $t_0 = 13,2^{+1,2}_{-0,8} \times 10^9$ ans.

En prenant raisonnablement $55 \leq H_0 \leq 85 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ et $11 \leq t_0 \leq 15 \times 10^9$ ans, on obtient $0,62 \leq H_0 t_0 \leq 1,30$. Si l'on se réfère aux Figs 3.5 et 3.6, on constate que cet encadrement ne donne pas de contraintes sur les paramètres cosmologiques. Néanmoins l'Univers EdS n'est compatible qu'avec les valeurs minimales à la fois de la constante de Hubble et de l'âge de l'Univers. Dans le futur, de meilleures précisions sur H_0 et t_0 conduiront à réduire les incertitudes, principalement grâce à la mesure précise des parallaxes par le projet « *Space Interferometry Mission* », ainsi qu'à une meilleure calibration photométrique due à l'instrument « *Advanced Camera for Surveys* » qui vient d'être placé sur le *HST* en Mars 2002.

4.2.7 Lentilles gravitationnelles

L'effet de lentille gravitationnelle (cf. § 5) se produit notamment sur des échelles cosmologiques, ce qui en fait un test adapté à la mesure de la géométrie de l'Univers. Deux méthodes sont principalement utilisées : la statistique d'arcs gravitationnels et le *cisaillement cosmique* (ou « *cosmic shear* »).

Statistiques d'images gravitationnelles multiples

Le nombre de lentilles gravitationnelles trouvées dans un relevé, et leurs propriétés comme la configuration des images (multiplicité, séparation angulaire et rapport de flux), les décalages spectraux des sources et des lentilles ainsi que la nature des galaxies défectrices dépendent du modèle cosmologique, des propriétés des populations des galaxies-lentilles et des sources ainsi que d'effets de sélection. Dans ce type d'analyse, on utilise souvent une distribution de galaxies donnée par la fonction de PRESS & SCHECHTER (1974), et un modèle de lentille du type sphère isotherme singulière (BINNEY & TREMAINE 1987). L'influence des paramètres cosmologiques est importante et due à deux effets :

- l'élément de volume comobile dV/dz influence le nombre de lentilles. Or il est fortement dépendant du modèle cosmologique. En fixant la densité spatiale de galaxies à $z = 0$, le changement des paramètres cosmologiques fait varier de façon sensible le nombre de lentilles potentielles par intervalle de décalage spectral ;
- la section efficace d'une galaxie individuelle dépend d'une combinaison de différentes distances diamètre-angulaire entre l'observateur, la lentille et la source. Ces distances sont également fonction des paramètres cosmologiques (cf. § 3.4.3).

TURNER et al. (1984) ont présenté les premières statistiques sur les lentilles dans des modèles sans constante cosmologique. Cette étude a été étendue par FUKUGITA et al. (1992) aux cas où $\Omega_\Lambda \neq 0$. Une application sur deux catalogues de quasars leur permet de conclure que $\Omega_\Lambda < 0,95$. De manière générale, moins il y a de quasars multiples formés par un effet de lentille gravitationnelle par rapport au nombre total de quasars observés dans un relevé, plus la constante cosmologique est élevée.

KOCHANÉK (1996) a posé les bases de l'utilisation des statistiques sur les lentilles gravitationnelles dans l'étude des relevés extragalactiques. Son étude est fondée sur des catalogues optiques de quasars. Dans le cas d'un Univers plat, il conclut que $\Omega_\Lambda < 0,66$, et sous l'hypothèse que la constante cosmologique est nulle, il trouve $\Omega_{M0} > 0,15$. Toujours dans le domaine optique, COORAY et al. (1999) ont calculé le nombre de galaxies images dans le champ profond du *HST* (« *Hubble Deep Field* » ou *HDF*) en utilisant l'information donnée par les décalages spectraux photométriques des galaxies. Dans un Univers plat, ils obtiennent $\Omega_\Lambda < 0,79$. Une analyse statistique où Ω_{M0} et Ω_Λ sont des paramètres indépendants et où la densité de matière des galaxies défectrices est finie au centre, a permis à QUAST & HELBIG (1999) de donner également pour la première fois une limite inférieure à la constante cosmologique. Les données disponibles sur le nombre de quasars multiples dans les relevés optiques leur permet de conclure que $-3,17 < \Omega_\Lambda - \Omega_{M0} < 0,3$, soit pour un Univers plat : $-1,09 < \Omega_\Lambda < 0,65$. Les relevés optiques donnent ainsi des barres d'erreur relativement importantes, mais l'approche est innovante.

Une contrainte sur la densité de matière peut également être obtenue en étudiant le nombre d'arcs observés dans les amas de galaxies. L'évolution des amas est en effet sensible à Ω_{M0} . COORAY (1999a) obtient ainsi $\Omega_{M0} < 0,56$. KAUFMANN & STRAU-

MANN (2000) ont également effectué une statistique sur le nombre d'arcs géants, observés dans un échantillon d'amas sélectionnés par leur luminosité X dans le catalogue *EMSS* (« *Einstein Extended Medium-Sensitivity Survey* »). Ces données conduisent à $\Omega_{M0} = 0,3^{+0,2}_{-0,1}$. À l'aide de simulations numériques, BARTELMANN et al. (1998) concluent non seulement que la densité de matière est faible, mais aussi que l'Univers serait probablement ouvert ($\Omega_{\Lambda} = 0$).

Toutefois, la technique de comptage statistique d'images gravitationnelles est utilisée préférentiellement à partir de données obtenues dans le domaine radio. En effet, contrairement aux relevés optiques, la recherche de sources n'est dans ce cas pas affectée par une extinction due à la galaxie-lentille. On peut également obtenir des échantillons complets par des relevés limités à un certain flux radio. En outre, un suivi à haute résolution est possible grâce à des interféromètres comme *MERLIN* (« *Multi-element Radio Linked Interferometer Network* »), *VLBA* (« *Very Long Baseline Array* ») ou *VLBI* (« *Very Long Baseline Interferometer* »). Ceci permet la détection d'images dont la séparation angulaire peut être plus faible que dans le cas d'observations optiques. Le seul inconvénient de cette méthode est qu'elle ne permet pas de connaître la distribution en z des sources radio.

Ainsi, le faible nombre de lentilles gravitationnelles présentes dans le catalogue *JVAS* (« *Jodrell Bank-VLA Astrometric Survey* ») permet de donner la limite supérieure $\Omega_{\Lambda} < 0,73$ dans un Univers plat (FALCO et al. 1998). En utilisant le même échantillon et en reprenant l'analyse de QUAST & HELBIG (1999), HELBIG et al. (1999) concluent que $-2,69 < \Omega_{\Lambda} - \Omega_{M0} < 0,68$. Ce qui, dans un Univers plat, se traduit par $-0,85 < \Omega_{\Lambda} < 0,84$. *JVAS* est devenu un sous-catalogue de *CLASS* (« *Cosmic Lens All-Sky Survey* »), sensible à une séparation angulaire des images de 0,3 à 6" et contenant en tout plus de 9000 sources, dont 15 systèmes de lentilles gravitationnelles. Une analyse préliminaire a donné $-0,8 < \Omega_{\Lambda} - \Omega_{M0} < 0,3$, soit $0,1 < \Omega_{\Lambda} < 0,65$ si $k = 0$ (HELBIG 2000). Cette dernière limite inférieure positive sur la constante cosmologique est très importante. C'est en effet, mis à part les SNIa lointaines, le seul test cosmologique qui donne un tel résultat par lui-même. En termes d'énergie noire, le nombre d'images radio multiples dans *CLASS* conduit à $\Omega_{M0} \lesssim 1,2 - 0,5w^2 \pm 0,05$ en supposant un Univers plat (COORAY 1999b).

Les valeurs obtenues, notamment le majorant de la constante cosmologique, semblent assez robustes vis-à-vis du type d'analyse (optique ou radio). Divers auteurs ont combiné les deux études pour obtenir une meilleure précision. FALCO et al. (1998) trouvent ainsi $\Omega_{\Lambda} < 0,62$ si la courbure est nulle. CHIBA & YOSHII (1999) se sont attachés à décrire convenablement la fonction de luminosité et la dynamique interne des galaxies elliptiques et lenticulaires, ce qui est essentiel pour l'étude des images gravitationnelles de quasars lointains. Ils obtiennent $\Omega_{M0} = 0,3^{+0,2}_{-0,1}$, toujours dans le cadre où $k = 0$. Enfin, QUAST & HELBIG (1999) ont combiné des données optiques et issues de *JVAS*, et déduisent $-1,78 < \Omega_{\Lambda} - \Omega_{M0} < 0,27$, soit $-0,39 < \Omega_{\Lambda} < 0,64$ pour un Univers plat.

Ces limites supérieures semblent incompatibles avec les résultats obtenus généralement sur Ω_Λ (cf. 4.2.8). Ces conclusions se fondent sur le fait que la densité numérique de galaxies est fixée. Le nombre de lentilles escomptées est ainsi proportionnel au volume comobile, et donc très sensible à Ω_Λ . La densité de galaxies, actuellement mesurable directement, est incompatible avec son indépendance envers la constante cosmologique. Selon KEETON (2002b), la statistique d'images multiples serait ainsi peu dépendante de Ω_Λ .

Dans le futur, il sera possible de bénéficier du projet *SNAP* afin de détecter des images multiples de supernovæ. Ces recherches seront indépendantes – et complémentaires – du projet principal de détection de SNIa. L'observation de plusieurs centaines de supernovæ fortement lentillées permettra d'avoir une bonne estimation de la constante de Hubble, de la densité de l'Univers et du paramètre d'énergie noire (GOOBAR et al. 2002). On pourrait en particulier préciser Ω_{M0} à 0,05 près ; des erreurs systématiques interviennent toutefois dans la modélisation des galaxies-lentilles.

Cisaillement cosmique

Une autre méthode de contrainte des paramètres cosmologiques à travers le phénomène de lentille gravitationnelle concerne les faibles déformations induites sur les galaxies d'arrière-plan par les structures à grande échelle (« *large scale structures* » ou *LSS* en anglais).

L'effet de lentille est tout à fait adapté à la détection de la distribution de la matière noire, puisqu'il est sensible à la masse totale, indépendamment de son état dynamique ou de son caractère lumineux ou non. Les faibles distortions cohérentes de galaxies lointaines ont été détectées à la périphérie des amas (BONNET et al. 1994 dans le cas de Cl0024) et des superamas de galaxies (KAISER 1998). Quant à la distribution à grande échelle de la matière, ses effets de lentille gravitationnelle provoquent de faibles distortions des galaxies d'arrière-plan, ce qu'on appelle le cisaillement cosmique. L'observation de cet effet à différentes échelles angulaires donne de précieuses informations cosmologiques (KAISER 1992) ; en particulier une mesure directe du spectre de puissance des fluctuations de densité le long de la ligne de visée, et par conséquent une contrainte des modèles de formation des structures et des paramètres cosmologiques. Cette méthode donne donc accès à Ω_{M0} et σ_8 , avec une faible dépendance en Ω_Λ (BERNARDEAU et al. 1997).

De façon pratique, à partir de l'observation de nombreuses galaxies sur un champ suffisamment grand, on estime différents paramètres :

- la variance du cisaillement cosmique $\langle \gamma^2 \rangle$ en fonction de l'échelle angulaire θ . γ caractérise la distortion anisotrope, soit l'élongation de la galaxie provoquée par l'effet de lentille des structures. L'amplitude de cet effet est de l'ordre du pourcent, mais il est cependant observable sur des relevés profonds où la densité de galaxies est importante (KAISER 1992). Dans un modèle sans constante cosmologique où toutes les galaxies déformées sont à un même décalage z_s et

où le spectre de puissance est du type $P(k) \propto k^n$, on a ainsi

$$\langle \gamma^2 \rangle^{1/2} \simeq 0,01 \sigma_8 \Omega_{M0}^{0,75} z_s^{0,75} \theta_{(l)}^{-\frac{n+2}{2}}; \quad (4.1)$$

- la fonction de corrélation du cisaillement $\langle \gamma\gamma \rangle$ pour une séparation angulaire θ . On l'obtient en calculant la moyenne de la corrélation du cisaillement entre toutes les paires de galaxies séparées d'un angle θ . Cette fonction de corrélation peut se séparer en ses composantes radiale $\langle \gamma_r \gamma_r \rangle$ et tangentielle $\langle \gamma_t \gamma_t \rangle$;
- la variance $\langle M_{ap}^2 \rangle$ de la masse dans une ouverture angulaire θ . L'estimateur M_{ap} a été introduit par KAISER (1984) pour l'étude des amas de galaxies, mais il est aussi adapté à la mesure du cisaillement cosmique (SCHNEIDER et al. 1998). Cet estimateur est toutefois moins sensible aux paramètres cosmologiques que les deux précédents (VAN WAERBEKE et al. 2001).

Il y a deux ans, quatre groupes indépendants ont présenté les premières détections de déformations gravitationnelles induites par les structures à grande échelle :

- BACON et al. (2000) ont observé 14 champs de $8 \times 16''$ sur le télescope *WHT* (« *William Herschel Telescope* »). Ils ont détecté une variance du cisaillement cosmique d'écart-type $1,6 \pm 0,08 \%$ à une échelle de $\theta = 8'$;
- KAISER et al. (2000) ont utilisé la caméra *UH8K* du *CFHT* pour observer 6 parties différentes du ciel, avec 6 pointés pour chacune sur une région d'environ 3° faisant apparaître 20 000 galaxies. Ceci a permis une détection significative du cisaillement cosmique sur des échelles allant de $\theta = 1,875$ à $30'$. $\langle \gamma^2 \rangle$ s'annule à une échelle angulaire de $30'$;
- VAN WAERBEKE et al. (2000) ont détecté des faibles déformations induites par les grandes structures sur un relevé de $6300''$ obtenu sur le *CFHT* par les caméras *UH8K* et *CFH12K*. La mesure des fonctions de corrélation des ellipticités, sur des échelles angulaires allant de $\theta = 0,5$ à $3,5'$, permettent en effet de conclure à la détection d'un cisaillement cosmique, d'amplitude $2,2 \pm 0,2 \%$ à $\theta = 1'$;
- WITTMAN et al. (2000) ont pris plusieurs poses grâce au détecteur *Big Througout Camera* monté sur le télescope *CTIO* (« *Cerro Tololo Inter-American Observatory* »), observant ainsi 145 000 galaxies sur un champ large de $43'$. Ils ont obtenu des valeurs significatives de la fonction de corrélation du cisaillement aux échelles $\theta = 3,25, 8,5$ et $22'$.

Le cisaillement cosmique est ainsi mis en évidence de façon certaine ; le signal est faible mais les principales sources d'erreur systématiques ont été prises en compte et corrigées. Il s'agit par exemple d'un faux alignement de galaxies (dû à un chevauchement des isophotes de galaxies proches, à l'anisotropie stellaire ou à l'alignement des lignes et des colonnes du *CCD*¹), d'une correction trop importante de la *PSF*² pour

1. « *Charge Coupled Device* » (dispositif à couplage de charge). Ces récepteurs reposent sur l'effet photo-électrique dans les solides ; ils intègrent des pixels photoconducteurs dans une matrice.

2. « *Point Spread Function* » (fonction d'étalement de point). Il s'agit de la réponse impulsionnelle du détecteur, c'est-à-dire le signal qu'il donne d'un objet ponctuel, comme une étoile.

les objets faibles, ou bien d'un alignement intrinsèque des galaxies. Cette dernière source d'erreur systématique a la même signature dans le signal statistique que l'effet de lentille gravitationnelle (CRITTENDEN et al. 2001). Une décomposition dans les modes électrique et magnétique (E et B) permet de séparer les deux contributions. On montre ainsi qu'on ne détecte pas d'alignement intrinsèque des galaxies sur des échelles supérieures à $\theta = 1'$ (VAN WAERBEKE et al. 2001).

D'autres types d'erreurs statistiques rendent délicate la mesure des paramètres cosmologiques à partir du cisaillement cosmique. Si celui-ci est en effet un moyen efficace de sonder la distribution à grande échelle de la matière, et permet donc de préciser les modèles de formation des structures et les paramètres cosmologiques, les contraintes que l'on obtient sont dégénérées. Quatre paramètres sont en particulier liés les uns aux autres par cette méthode : la densité actuelle de matière Ω_{M0} , la normalisation du spectre de puissance σ_8 , son paramètre de forme Γ , ainsi que le décalage spectral des galaxies sources z_s . En particulier, il n'est pas possible d'obtenir indépendamment Ω_{M0} et σ_8 par la mesure de $\langle \gamma^2 \rangle$ (voir BERNARDEAU et al. 1997 et l'Éq. (4.1)).

Les premières détections du cisaillement cosmique n'ont ainsi pas fourni de fortes contraintes cosmologiques. Les données ont simplement pu exclure des modèles EdS avec un spectre de puissance normalisé à l'aide des résultats de *COBE* (BACON et al. 2000; WITTMAN et al. 2000), ou bien les modèles *CDM* tels que ($\Omega_{M0} = 0,3; \sigma_8 < 0,6$) ou ($\Omega_{M0} = 1; \sigma_8 = 1$) (VAN WAERBEKE et al. 2000).

Des *a priori* (et donc des erreurs systématiques) sont donc nécessaires à ce stade pour obtenir des contraintes cosmologiques. MAOLI et al. (2001) ont combiné les études précédentes avec les observations de 50 champs indépendants, pour un total de $0,64^{+0,02}_{-0,02}$ obtenues sur la première unité (*UT1*) du *VLT* (« *Very Large Telescope* ») grâce à la caméra *FORS1*. Ils utilisent non pas un plan source fixe pour les images, mais une fonction de distribution des galaxies suivant le décalage spectral, paramétrisée par une valeur caractéristique z_s . En prenant $z_s = 0,8$, $\Gamma = 0,21$ et $\Omega_\Lambda = 0$, le meilleur ajustement, obtenu par la détermination du cisaillement cosmique sur des échelles allant de $\theta = 0,5$ à $5'$, donne $\sigma_8 \Omega_{M0}^{0,47} \simeq 0,59 \pm 0,03$, ce qui est accord avec la contrainte donnée par l'abondance locale des amas de galaxies (PIERPAOLI et al. 2001).

RHODES et al. (2001) ont quant à eux observé le cisaillement cosmique à partir du *HST* sur la caméra *WFPC2* (« *Wide Field Planetary Camera 2* »). Cela leur permet d'utiliser la fonction de distribution des galaxies en fonction du décalage spectral (déterminé photométriquement) obtenue dans le *HDF* (FERNÁNDEZ-SOTO et al. 1999), qu'ils paramètrent avec $z_s = 0,9 \pm 0,1$. Dans un modèle Λ CDM ($\Omega_{M0} = 0,3$, $\Omega_\Lambda = 0,7$ et $\Gamma = 0,25$), ils trouvent $\sigma_8 \simeq 0,90^{+0,25}_{-0,30}$. C'est également la distribution de sources prise en compte par HOEKSTRA et al. (2002), dont les données proviennent du *CFHT* et du *CTIO*. Toujours dans le cadre d'un modèle Λ CDM ($\Omega_{M0} = 0,3$, $\Omega_\Lambda = 0,7$ et $\Gamma = 0,21$), ils obtiennent $\sigma_8 \simeq 0,81^{+0,14}_{-0,19}$.

Ces dernières méthodes fixent en fait trois paramètres (p. ex. z_s , Ω_{M0} et Γ) afin

de déterminer le quatrième (p. ex. σ_8). VAN WAERBEKE et al. (2001) ont quant à eux posé des valeurs *a priori* pour z_s et Γ et en ont déduit des barres d'erreur sur les valeurs de σ_8 et Ω_{M0} , brisant ainsi la dégénérescence entre ces paramètres. Ils ont détecté le cisaillement cosmique sur deux ordres de grandeur (de $\theta = 3''$ à $0,5^\circ$) grâce aux données d'imagerie du *CFHT* acquises par la collaboration *VIRMOS-DESCART* (« *Visible and near Infra-Red imaging Multi-Object Spectrograph* », « *Dark matter from Ellipticity Sources CARTography* »). Leur distribution de galaxies-sources est celle du *HDF-Nord* (COHEN et al. 2000), avec $z_s = 0,8$. Le relevé *VIRMOS* final permettra d'ailleurs d'utiliser les décalages spectraux photométriques des galaxies, et donc de poser des contraintes robustes sur les paramètres cosmologiques. En prenant en outre $\Gamma = 0,21$, ils obtiennent les encadrements $0,65 < \sigma_8 < 1,2$ et $0,22 < \Omega_{M0} < 0,5$ dans le cas d'un modèle ouvert, ou bien $\sigma_8 > 0,7$ et $\Omega_{M0} < 0,4$ pour un modèle plat Λ CDM.

Dernièrement, VAN WAERBEKE et al. (2002) sont allés plus loin en effectuant une analyse complète de maximum de vraisemblance sur quatre paramètres à partir de données du cisaillement cosmique. À l'aide des résultats du projet *VIRMOS-DESCART*, ils ont estimé Ω_{M0} et σ_8 en marginalisant le paramètre de forme du spectre de puissance et le décalage caractéristique des sources. La contrainte ainsi obtenue est donc robuste et ne se trouve pas affectée par des erreurs systématiques : $\sigma_8 \Omega_{M0}^{0,49-(0,24 \pm 0,18)\Omega_{M0}} = 0,57 \pm 0,04$.

Dans l'avenir, les instruments permettant des relevés profonds à grand champ comme *MegaCam* ($1^\circ 2$) et *VISTA* ($2^\circ 2$) ainsi que l'accumulation de mesures sur des parties du ciel indépendantes permettront de réduire la dégénérescence entre Ω_{M0} et σ_8 par la seule mesure de $\langle \gamma^2 \rangle$. Dans un tel relevé, VAN WAERBEKE et al. (1999) ont en outre montré que la mesure supplémentaire du moment d'ordre 3 de la convergence κ (traduisant l'étirement isotrope d'un objet induit par une lentille gravitationnelle), qui n'est sensible qu'à σ_8 , permettrait de lever cette dégénérescence et de donner des contraintes cosmologiques par le cisaillement cosmique seul. Toutefois, si on combine les résultats déjà obtenus par cette méthode avec ceux issus du FDC, on peut conclure à une constante cosmologique non nulle (VAN WAERBEKE et al. 2002). Ce qui démontre l'intérêt et la force des contraintes combinées entre différents tests cosmologiques, qui seront abordées à la section suivante.

Méthodes géométriques

Les deux méthodes précédentes (statistique d'images multiples et cisaillement cosmique) sont les plus utilisées pour contraindre les paramètres cosmologiques à partir de l'effet de lentille gravitationnelle. La dernière sera sans doute dans un avenir proche une des plus importantes en général, avec celles fondées sur les anisotropies du FDC, les SNIa et les structures à grande échelle (HU & TEGMARK 1999). Cependant, d'autres analyses utilisant cet effet de lentille sont employées :

- le décalage temporel entre des images gravitationnelles multiples permet, comme on l'a vu, d'estimer H_0 . Toutefois, les distances cosmologiques dépendent également

au second ordre de Ω_{M0} et Ω_{Λ} (cf. § 3.4.3). Par conséquent, en mesurant des décalages temporels dans plusieurs systèmes présentant différents z pour le déflecteur et la source, on peut en théorie contraindre les paramètres cosmologiques (REFSDAL 1966). Cependant, on ne connaît pas pour l’instant assez de systèmes, et les incertitudes dues aux observations et à la modélisation des lentilles sont trop importantes pour en déduire des contraintes cosmologiques. Cette méthode reste donc en projet (HAARMSMA et al. 2001) ;

- un rapport de distances cosmologiques ne dépend plus de la constante de Hubble mais seulement des paramètres cosmologiques. Un tel terme apparaît dans l’équation des lentilles gravitationnelles, qui relie la position d’une image à celle de la source (cf. § 5.2.2). Ce rapport de distances diamètre-angulaire est toutefois associé dans cette relation au potentiel gravitationnel du déflecteur, et en particulier à sa dispersion des vitesses – qui traduit l’écart-type de la distribution en vitesses des galaxies dans un amas ou des étoiles dans une galaxie, plus il est important, plus le système est massif. Ainsi, comme l’ont suggéré PACZYŃSKI & GORSKI (1981), la détermination indépendante de la dispersion des vitesses d’une lentille gravitationnelle qui présente un système d’images multiples permet de donner des contraintes sur les paramètres cosmologiques, et en particulier sur Ω_{Λ} . BREIMER & SANDERS (1992) ont tenté d’appliquer cette méthode à l’amas de galaxies A 370 qui contient un arc géant. Cependant, le potentiel gravitationnel est trop complexe et mal déterminé pour pouvoir en tirer des limites sur la constante cosmologique. Il est possible que des observations précises dans plusieurs bandes X du gaz chaud intra-amas permette de retrouver la distribution de matière. Il semble toutefois que ce type de méthode puisse s’appliquer plus simplement au cas de galaxies déflectrices, pour lesquelles l’incertitude sur la dispersion de vitesse des étoiles est bien meilleure (cf. Partie II, § 1.3.2) ;
- pour s’affranchir de la dépendance par rapport au potentiel gravitationnel du déflecteur, GAUTRET et al. (2000) proposent la « statistique des triplets ». Cette méthode utilise les faibles déformations induites sur trois galaxies *très voisines* par un amas. On peut à partir de là construire un opérateur qui ne dépend pas de la convergence et du cisaillement (et donc du potentiel projeté de l’amas), mais simplement des paramètres cosmologiques. Celui-ci s’estime à partir des ellipticités observées ; il faut en outre connaître les décalages spectraux (au moins leur estimation photométrique) des trois galaxies. Cet estimateur est d’autant mieux connu qu’on considère davantage de triplets et d’amas. En pratique, il faudrait obtenir des observations sur une centaine d’amas de galaxies pour pouvoir séparer à un niveau de confiance de 2σ un modèle ouvert avec $\Omega_{M0} = 0,3$ et un Univers EdS ;
- la solution de LOMBARDI & BERTIN (1999) consiste à retrouver simultanément la distribution de masse de l’amas et la géométrie de l’Univers. La mesure des ellipticités des galaxies-images permet d’accéder au cisaillement et à un

rapport de distances diamètre-angulaire entre l'observateur, l'amas et la source. Le décalage spectral de cette dernière doit donc être connu pour que la méthode d'inversion fonctionne, et permette de retrouver à la fois la distribution de masse du défecteur et les paramètres cosmologiques. Un tel projet doit donc passer par la mesure des décalages photométriques de dizaines de milliers de sources et l'observation d'une douzaine d'amas pour conduire à des contraintes significatives, selon l'étude numérique de LOMBARDI & BERTIN (1999) ;

- toutefois, si la position d'un rayon critique (caractérisant la position des images infiniment amplifiées pour une population de sources à un décalage spectral donné) dépend des paramètres cosmologiques et du potentiel gravitationnel projeté de l'amas, le *rapport* de deux rayons critiques (correspondant à deux décalages de sources différents) ne varie principalement qu'avec Ω_{M0} et Ω_{Λ} . C'est la méthode qu'ont utilisée FORT et al. (1997) par l'étude du *biais d'amplification* (voir § 5.3.2) dans les amas de galaxies Cl0024 et A 370. Cet effet caractérise la différence entre la densité observée d'objets d'arrière-plan lentillés par un amas, et celle qu'on détecterait en champ vide (sans la présence du défecteur) (TURNER et al. 1984). Cette densité est modifiée par deux effets antagonistes dus à la présence d'une lentille gravitationnelle : l'éirement de l'angle solide sur le ciel fait décroître la densité d'objets, tandis que l'amplification du flux des sources d'arrière-plan rend visibles des objets plus faibles. La variation de la densité d'objets en fonction de la distance au centre de l'amas caractérise une *courbe de déplétion* : la densité est augmentée au centre puis subit une brusque diminution vers les zones de forte amplification, pour prendre la valeur en champ vide à grande distance. La position et la largeur de la zone de déplétion sont caractéristiques de la population des sources et des paramètres cosmologiques. Dans cette zone, le rayon au centre considéré augmente avec le décalage spectral de la population de sources correspondante. Ainsi, en mesurant le *dernier rayon critique* de la zone de déplétion, dont on fait le rapport avec le rayon au début de ce palier (estimé dans le cas de Cl0024 ou mesuré dans le cas du grand arc de A 370), on peut accéder à la fois au décalage spectral de la population de sources la plus lointaine et aux paramètres cosmologiques. FORT et al. (1997) contraignent de la sorte un Univers plat avec $0,6 < \Omega_{\Lambda} < 0,9$. Cette analyse a toutefois été contestée par ASADA (1997). Selon lui, il est en effet impossible d'obtenir une contrainte sur Ω_{M0} sans supposer un Univers plat. En outre l'incertitude dans le modèle de potentiel gravitationnel de la lentille conduit à une erreur systématique importante. Toutefois, cette méthode peut conduire à des résultats en prenant en compte un grand nombre d'amas et en estimant de manière indépendante la distribution en z des sources (par exemple à partir de décalages photométriques) ;
- ce type de méthode (utilisant un rapport du terme de distances diamètre-angulaire, intervenant dans l'équation des lentilles, pour deux plans sources différents et un même défecteur) a en fait été suggéré par BLANDFORD &

NARAYAN (1992). Dans le cadre de la meilleure résolution spatiale des images *HST*, LINK & PIERCE (1998) ont reconsidéré cette analyse. Si un amas présente plusieurs systèmes d'images multiples dont les décalages spectroscopiques sont connus, il est possible de retrouver à la fois les paramètres du modèle de potentiel du déflecteur et les paramètres cosmologiques. Toutefois, leur analyse ne prend compte que des images situées au *rayon d'Einstein*, et formés par un potentiel relativement simple. Les cas rencontrés sont en pratique plus complexes. C'est cette méthode générale que le travail présenté ici se propose d'étudier.

4.2.8 Contraintes combinées

Chaque test cosmologique dépend ainsi plus particulièrement de certains paramètres, le plus souvent d'une combinaison. Une analyse simultanée des contraintes sur les paramètres cosmologiques données par différents types de données est ainsi essentielle. Des études de vraisemblances combinées peuvent briser des dégénérescences intrinsèques à chaque type de test, et estimer de la sorte plus précisément les paramètres fondamentaux. Par exemple, l'étude des anisotropies du FDC dépend de nombreux paramètres cosmologiques. Même avec la précision que donneront les missions *MAP* et *Planck*, il y aura des dégénérescences et des limitations inhérentes à ce test dans l'estimation des paramètres (EFSTATHIOU & BOND 1999). Des contraintes combinées sont une solution à ce problème. Leur efficacité est d'autant plus grande que les différents tests sont complémentaires, c'est-à-dire que les dégénérescences obtenues sur certains paramètres cosmologiques sont orthogonales. C'est le cas dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour les contraintes obtenues par les anisotropies du FDC et les SNIa distantes (WHITE 1998; LINEWEAVER 1998).

La comparaison des contraintes permet de valider un modèle cosmologique particulier, et rend également possible une évaluation des erreurs systématiques présentes dans un ou plusieurs jeux de données. Les différentes contraintes doivent en effet définir une zone commune, exhibant le modèle cosmologique le plus probable avec une variable de bon ajustement correcte. Si un test particulier souffre d'erreurs systématiques (comme c'est le cas pour les analyses qui dépendent d'un modèle ou de certaines hypothèses), une combinaison de contraintes pourra le mettre en évidence et permettra de reconsidérer le traitement des données. Une approche globale permet donc autant de réduire les intervalles de confiance que d'estimer la cohérence des différents tests.

L'analyse statistique est le principal problème dans ce type d'études. On peut utiliser des fonctions de maximum de vraisemblance, ou bien une approche bayésienne (HOBSON et al. 2002). Attendu que les paramètres sont au total assez nombreux, il est possible d'effectuer une marginalisation sur certains d'entre eux, afin d'estimer les autres, ou bien de les fixer *a priori*. En outre, il se peut que des tests ne soient pas indépendants entre eux, ce qui fausse l'analyse, et amène à la question, plus générale, du poids que chacun d'eux doit avoir dans l'estimation des paramètres

choisis. L'importance de chacun peut d'ailleurs être également un paramètre libre (LAHAV et al. 2000).

L'analyse jointe la plus importante est celle combinant les contraintes complémentaires issues des anisotropies du FDC et des SNIa distantes. Le premier test favorise un Univers plat et le second une constante cosmologique non nulle et suffisamment élevée pour engendrer une accélération de l'expansion. Utilisant les données les plus récentes, JAFFE et al. (2001) trouvent ainsi $\Omega_{M0} = 0,37 \pm 0,07$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,71 \pm 0,05$ (voir Fig. 4.4). Ils obtiennent d'ailleurs un résultat aussi restrictif et compatible en combinant les données issues des anisotropies du FDC avec celles des structures à grande échelle : $\Omega_{M0} = 0,49 \pm 0,13$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,63^{+0,08}_{-0,09}$. L'ensemble de ces trois tests et leur cohérence fonde d'ailleurs en quelque sorte le paradigme actuel sur la valeur des paramètres cosmologiques. HEAVENS et al. (2002) ont ainsi combiné les observations sur le FDC, les SNIa, ainsi que leurs données sur la distribution en décalage spectral des galaxies (voir Fig. 4.5).

L'équipe de l'*Institute of Astronomy* (IoA, Cambridge, ROYAUME-UNI) s'est spécialisée dans ce type d'étude. Pour les contraintes combinées tirées des anisotropies du FDC et des SNIa distantes, ils trouvent en particulier $\Omega_{M0} = 0,25^{+0,18}_{-0,12}$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,63^{+0,17}_{-0,23}$ (EFSTATHIOU et al. 1999). Il est même possible de contraindre l'énergie noire à partir de ces deux jeux de données. D'après EFSTATHIOU (1999), le paramètre de l'équation d'état est tel que $w < -0,6$ si l'Univers est plat (voir Fig. 4.4) et $w < -0,4$ dans le cas d'une courbure quelconque. Son équipe prévoit également, comme on l'a vu précédemment, une constante cosmologique non nulle en combinant les observations des anisotropies du FDC avec celles du regroupement des galaxies (*2dFGRS*) : $\Omega_{\Lambda} = 0,75 \pm 0,10$ (EFSTATHIOU et al. 2002). La même méthode a été mise en œuvre par DURRER & NOVOSYADLYJ (2001) en utilisant des données variées et sur différents ordres de grandeur pour les structures à grande échelle. Ils obtiennent eux aussi une constante cosmologique non nulle : $\Omega_{M0} = 0,37^{+0,25}_{-0,15}$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,69^{+0,15}_{-0,20}$. Les analyses précédentes font quelques *a priori*, en considérant par exemple un Univers plat, l'absence de neutrinos massifs, d'une période de reionisation ou d'une composante tensorielle du spectre de fluctuations. Avec le même type de données (anisotropies du FDC et structures à grande échelle), TEGMARK et al. (2001) ont précisé un modèle de concordance cosmique en considérant 11 paramètres cosmologiques libres. Les résultats bruts donnent moins de précision que dans les cas précédents. En y adjoignant les contraintes issus de la nucléosynthèse primordiale (observation des abondances des éléments légers), ils trouvent $\Omega_{M0} = 0,38^{+0,09}_{-0,15}$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,62^{+0,12}_{-0,13}$.

L'IoA s'est attaché à diversifier ses types de combinaison, afin que les résultats soient rendus concordants par plusieurs observations indépendantes. Ils ont ainsi considéré des données issues de la variation de l'abondance des amas avec le décalage spectral z , des anisotropies du FDC et le relevé en z des galaxies d'*IRAS* (« *Infrared Astronomical Satellite* »). Dans le cas d'un Univers plat, BRIDLE et al. (1999) obtiennent ainsi $\Omega_{M0} = 0,36^{+0,07}_{-0,06} = 1 - \Omega_{\Lambda}$. Cette dernière analyse nécessitait l'es-

timisation du paramètre de biais b . Au contraire, en utilisant les anisotropies du FDC, les SNIa distantes et les vitesses propres des galaxies, il n'est pas utile de connaître la relation entre la distribution de masse et celle des galaxies. Dans un Univers plat, BRIDLE et al. (2001) trouvent alors $\Omega_{M0} = 0,28 \pm 0,11 = 1 - \Omega_{\Lambda}$. Enfin, LEWIS & BRIDLE (2002) ont utilisé une méthode de Monte Carlo, ce qui leur permet de considérer un grand nombre de paramètres libres. Ils prennent en considération plusieurs données indépendantes : les anisotropies du FDC (issues de *VSA* et *CBI*), les résultats du *HST Key Project*, les structures à grande échelle, les SNIa distantes et les observations portant sur la nucléosynthèse primordiale. Une optimisation sur 9 paramètres libres, dans le cadre des modèles d'inflation, donne $\Omega_{M0} = 0,29^{+0,08}_{-0,14}$, $\Omega_{\Lambda} = 0,72^{+0,10}_{-0,15}$ et $w = -0,98^{+0,35}$.

En ce qui concerne plus précisément la quintessence, WANG et al. (2000) ont présenté une étude complète des contraintes observationnelles sur les modèles cosmologiques plats dans lesquels l'énergie noire est de ce type. Ils ont considéré des données variées sur différentes échelles de décalages spectraux. Deux résultats sont proposés suivant le type de quintessence, *tracker* ou *creeper* (voir § 4.3.2). Dans le premier cas, WANG et al. (2000) concluent par une analyse combinée de maximum de vraisemblance que $\Omega_{M0} = 0,33 \pm 0,05$ et $w = 0,65 \pm 0,07$. Au contraire, un champ de quintessence de type *creeper* est indiscernable aujourd'hui d'une constante cosmologique, soit $w = -1$, avec en outre dans ce cas $\Omega_{M0} = 0,33^{+0,11}_{-0,08}$. Toujours dans le cadre d'Univers plats, BEAN & MELCHIORRI (2002) ont utilisé des données récentes sur les anisotropies du FDC, les SNIa distantes, l'abondance locale des amas ainsi que la contrainte de H_0 issue du *HST Key Project* (FREEDMAN et al. 2001). Une étude de vraisemblance marginalisée donne $\Omega_{M0} = 0,35^{+0,08}_{-0,07}$ et $w < -0,85$ (voir Fig. 4.5).

Plus originalement, la collaboration *CLASS* a combiné les contraintes données par les statistiques de lentilles gravitationnelles avec les résultats d'autres tests cosmologiques. Les premières sont en particulier telles que Ω_{M0} et Ω_{Λ} sont corrélés positivement, alors qu'ils le sont négativement dans le cas des anisotropies du FDC. Cette complémentarité permet de favoriser un Univers à courbure négative, tel que $\Omega_{M0} = 0,35 \pm 0,10$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,50 \pm 0,20$ (MACIAS-PEREZ et al. 2000). Même si les contraintes utilisées ne sont pas orthogonales, leur association permet de réduire les barres d'erreur et de tester la cohérence des différents résultats. Ainsi la combinaison

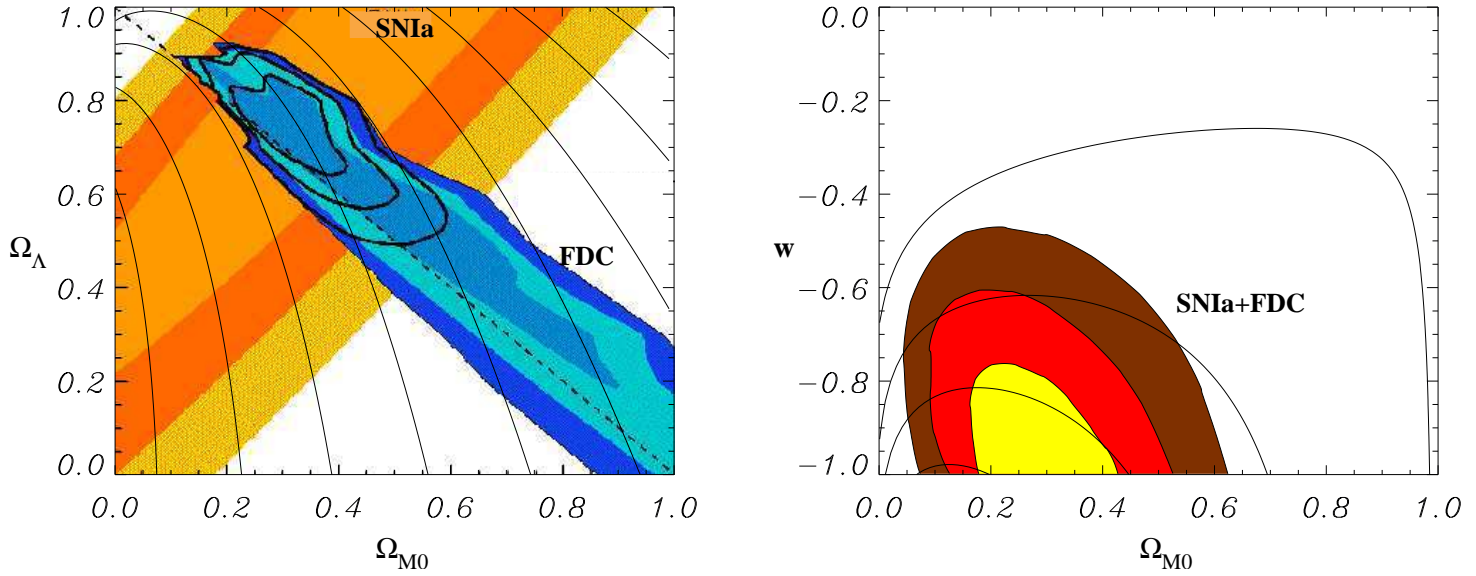


FIG. 4.4 – **À gauche :** Contraintes combinées sur Ω_{M0} et Ω_{Λ} utilisant les résultats issus des anisotropies du FDC et des SN Ia distantes (JAFTE et al. 2001). **À droite :** Contraintes combinées sur Ω_{M0} et w avec ces mêmes tests, dans le cas d'un Univers plat (EFSTATHIOU 1999). Les dégénérescences typiques données par la méthode présentée dans ce travail ont été superposées sur ces graphes en traits pleins.

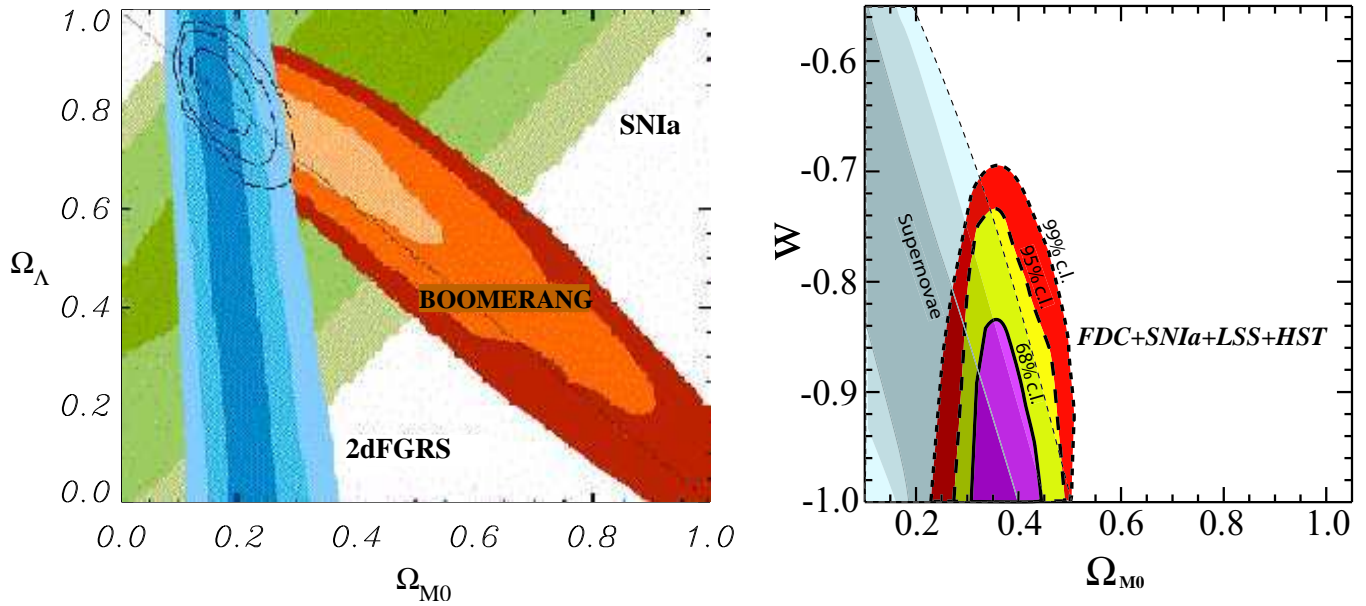


FIG. 4.5 – Combinaison des contraintes issues des anisotropies du FDC, des SN Ia distantes et des structures à grande échelle. **À gauche :** Contraintes dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. Les données sont issues de Boomerang (BALBI et al. 2000), du SCP (PERLMUTTER et al. 1999) et des relevés des décalages spectraux de galaxies par le programme 2dFGRS, (PERCIVAL et al. 2001). Un Univers plat avec $\Omega_{M0} \simeq 0,2$ et $\Omega_{\Lambda} \simeq 0,8$ est favorisé. D'après HEAVENS et al. (2002). **À droite :** Contraintes dans le plan (Ω_{M0}, w) pour un Univers plat. Les données sont issues de Boomerang (NETTERFIELD et al. 2002), de MAXIMA (LEE et al. 2001), de DAS1 (HALVERSON et al. 2002), du SCP (PERLMUTTER et al. 1999), du HST (RIESS et al. 1998), de l'abondance locale des amas, ainsi que du HST Key Project (FREEDMAN et al. 2001). D'après BEAN & MELCHIORRI (2002).

entre les statistiques de lentilles gravitationnelles et la relation magnitude/décalage spectral pour les SNIa distantes permet de dériver des bornes robustes sur la différence entre la constante cosmologique et la densité de matière réduites : $-0,2 < \Omega_\Lambda - \Omega_{M0} < 0,55$ (HELBIG 1999). Dans un Univers plat, ceci se traduit par $\Omega_{M0} = 0,37^{+0,23}_{-0,15} = 1 - \Omega_\Lambda$.

Tous les résultats précédents semblent favoriser un Univers de type Λ CDM. On peut donc d'autant plus citer un résultat assez différent obtenu par DOUSPIS et al. (2001). Celui-ci est fondé sur leur analyse des données les plus récentes concernant les anisotropies du FDC, et sur la fraction de masse baryonique (assez basse) dans les amas de galaxies rapportée par SADAT & BLANCHARD (2001). Ces dernières observations ont été utilisées pour briser la dégénérescence entre Ω_0 et H_0 présente dans les premières. La combinaison des deux donne $\Omega_{M0} = 0,80^{+0,15}_{-0,10}$ et $\Omega_\Lambda = 0,30 \pm 0,10$. Un Univers de type EdS n'est par conséquent exclu qu'assez marginalement. On peut toutefois souligner que si ces résultats sont compatibles avec la nucléosynthèse primordiale, c'est par le biais d'une valeur assez faible de la constante de Hubble ($H_0 \simeq 40 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). Un tel résultat semble contredit par plusieurs observations (voir § 4.2).

Ces diverses contraintes combinées sont synthétisées dans la Tab. 4.1. En résumé, comme le soulignaient déjà GUNN & TINSLEY (1975), il semble que plusieurs tests indépendants ou combinés favorisent un Univers plat en expansion accélérée tel que :

$\begin{aligned} \Omega_{M0} &\simeq 0,3, \Omega_\Lambda \simeq 0,7 \text{ ou de manière équivalente} \\ \Omega_{M0} &\simeq 0,3, \Omega_{X0} \simeq 0,7 \text{ et } w = -1 \end{aligned}$
--

Nous allons voir à quoi peuvent physiquement correspondre ces deux derniers paramètres.

4.3 Énergie Noire

4.3.1 Le problème de la constante cosmologique

Comme on l'a vu au § 3.4.1, deux quantités contribuent de façon indiscernable à l'énergie du vide : cette densité proprement dite, ainsi que la constante cosmologique.

Selon la théorie quantique des champs, l'état fondamental associé à un champ quantique pourrait avoir une influence cosmologique. Dans cette théorie, toute la réalité est décrite en termes de champs quantiques, certains modèles évoquent même des champs scalaires associés à des particules de spin nul. Dans tous les cas, l'énergie de l'état fondamental d'un champ quantique n'est pas nulle. Le principe d'incertitude d'Heisenberg interdit en effet l'existence d'une particule dans un état d'énergie potentielle et d'énergie cinétique nulles. Le niveau fondamental de ces particules n'est donc pas nul. Le « vide » est donc en fait l'état fondamental par rapport auquel on mesure des excitations des champs. Le vide a ainsi une densité d'énergie ρ_V , et

Contraintes combinées	Ω_{M0}	Ω_{Λ} ou Ω_{X0}	w	hypothèses	Référence
FDC+SNla	$0,37^{+0,07}_{-0,07}$	$0,71^{+0,05}_{-0,05}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	JAFFE et al. (2001)
FDC+LSS	$0,49^{+0,13}_{-0,13}$	$0,63^{+0,08}_{-0,09}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	JAFFE et al. (2001)
FDC+SNla	$0,25^{+0,18}_{-0,12}$	$0,63^{+0,17}_{-0,23}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	EFSTATHIOU et al. (1999)
FDC+SNla	$0,12^{+0,30}_{-0,10}$	$0,73^{+0,20}_{-0,33}$	$-1^{+0,6}$	—	EFSTATHIOU (1999)
FDC+SNla	$0,29^{+0,21}_{-0,14}$	$0,71^{+0,14}_{-0,21}$	$-1^{+0,4}$	plat	EFSTATHIOU (1999)
FDC+2dFGRS	$0,25^{+0,15}_{-0,14}$	$0,75^{+0,10}_{-0,10}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	EFSTATHIOU et al. (2002)
FDC+LSS	$0,37^{+0,25}_{-0,15}$	$0,69^{+0,15}_{-0,20}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	DURRER & NOVOSYADLYJ (2001)
FDC+LSS+BBN	$0,38^{+0,09}_{-0,15}$	$0,62^{+0,12}_{-0,13}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	TEGMARK et al. (2001)
FDC+abondance des amas +IRAS	$0,36^{+0,07}_{-0,06}$	$0,64^{+0,06}_{-0,07}$	—	$\Omega_{X0} = 0$ plat	BRIDLE et al. (1999)
FDC+SNla +vitesses propres	$0,28^{+0,11}_{-0,11}$	$0,72^{+0,11}_{-0,11}$	—	$\Omega_{X0} = 0$ plat	BRIDLE et al. (2001)
FDC+SNla+HST Key Project+LSS+BBN	$0,29^{+0,08}_{-0,14}$	$0,72^{+0,10}_{-0,15}$	$-0,98^{+0,35}$	—	LEWIS & BRIDLE (2002)
données variées à différents z	$0,33^{+0,05}_{-0,05}$	$0,67^{+0,05}_{-0,05}$	$-0,65^{+0,07}_{-0,07}$	plat	WANG et al. (2000)
données variées à différents z	$0,33^{+0,11}_{-0,08}$	$0,67^{+0,08}_{-0,11}$	-1	plat	WANG et al. (2000)
FDC+SNla+abondance locale des amas+HST Key Project	$0,35^{+0,08}_{-0,07}$	$0,65^{+0,07}_{-0,08}$	$-1^{+0,15}$	plat	BEAN & MELCHIORRI (2002)
FDC+statistiques d'arcs	$0,35^{+0,10}_{-0,10}$	$0,50^{+0,20}_{-0,20}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	MACIAS-PEREZ et al. (2000)
SNla+statistiques d'arcs	$0,37^{+0,23}_{-0,15}$	$0,63^{+0,15}_{-0,23}$	—	plat	HELBIG (1999)
FDC+fraction de masse baryonique	$0,80^{+0,15}_{-0,10}$	$0,30^{+0,10}_{-0,10}$	—	$\Omega_{X0} = 0$	SADAT & BLANCHARD (2001)

TAB. 4.1 – Récapitulatif des contraintes combinées vues au § 4.2.8 et portant sur Ω_{M0} , Ω_{Λ} (ou Ω_{X0} en considérant l'énergie noire) et w . En ce qui concerne les paramètres cosmologiques, les hypothèses peuvent consister à négliger la composante d'énergie noire autre qu'une constante cosmologique ($\Omega_{X0} = 0$) ou à considérer un Univers plat.

l'invariance de Lorentz montre que le tenseur énergie-impulsion correspondant s'écrit $T_{\mu\nu V} = -\rho_V c^2 g_{\mu\nu}$ (WEINBERG 1989). Si l'on fait passer le tenseur énergie-impulsion du vide $T_{\mu\nu V}$ dans le membre **Courbure** de l'Équation d'Einstein (voir Éqs (2.20) et (2.19)), ρ_V peut s'identifier à une constante cosmologique Λ_V telle que

$$\Lambda_V = \frac{8\pi G}{c^2} \rho_V. \quad (4.2)$$

La constante cosmologique est toutefois conceptuellement différente. Le terme en $\Lambda g_{\mu\nu}$ (qui est bien un tenseur symétrique et conservatif, comme le tenseur énergie-impulsion $T_{\mu\nu}$) peut en effet être rajouté dans le membre **Courbure** de l'Équation d'Einstein en relâchant l'hypothèse que le tenseur d'Einstein ne contient que des termes qui sont soit linéaires par rapport aux dérivées secondes, soit quadratiques par rapport aux dérivées premières du tenseur métrique. Si l'on fait passer cette quantité dans le membre **Matière**, elle est équivalente à une densité d'énergie du vide définie par

$$T_{\mu\nu \Lambda} = -\frac{\Lambda c^4}{8\pi G} g_{\mu\nu} = -\rho_\Lambda c^2 g_{\mu\nu}. \quad (4.3)$$

$T_{\mu\nu \Lambda}$ est en effet conservatif et subsiste en l'absence de matière ($T_{\mu\nu} = 0$) (ZELDOVICH 1968).

Les comportements dynamiques de l'énergie du vide et de la constante cosmologique étant identiques, les deux sont très souvent identifiées (CARROLL 2001). Formellement, tout se passe donc en fait comme s'il existait une constante cosmologique effective $\Lambda_{\text{eff}} = \Lambda + \Lambda_V$, ou bien une densité d'énergie du vide effective $\rho_{V \text{ eff}} = \rho_V + \rho_\Lambda$.

Le modèle standard de physique des particules permet d'avoir une estimation théorique de la densité du vide. Les fluctuations des champs dans le vide sont équivalentes à des créations-annihilations de paires particule-antiparticule. Ces fluctuations quantiques sont bien réelles car responsables par exemple de l'effet prédit par CASIMIR (1948) (le rapprochement entre deux plaques métalliques séparées d'une faible épaisseur) et mesuré par SPARNAAY (1957). Le Hamiltonien résultant de ces phénomènes est la somme sur toutes les particules et sur tous les modes des énergies fondamentales correspondantes. Si l'on prend comme limite supérieure d'intégration l'énergie de Planck jusqu'à laquelle la Gravitation Quantique est valable, on trouve $\rho_V = \frac{E_{\text{Pl}}^4}{16\pi^2 \hbar^3 c}$

avec $E_{\text{Pl}} = \sqrt{\frac{\hbar c^5}{G}}$ (WEINBERG 1989). Soit

$$\Lambda_V = \frac{8\pi G}{c^2} \rho_V \simeq 10^{70} \text{ m}^{-2}. \quad (4.4)$$

Or, de simples arguments physiques et observationnels permettent de trouver l'ordre de grandeur de la constante cosmologique effective Λ_{eff} (WEINBERG 1989) :

$$|\Lambda_{\text{eff}}| \leq \frac{H_0^2}{c^2} \simeq 10^{-52} \text{ m}^{-2} \quad (4.5)$$

Les deux termes de $|\Lambda_{\text{eff}}| = |\Lambda + \Lambda_V|$ doivent donc se compenser jusqu'à la 122^e décimale... Cette différence d'ordre de grandeur est un des grands problèmes de la physique théorique actuelle.

Plusieurs solutions ont été proposées :

- la supersymétrie. Peu de temps après le développement des théories de champ globalement supersymétriques à 4 dimensions, on a montré que si cette supersymétrie (l'unification des fermions et des bosons) n'était pas brisée, ceci impliquerait la nullité de l'énergie du vide. Cette supersymétrie est aujourd'hui brisée. Une nouvelle approche pourrait être la compactification de supercordes sur une certaine variété qui conduirait à une théorie supersymétrique conforme $SU(N)$ à 4 dimensions. Une sous-variété pourrait conduire à une théorie de jauge $SU(N)$ non supersymétrique mais qui garderait une symétrie conforme. On aurait alors $\rho_V = 0$ sans supersymétrie (FRAMPTON 1999) ;
- la relativité d'échelle. La différence d'ordre de grandeur entre Λ_V et Λ_{eff} peut se ramener à une notion d'échelle. La densité d'énergie du vide est très grande à l'échelle des particules alors qu'à l'échelle de l'univers elle semble très faible. La théorie de la Relativité d'Échelle (NOTTALE 1996) propose une solution à ce problème. Selon cette théorie, les grandeurs physiques varient en fonction de l'échelle à laquelle on les considère. La Relativité d'Échelle pourrait être une généralisation de la Relativité d'Einstein aux lois d'échelle ; néanmoins les conséquences de cette généralisation sur la dynamique de l'univers n'ont pas encore été étudiées ;
- le principe anthropique. Ce principe a été introduit par CARTER (1974) et dit que notre univers doit être tel que la vie a pu s'y créer. Ceci peut expliquer que le fait que Ω_{M0} et Ω_Λ soient du même ordre de grandeur n'est pas une coïncidence, mais une condition nécessaire pour que nous puissions en parler aujourd'hui... Le paramètre caractérisant la constante cosmologique, Ω_Λ , ne doit ainsi pas être trop grand, sinon l'univers entre très tôt dans une phase d'expansion qui dure éternellement, en empêchant la formation de condensations gravitationnelles conduisant à un amoncellement de matière qui peut permettre l'apparition de la vie. Ω_Λ ne doit pas non plus être trop négatif, sinon l'univers s'effondre très vite en une singularité (FRAMPTON 1999). Une étude menée par MARTEL et al. (1998) montre ainsi que les valeurs de Ω_Λ comprises dans l'intervalle $[0,6-0,8]$ ne sont pas les moins probables ;
- la quintessence, que nous allons aborder plus précisément à la section suivante.

Un modèle alternatif à la constante cosmologique se devra également de résoudre l'autre problème posé par Λ , celui de la coïncidence cosmique (WEINBERG 2000). Alors que la densité de matière $\rho_M \propto R^{-3}$ et que la densité d'énergie du vide ρ_V est constante, notre époque est privilégiée puisque l'accélération de l'Univers semble être un phénomène récent et que Ω_{M0} et Ω_Λ sont du même ordre de grandeur. Une autre façon de poser ce problème est de se demander pourquoi le début de la domination de l'énergie noire correspond à l'époque de formation des galaxies (GARRIGA

& VILENKIN 2001).

4.3.2 Quintessence

L'idée sous-jacente à la quintessence est que la constante cosmologique est faible parce que l'Univers est âgé (PEEBLES & RATRA 1988). Considérons un champ scalaire uniforme dépendant du temps $\phi(t)$ soumis à un potentiel $V(\phi)$ et dont l'évolution est gouvernée par l'équation

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (4.6)$$

où H est le paramètre de Hubble (voir Éq. (3.19)) qui dépend ici – en plus de la densité de masse (à laquelle le potentiel $V(\phi)$ se trouve ainsi couplé) – de la densité d'énergie du champ scalaire :

$$\rho_Q c^2 = T_{00} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi). \quad (4.7)$$

Les autres composantes du tenseur énergie-impulsion de ce champ scalaire caractérisent la pression de la quintessence :

$$P_Q = -T_{\alpha\alpha} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (4.8)$$

Le paramètre de quintessence w s'écrit alors sous la forme

$$w = \frac{P_Q}{\rho_Q} = \frac{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi)} \quad (4.9)$$

et dépend ainsi du temps ; la constante cosmologique correspond dans ce modèle à un champ scalaire constant, soit $w = -1$.

S'il existe une valeur de ϕ pour laquelle $V'(\phi) = 0$, il est naturel que le champ scalaire tende vers cette valeur. Si en outre ϕ descend *lentement* (c.-à-d. si $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$) vers le minimum du potentiel, l'évolution de ce champ scalaire génère une « constante » cosmologique variable (RATRA & PEEBLES 1988). Mais alors que ϕ évolue lentement au cours du temps, la densité de matière est quant à elle décroissante ($\rho_M \propto R^{-3}$). De sorte que l'Univers finit par entrer en expansion accélérée. La faible valeur de la densité de quintessence a ainsi une origine dynamique : le champ scalaire ϕ n'a pas encore atteint le minimum de son potentiel $V(\phi)$. Le problème de la quintessence consiste dès lors à expliquer pourquoi le potentiel du champ scalaire est faible ou nul pour la valeur de ϕ correspondante à $V'(\phi) = 0$.

Le premier modèle de quintessence proposé était caractérisé par un potentiel en loi de puissance inverse (RATRA & PEEBLES 1988; CALDWELL et al. 1998; WETTERICH 1988) :

$$V(\phi) = \frac{M^{4+\alpha}}{\phi^\alpha}. \quad (4.10)$$

L'exposant α est positif et M est fixé de telle sorte que le champ scalaire ait une densité d'énergie correcte aujourd'hui (une explication théorique d'un tel choix est donnée par ARMENDARIZ-PICON et al. 2000). Cette forme de potentiel assure que, quelles que soient les conditions initiales, le champ scalaire va évoluer vers un attracteur pour lequel le paramètre w sera constant et donné par

$$w = \frac{\alpha w_F - 2}{\alpha + 2} \quad (4.11)$$

où w_F représente le rapport de la pression et de l'énergie des autres fluides parfaits (baryons, matière noire froide, photons et neutrinos). Puisque $w < w_F$ dans ce régime attractif, cela assure que la densité d'énergie de quintessence décroisse plus lentement que celle des autres fluides, et que le champ de quintessence finira donc par dominer. Lorsque c'est le cas (pour $\Omega_Q \gtrsim 0,5$), le champ scalaire descend lentement le long de son potentiel, ce qui pourra permettre de le distinguer observationnellement d'une constante cosmologique.

De manière générale, et pour résoudre le problème de la coïncidence (ce qui est la principale motivation des modèles de quintessence), les potentiels qui vérifient $VV''/(V')^2 \geq 1$ possèdent la propriété particulière que les champs scalaires finissent par suivre une même évolution à partir d'une large gamme de conditions initiales (STEINHARDT et al. 1999). Dans ces modèles à attracteur (« *tracker* »), la densité d'énergie de quintessence reste proche de la densité de matière pendant la plupart de l'évolution cosmique. De nombreux modèles de tels potentiels $V(\phi)$ ont été proposés (SAHNI 2002). En produisant aujourd'hui la densité observée d'énergie de quintessence (sans réglage fin des conditions initiales), ils prévoient une relation précise entre la densité d'énergie et la pression actuelle, de sorte qu'il existe une borne inférieure : $w \geq -0,8$.

Un développement parallèle est celui des modèles de champs rampants (« *creeper* ») (HUEY & STEINHARDT 2000), presque aussi insensibles aux conditions initiales mais actuellement indistinguables de Ω_Λ . Ces champs apparaissent en effet pour les mêmes potentiels que ceux des attracteurs, mais leur densité d'énergie excède celle du rayonnement aux premiers instants. Le champ rampant descend donc rapidement le gradient de potentiel vers un point où il est gelé avec déjà une énergie potentielle constante lors de l'Univers primordial. Son paramètre d'équation d'état est ainsi $w = -1$, tout comme la constante cosmologique.

Par ailleurs, la physique fondamentale peut permettre d'éclairer cette théorie des champs scalaires. La théorie de physique des particules, à travers les brisures de symétrie dynamiques ou des effets non perturbatifs, a en effet pu générer des potentiels soumis à une pression négative avec des masses ultra légères (AFFLECK 1985; BINÉTRUY 1999).

Dans les modèles de quintessence, w est *a priori* variable avec le décalage spectral. Si l'on considère que w n'est pas constant, le plus simple est de tester un modèle du type $w(z) = w_0 + w_1 z$. Le projet *SNAP*, en détectant plusieurs milliers de SNIa sur une gamme étendue de décalages spectraux (jusqu'à $z = 1,7$), permettra ainsi de

mesurer précisément w_0 . Cependant, attendu que dans les modèles de FLRW, les distances dépendent de w à travers une triple intégrale sur le décalage spectral, une assez faible information pourra être déterminée sur le paramètre w_1 (MAOR et al. 2001). On peut toutefois trouver des contraintes très précises si l'on fixe *a priori* la valeur de Ω_{M0} (GOLIATH et al. 2001). La même conclusion s'impose en considérant des modèles, physiquement justifiés, tels que $w(z) = w_0 - \alpha \ln(1 + z)$ (GERKE & EFSTATHIOU 2002).

Le problème de la quintessence est le réglage fin nécessaire pour qu'elle domine tardivement. Une possibilité est que les effets quantiques soient devenus importants à faible z et qu'ils aient conduit l'Univers à entrer dans une phase d'expansion accélérée. La « métamorphose du vide », proposée par PARKER & RAVAL (1999, 2000) en est un exemple. Ils ont considéré un champ scalaire massif dans un Univers plat. Celui-ci produit une transition dans l'équation d'état qui fait dominer récemment la quin-

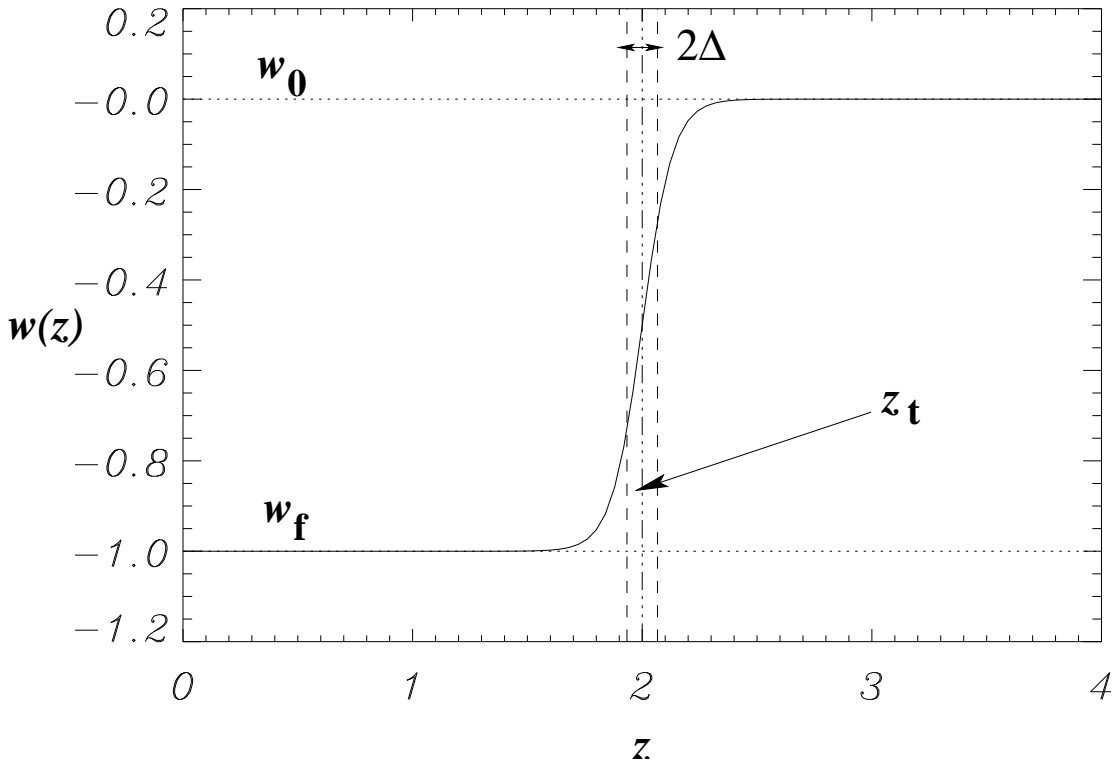


FIG. 4.6 – Variation du paramètre de quintessence w avec le décalage spectral z suivant un modèle de transition de phase rapide. $w(z) = w_0 + \frac{w_f - w_0}{1 + \exp(\frac{z - z_t}{\Delta})}$. w_0 et w_f sont les paramètres de quintessence initial et final. z_t est le décalage spectral de la transition et Δ caractérise la largeur de ce changement. C'est physiquement le cas de la métamorphose du vide (PARKER & RAVAL 1999, 2000) où les effets quantiques non-perturbatifs sont importants tardivement. À l'aide de données observationnelles, BASSETT et al. (2002) contraignent $z_t \sim 2$ et $w_f \sim -1$.

tessence. Cet exemple est en fait un cas particulier d'un modèle phénoménologique plus général qui prend en compte un changement de phase rapide. Le paramètre de quintessence prend alors la forme suivante :

$$w(z) = w_0 + \frac{w_f - w_0}{1 + \exp\left(\frac{z - z_t}{\Delta}\right)} \quad (4.12)$$

schématisée sur la Fig. 4.6. À l'aide de données sur les anisotropies du FDC, les structures à grande échelle et les SNIa distantes, BASSETT et al. (2002) ont tenté de contraindre z_t et w_f . En fixant un paramètre de quintessence initial $w_0 = 0$ et en liant la largeur de décroissance à z_t ($\Delta \equiv z_t/30$), ils trouvent un décalage spectral de transition récent $z_t \sim 2$ et un paramètre final $w_f \sim -1$. Ce modèle donne un ajustement marginalement meilleur que le Λ CDM.

De manière générale, les modèles de champ scalaire de quintessence sont non seulement les plus simples reposant sur une base physique, mais ils peuvent également imiter le comportement de fluides dont l'équation d'état est arbitraire (CALDWELL et al. 1998). De tels fluides, de « matière X » ont été proposés par TURNER & WHITE (1997). Les modèles d'énergie noire X CDM peuvent ainsi recouvrir d'autres phénomènes.

4.3.3 Autres modèles

Défauts topologiques

Une équation d'état du type de celle de la quintessence, où une pression négative est proportionnelle à la densité en faisant apparaître un facteur w , peut ainsi caractériser des *défauts topologiques* (voir § 3.5.1). L'équation d'état associée est différente suivant le type de défaut ; on a $w = -m/3$ où m est la dimension du défaut. Soit $w = -1/3$ pour des réseaux de cordes cosmiques (VILENKIN 1984; SPERGEL & PEN 1997), et $w = -2/3$ pour des murs domaniaux (VILENKIN 1985). Cette dernière valeur serait plus facilement conciliable avec les mesures récentes données par l'étude des SNIa (GARNAVICH et al. 1998; PERLMUTTER et al. 1999). Les tests cosmologiques de défauts topologiques pour l'énergie noire n'ont pas encore été explorés profondément, en partie parce qu'un traitement précis du comportement de ce type d'énergie est difficile (FRIEDLAND et al. 2002).

Décroissance par émission

On peut introduire naturellement le fait que la densité d'énergie noire décroisse lentement vers un minimum faible en la modélisant de telle sorte qu'elle dégénère par émission de matière ou de rayonnement (BRONSTEIN 1933), voire de matière noire (SCIAMA 2001). Ce modèle est fortement contraint par le fait que l'énergie résultant de cette dégénérescence ne doit pas perturber le FDC ; or le spectre du rayonnement fossile est celui d'un corps noir à une précision relative de 10^{-4} (FIXSEN

et al. 1996), ce qui limite l'importance d'un tel type d'énergie noire. Il est toutefois possible que l'énergie noire décroisse en émettant de la matière noire, froide ou chaude, sans perturber le spectre du FDC, mais ceci repose alors le problème de la coïncidence (PEEBLES & RATRA 2003).

k-essence

Dans le concept de « k-essence » (ARMENDARIZ-PICON et al. 2000, 2001), le réglage fin des paramètres et des arguments anthropiques ne sont pas à invoquer. Une solution dynamique explique naturellement pourquoi l'Univers est entré dans une époque d'expansion accélérée à un stade tardif de son évolution. La k-essence se fonde sur les propriétés d'un attracteur qui résulte directement du fait que le Lagrangien du champ scalaire contient des termes cinétiques non linéaires et pas de potentiel. Ces termes non linéaires apparaissent dans le plupart des modèles unifiant la gravité avec d'autres forces (dont les modèles de supergravité et de supercordes). Cette k-essence a alors la propriété de se comporter comme une composante de pression négative après l'équivalence matière-rayonnement, de sorte qu'elle peut supplanter la densité de matière et provoquer l'accélération de l'expansion après que la matière a dominé l'Univers pendant une période, soit à peu près à l'époque actuelle.

Énergie fantôme

Dans les modèles de quintessence, d'après l'Éq. (4.9) donnant le paramètre w , on a toujours $w \geq -1$, ce qui est à rapprocher du fait que la vitesse du son dans le fluide parfait ($\partial P_X / \partial \rho_X = c_s^2$ à entropie constante) ne doit pas dépasser celle de la lumière (CARROLL 2001). Selon CALDWELL (2002), même les modèles tels que $w < -1$ satisfont les contraintes observationnelles. Il a ainsi appelé cette composante hypothétique « énergie fantôme », puisque dans son modèle il y a un terme d'énergie cinétique négative dans le Lagrangien du champ scalaire (Éq. (4.8)) (voir aussi SCHULZ & WHITE 2001). Une équation d'état du type $w < -1$ peut néanmoins également être obtenue en supposant que l'énergie du vide est due à un champ scalaire libre quantifié de faible masse (modèle *VCDM*, PARKER & RAVAL 2001).

Gaz de Chaplygin

Afin de rendre compte de l'accélération de l'expansion, on invoque parfois une composante fluide d'équation d'état particulière :

$$P_X = -\frac{A}{\rho_X^\alpha}, \quad (4.13)$$

caractérisant un gaz de CHAPLYGIN (1904). Ce gaz polytropique, introduit en aérodynamique (avec un exposant $\alpha = 1$), se retrouve en physique des particules ou bien en introduisant des dimensions supplémentaires aux 4 déjà existantes (KAMENSHCHIK

et al. 2001; BILIC et al. 2002). On peut également généraliser l'expression du gaz de Chaplygin au cas où $0 < \alpha \leq 1$ (BENTO et al. 2002). La pertinence de ce modèle est fortement dépendante de la quantité de matière totale de l'Univers. Si $\Omega_{M0} \simeq 0,3$, une composante de type gaz de Chaplygin aura un comportement proche de celui d'une constante cosmologique (AVELINO et al. 2002). Au contraire, si le contenu matériel de l'Univers est entièrement baryonique, un gaz de Chaplygin peut rendre compte à la fois de la matière noire et de l'énergie noire (AVELINO et al. 2002; CARTURAN & FINELLI 2002).

Membranes

Enfin, une alternative pour l'explication de l'accélération actuelle de l'expansion de l'Univers, sans invoquer une constante cosmologique ou une composante de quintessence, réside en des modèles de membranes (« *branes* » en anglais) (RANDALL & SUNDRUM 1999). Le principe général de ces scénarios est que les particules ordinaires se placent sur une surface tridimensionnelle (une membrane) contenue dans un espace plus grand (le « *bulk* », qui peut être compact ou pas, et qui pourrait même avoir un volume infini) où la gravité peut se propager. DVALI et al. (2000) ont considéré un modèle de membrane particulier à 5 dimensions, avec une dimension supplémentaire non compacte et de volume infini. Un observateur sur la membrane mesure une gravitation newtonienne à 4 dimensions jusqu'à une échelle r_c , qui peut être de dimension astronomique (c.-à.-d. $\sim c/H_0$). À plus grande échelle, la gravité « fuit » dans la dimension supplémentaire, et la force de gravitation suit alors une loi en r^{-3} . Ainsi la gravité devient plus faible à des distances cosmologiques, ce qui a des conséquences sur la dynamique de l'Univers (DEFFAYET et al. 2002a). Dans un tel scénario, la gravité de l'espace global voit son propre terme de courbure sur la membrane comme une composante de pression négative, et accélère ainsi l'Univers (DEFFAYET 2001). Formellement, la cosmologie est modifiée de façon assez simple puisque ce modèle particulier de membrane n'introduit qu'un paramètre supplémentaire, Ω_{r_c} , dans l'équation d'évolution du facteur d'échelle (Éq. (3.31)) (DEFFAYET et al. 2002b) :

$$\Omega_{r_c} = \frac{c^2}{4r_c^2 H_0^2} \quad (4.14)$$

$$\frac{\dot{a}(t)^2}{H_0^2} = \Omega_k + \left(\sqrt{\Omega_{r_c} a^2} + \sqrt{\Omega_{r_c} a^2 + \sum_{i \neq k} \frac{\Omega_i}{a(t)^{3w_i+1}}} \right)^2 \quad (4.15)$$

Ce modèle de membrane est ainsi relativement simple à ajuster sur des données. Ainsi, à partir de statistiques d'images multiples de quasars, JAIN et al. (2002) contraignent $\Omega_{r_c} \simeq 0,08$ (soit $r_c \simeq 1,8 c/H_0$). Toutefois, si ce modèle de fuite de la gravité dans une dimension supplémentaire semble cohérent avec les observations actuelles pour DEFFAYET et al. (2002b), AVELINO et al. (2002) semblent au contraire convaincus que ce modèle est rejeté par les données disponibles sur les SNIa, le FDC

et les amas.

Nous considérerons par la suite que le paramètre d'énergie noire w est constant. Les travaux existant actuellement dans ce domaine sont assez préliminaires, c'est toutefois devenu de façon récente un champ de recherche particulièrement actif. De meilleures contraintes sont donc à venir.

Chapitre 5

Lentilles gravitationnelles

5.1 Présentation

Dès la mise en place de sa théorie de la Relativité Générale, EINSTEIN (1916) en a suggéré trois tests : le décalage spectral vers le rouge de la lumière émise par les étoiles, la précession du périhélie des planètes intérieures et la déviation des rayons lumineux par le soleil. Ce dernier phénomène, dit de lentille gravitationnelle, prévoit en effet, à proximité du soleil, une déviation de la lumière des étoiles de $1,75''$, soit deux fois plus que la valeur calculée classiquement (EINSTEIN 1911). L'expédition historique d'EDDINGTON (1919) durant une éclipse solaire a obtenu en deux endroits différents des déviations de la lumière provenant d'étoiles de $1,98 \pm 0,16''$ et $1,61 \pm 0,40''$. Cette validation expérimentale fonda le succès de la théorie d'Einstein.

Ils n'ont toutefois pas anticipé l'importance de ce phénomène dans la cosmologie moderne. EINSTEIN (1936) le considère comme une curiosité, et se montre simplement pessimiste quant à l'observation éventuelle d'images multiples d'une étoile d'arrière-plan formées par une étoile proche suffisamment bien alignée. ZWICKY (1937a,b) fut le premier à percevoir les implications possibles des lentilles gravitationnelles. Utilisé à l'échelle des amas de galaxies, cet outil pourrait permettre – sans utiliser la distribution du flux lumineux ou des hypothèses sur l'état dynamique de l'amas – de vérifier la différence entre la masse lumineuse et la masse virielle de l'amas de Coma, que ZWICKY (1933) avait interprétée par la présence de matière noire.

ZWICKY (1937a,b) avait déjà perçu toute la richesse de ce phénomène dans l'estimation directe des masses des amas et la possibilité de détecter et d'étudier des galaxies distantes grâce à l'effet d'amplification. Les lentilles gravitationnelles restèrent toutefois un thème en suspens pendant les quarante années suivantes.

Il y eut un renouveau observationnel lorsque WALSH et al. (1979) détectèrent, à un décalage spectral de 1,405, deux quasars identiques séparés de $5,7''$, images gravitationnelles formées par une galaxie d'avant-plan. Quelques années plus tard, le développement des détecteurs *CCD* sur des grands télescopes a permis d'étudier des sources bien plus faibles. Des structures en forme d'arcs ont ainsi pu être identifiées au *CFHT* dans l'amas A 370 par le groupe de Toulouse (SOUCAIL et al. 1987), et indépendamment dans les amas A 370, A 2218 et Cl 2244–02 par LYNDEN & PETROSIAN (1986). À partir de la position des arcs au centre des amas denses, de leur géométrie circulaire, de leur couleur bleue et de leur faible brillance de surface, PACZYŃSKI (1987) déduisit qu'il s'agissait d'images gravitationnelles déformées de galaxies distantes situées au-delà de l'amas. Cette hypothèse fut confirmée par l'obtention du spectre de l'arc dans A 370, situé à $z = 0,724$, soit deux fois plus que le décalage de l'amas (SOUCAIL et al. 1988). La présence de ces arcs a confirmé que la masse totale des amas de galaxies est bien plus grande que celle des galaxies individuelles, ce qui a validé l'existence de la matière noire ainsi que sa distribution régulière, non attachée aux galaxies.

Du point de vue théorique, REFSDAL (1964) fut le premier à souligner que l'utilisation du décalage temporel entre des images multiples pourrait permettre de mesurer

la constante de Hubble H_0 . Les formalismes modernes remontent à cette époque et se sont développés avec les découvertes observationnelles. SACHS (1961) étudia la propagation et la déformation de rayons lumineux dans des Univers inhomogènes. Le formalisme vectoriel fut développé par BOURASSA et al. (1973), et le formalisme scalaire par SCHNEIDER (1984) ainsi que BLANDFORD & NARAYAN (1986).

Toutefois, si la présence d'un arc gravitationnel dans un amas de galaxies permet de déterminer sa masse, elle ne peut guère rendre compte de la distribution de celle-ci. L'intérêt du phénomène de lentille gravitationnelle s'étendit à la même époque grâce aux observations de TYSON (1988). Il découvrit une population importante de galaxies faibles ($z \geq 1$) dont la densité, jusqu'à la magnitude limite 27 en B , était d'environ $100'^{-2}$. Ces objets, constituant une distribution aléatoire de sources, subissent les effets gravitationnels des amas de galaxies présents sur leur ligne de visée. Cet effet, conduisant à un allongement des galaxies dans la direction radiale pour former les arclets, a été observé pour la première fois dans A 370 (FORT et al. 1988) et A 1689 (TYSON et al. 1990).

Les sources étendues d'arrière-plan subissent de la part de l'amas de galaxies défecteur une modification qui peut se décrire par trois effets : une amplification, un déplacement et une distortion, avec plus ou moins d'importance suivant les conditions. Les déformations sont les plus grandes pour les grands arcs présents au centre des amas, et sont de l'ordre de quelques pourcents pour les galaxies situées à leur périphérie. La réparation du *HST* a permis d'apporter des contraintes plus précises quant à la distribution de matière noire sur des échelles de l'ordre de 100 kpc – dans les zones centrales des amas – grâce à l'étude détaillée des nombreux arcs ou arclets visibles sur les images prises par la caméra *WFPC2*. La structure interne d'arcs fut ainsi détectée dans A 2218 (KNEIB et al. 1996). Les télescopes au sol, disposant de champs plus étendus grâce à des détecteurs *CCD* panoramiques, permettent de tester la distribution de masse jusqu'à des échelles d'environ 1 Mpc par l'étude des faibles distortions gravitationnelles. Des techniques de reconstruction de masse ont pour cela été développées par KAISER & SQUIRES (1993) ou SEITZ & SCHNEIDER (1996).

5.2 Équation des lentilles

5.2.1 Hypothèses

L'étude des lentilles gravitationnelles se place dans le cadre de la *Relativité Générale* et du *Principe Cosmologique*. On utilise donc la métrique de FLRW (§ 3.1) dans un tel Univers spatialement homogène et isotrope. On traite alors le contraste de densité à l'origine du phénomène de lentille gravitationnelle comme une perturbation locale de la métrique.

Par exemple, la première solution des Équations d'Einstein (Éq. (2.20)) est due à SCHWARZSCHILD (1916). Il s'agit de la détermination locale de la métrique pour un champ gravitationnel statique et isotrope dans un espace vide, au voisinage d'une

masse ponctuelle M . En coordonnées sphériques, l'intervalle élémentaire correspondant s'écrit

$$ds^2 = \left(1 - 2 \frac{GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - 2 \frac{GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \quad (5.1)$$

On peut considérer que la perturbation des géodésiques par la masse ponctuelle M est négligeable si $\frac{2GM}{rc^2} \ll 1$. Pour le soleil, dont le rayon est de 700 000 km, ceci correspond à $r \gg 3$ km. La perturbation gravitationnelle du soleil est donc très faible pour tout rayon lumineux passant près de sa surface.

Plus généralement, pour une distribution de masse étendue de potentiel gravitationnel – newtonien – Φ , on se place dans l'approximation des *champs faibles stationnaires*. Sous cette hypothèse, et en négligeant les termes de pression pour un Univers dominé par la matière, la métrique correspondante prend la forme (WEINBERG 1972) :

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) dr^2. \quad (5.2)$$

Un amas de galaxies typique de masse $M \sim 10^{15} M_\odot$ et de rayon $R \simeq 1$ Mpc que l'on suppose auto-gravitant, a d'après le théorème du viriel (BAHCALL & TREMAINE 1981) une dispersion des vitesses des galaxies $\sigma \sim \sqrt{GM/R} \sim 1\,000 \text{ km s}^{-1}$. Le champ gravitationnel considéré est donc faible ($\Phi/c^2 \sim (\sigma/c)^2 \simeq 10^{-5} \ll 1$).

Pour que ce champ puisse en outre être considéré comme stationnaire, il faut que le temps de traversée de l'amas par un photon $t_{\text{lum}} \simeq R/c$ soit négligeable devant le temps d'instabilité gravitationnelle du système $t_{\text{grav}} \simeq 1/\sqrt{G\rho} \sim R/\sigma$, où ρ est la densité volumique de masse. Puisque $t_{\text{lum}} \sim 10^6$ ans et $t_{\text{grav}} \sim 10^9$ ans (ce qui correspond également à la période de relaxation violente d'un amas de galaxies), on conclut que le champ gravitationnel est bien stationnaire.

On suppose ensuite que la géodésique parcourt un *milieu transparent*. La lentille n'engendre donc pas d'effets de diffusion ou d'absorption de la lumière par des processus autres que gravitationnels. Le milieu intergalactique dans un amas est extrêmement dilué et la présence de gaz intra-amas ne produit pas de déflexion ni de modification spectrale de la lumière détectables. On suppose en outre que le champ de l'amas n'est pas contaminé par la présence d'étoiles, de galaxies proches ou de tout autre excès de masse significatif en avant-plan.

On se place dans le cadre d'une *lentille mince*, de sorte que son épaisseur – et donc le lieu du contraste de densité – est négligeable devant les distances entre la source de lumière et la lentille et entre celle-ci et l'observateur. Les amas de galaxies s'étendent sur environ 1 Mpc, alors que les autres distances cosmologiques sont de l'ordre du Gpc (voir Fig. 5.2). Le profil de masse caractérisant la lentille gravitationnelle se ramène donc dans ce cas-là à la distribution de masse projetée dans son plan.

On considère enfin que, la déformation de la métrique étant négligeable, *les angles de déflexion sont faibles*. Par exemple, pour une masse ponctuelle M décrite par la métrique de Schwarzschild (Éq. (5.1)), une source sur la même ligne de visée conduira à la formation d'une image sous l'aspect symétrique d'un *anneau d'Einstein* de rayon angulaire θ_E (SCHNEIDER et al. 1998) tel que

$$\theta_E^2 = \frac{D_{LS}}{D_{OL}D_{OS}} \frac{4GM}{c^2}, \quad (5.3)$$

où D_{OL} , D_{OS} et D_{LS} sont les différentes distances diamètre-angulaire intervenant entre l'Observateur, la Lentille et la Source (voir Fig. 5.1). Typiquement, pour un amas de galaxies de masse $M = 10^{15} M_\odot$, on obtient $\theta_E \simeq 1'$. Comme l'angle de déflexion induit sur un faisceau lumineux par une distribution surfacique de masse est égal à la somme des angles qu'induirait chaque élément ponctuel de la distribution (§ 5.2.2), on peut supposer que les angles intervenant sont faibles. Ils seront en particulier confondus avec leur tangente.

Lentilles gravitationnelles : hypothèses.

- on se place dans le cadre de la Relativité Générale ;
- l'Univers obéit au Principe Cosmologique ;
- le champ gravitationnel du déflecteur est faible et stationnaire ;
- le milieu traversé est transparent ;
- la lentille est mince ;
- et les angles de déflexion sont faibles.

5.2.2 Équation des lentilles

Notations

La configuration entre l'observateur, la lentille (à $z = z_L$) et la source (à $z = z_S$), ainsi que les notations sont celles de la Fig. 5.1. En l'absence de lentille, l'observateur verrait la source – considérée comme ponctuelle – sous un angle θ_S . Celle-ci provoque une déflexion d'angle α , et l'image est vue sous l'angle θ_I . Les différentes distances cosmologiques (diamètre-angulaire) intervenant sont les distances observateur/lentille $D_{OL} \equiv D_A(z_L)$, observateur/source $D_{OS} \equiv D_A(z_S)$ et lentille/source $D_{LS} \equiv D_A(z_L, z_S)$. De façon générale, l'observable θ se ramène à la distance physique $R = D_{OL} \theta$ dans le plan de la lentille.

On considère une distribution de masse étendue, caractérisée par une densité volumique stationnaire $\rho(\mathbf{r})$. Le potentiel gravitationnel est ainsi

$$\Phi(\mathbf{r}) = -G \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(\boldsymbol{\zeta})}{\|\mathbf{r} - \boldsymbol{\zeta}\|} d^3\boldsymbol{\zeta}. \quad (5.4)$$

La géodésique issue de S et arrivant en O est en fait sensible au potentiel gravitationnel *projeté* sur la ligne de visée. Si z désigne cet axe et \mathbf{R} la projection de \mathbf{r} sur le plan de la lentille, ce potentiel projeté s'écrit

$$\phi(\mathbf{R}) = \int_{\mathbb{R}} \Phi(\mathbf{R}, z) dz = 2G \int_{\mathbb{R}^2} \ln \|\mathbf{R} - \boldsymbol{\xi}\| \Sigma(\boldsymbol{\xi}) d^2\boldsymbol{\xi} \quad (5.5)$$

où l'on a introduit la densité surfacique de masse dans le plan L

$$\Sigma(\mathbf{R}) = \int_{\mathbb{R}} \rho(\mathbf{R}, z) dz. \quad (5.6)$$

Il peut être utile, notamment dans le cas de distributions de masse à symétrie sphérique, d'exprimer les champs gravitationnels. À trois dimensions, on a ainsi

$$\mathcal{G}(\mathbf{r}) = -\nabla_{\mathbf{r}} \Phi(\mathbf{r}) = -G \int_{\mathbb{R}^3} \frac{\mathbf{r} - \boldsymbol{\zeta}}{\|\mathbf{r} - \boldsymbol{\zeta}\|^3} \rho(\boldsymbol{\zeta}) d^3\boldsymbol{\zeta}. \quad (5.7)$$

Le champ gravitationnel projeté prend la forme

$$\mathbf{g}(\mathbf{R}) = -\nabla_{\mathbf{R}} \phi(\mathbf{R}) = -2G \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\mathbf{R} - \boldsymbol{\xi}}{\|\mathbf{R} - \boldsymbol{\xi}\|^2} \Sigma(\boldsymbol{\xi}) d^2\boldsymbol{\xi}. \quad (5.8)$$

Ce sont directement ces champs qui interviennent dans l'expression de la dispersion des vitesses (en dimension 3) et de l'angle de déflexion (en dimension 2). Dans le cas d'une distribution de masse à symétrie sphérique (pour le champ gravitationnel \mathcal{G}), ou à symétrie centrale (pour le champ gravitationnel projeté \mathbf{g}), le théorème de Gauss donne

$$\mathcal{G}(r) = -\frac{GM(r)}{r^2} \mathbf{e}_r \quad (5.9)$$

$$\mathbf{g}(R) = -2 \frac{GM(R)}{R} \mathbf{e}_R \quad (5.10)$$

où $M(r)$ et $M(R)$ sont respectivement la masse totale contenue dans la sphère de rayon r et la masse projetée à l'intérieur du rayon R .

Angle de déflexion

D'après la Fig. 5.1, la lentille induit un angle de déflexion $\boldsymbol{\alpha}$ tel que

$$D_{\text{Os}} \boldsymbol{\theta}_{\text{I}} = D_{\text{Os}} \boldsymbol{\theta}_{\text{S}} + D_{\text{LS}} \boldsymbol{\alpha}, \quad (5.11)$$

ce qui constitue l'équation géométrique des lentilles. Puisque cette relation résulte d'un effet géométrique projeté dans le plan source, ce sont bien les distances diamètre-angulaire qui interviennent ici.

Étant donnée une source de coordonnée angulaire $\boldsymbol{\theta}_S$ on veut connaître la position $\boldsymbol{\theta}_I$ de l'image (correspondant à la distance physique $\mathbf{R}_I = D_{OL} \boldsymbol{\theta}_I$ dans le plan L) et l'angle de déflexion $\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_I)$ provoqué par la lentille. On considère un Univers globalement homogène décrit par la métrique de FLRW (§ 3.1) et ayant une seule inhomogénéité sur la ligne de visée, au voisinage de laquelle la métrique est définie par celle des champs gravitationnels faibles (Éq. 5.2). On peut ainsi exprimer la durée de parcours de la lumière en fonction de $\boldsymbol{\theta}_I$ (BLANDFORD & NARAYAN 1986). Les photons émis en $t = 0$ par la source suivent une géodésique nulle ($ds^2 = 0$). En intégrant de façon curviligne selon la courbe \mathcal{C}_l de la géodésique, ces photons nous parviennent au temps t_0 tel que

$$ct_0 = \int_{\mathcal{C}_l} \left(1 - \frac{2\Phi(\mathbf{r})}{c^2} \right) dl = l - \frac{2}{c^2} \int_{\mathcal{C}_l} \Phi(\mathbf{r}) dl. \quad (5.12)$$

L'espace-temps étant localement déformé par la présence d'une surdensité, les géodésiques nulles ne sont plus en effet des droites mais des courbes qui satisfont le principe de moindre action. KOVNER (1990) a montré que le Principe de Fermat se déduit en fait de la Relativité Générale, et qu'il s'applique également dans un Univers inhomogène. Les trajets lumineux réellement suivis sont donc ceux correspondant à un temps d'arrivée stationnaire :

$$\frac{dt_0}{d\boldsymbol{\theta}_I} = \vec{0}. \quad (5.13)$$

Pour une lentille consistant en une masse ponctuelle M – dont la métrique est donc celle de Schwarzschild (Éq. 5.1) –, l'angle de déflexion est celui calculé par EINSTEIN (1915a) :

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_I) = \frac{4GM}{c^2} \frac{\mathbf{R}_I}{\|\mathbf{R}_I\|^2} = \frac{4GM}{c^2 D_{OL}} \frac{\boldsymbol{\theta}_I}{\|\boldsymbol{\theta}_I\|^2}. \quad (5.14)$$

Pour une distribution de masse étendue, tout se passe comme si l'angle de déflexion qu'elle provoque est la somme des angles d'Einstein (Éq. (5.14)) dus à chaque élément de masse de la lentille ; le déflecteur étant caractérisé par sa distribution surfacique $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$ (SCHNEIDER et al. 1992). On trouve ainsi

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_I) = \frac{4G}{c^2} \int_{\mathbb{R}^2} \frac{\Sigma(\boldsymbol{\xi}) (\mathbf{R}_I - \boldsymbol{\xi})}{\|\mathbf{R}_I - \boldsymbol{\xi}\|^2} d^2\boldsymbol{\xi} = \frac{4G D_{OL}}{c^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\Sigma(\boldsymbol{\varphi}) (\boldsymbol{\theta}_I - \boldsymbol{\varphi})}{\|\boldsymbol{\theta}_I - \boldsymbol{\varphi}\|^2} d^2\boldsymbol{\varphi}. \quad (5.15)$$

L'angle de déflexion est équivalent, à une constante de proportionnalité près, au champ gravitationnel projeté \mathbf{g} (Éq. (5.8)) :

$$\boldsymbol{\alpha}(\boldsymbol{\theta}_I) = \frac{2}{c^2} \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_I) = -\frac{2}{c^2} \nabla_{\mathbf{R}} \phi(\mathbf{R}_I) = -\frac{2}{c^2 D_{OL}} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \phi(\boldsymbol{\theta}_I) \quad (5.16)$$

L'expression précédente de α permet d'introduire naturellement le *potentiel des lentilles* $\varphi(\boldsymbol{\theta}_I)$:

$$\varphi(\boldsymbol{\theta}_I) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}} \phi(\boldsymbol{\theta}_I). \quad (5.17)$$

En utilisant l'équation géométrique (5.11), la relation entre la position de la source $\boldsymbol{\theta}_S$ et celle de l'image $\boldsymbol{\theta}_I$ se réduit à l'équation des lentilles

$$\boldsymbol{\theta}_S = \boldsymbol{\theta}_I - \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \varphi(\boldsymbol{\theta}_I). \quad (5.18)$$

Cette relation ne fait pas intervenir la longueur d'onde d'émission de la source. L'effet est donc achromatique, il ne disperse pas la lumière.

Mathématiquement, l'équation des lentilles caractérise une fonction injective du plan image vers le plan source, alors que pour $\boldsymbol{\theta}_S$ donné, on ne connaît qu'implicitement $\boldsymbol{\theta}_I$. La théorie des catastrophes peut s'appliquer à cette équation. Elle a été développée par ARNOLD (1984) dans le cas général et appliquée aux lentilles gravitationnelles par BLANDFORD & NARAYAN (1986).

Un rayon lumineux est ainsi dévié par une distribution de masse de telle sorte que la concavité de la trajectoire soit orientée vers le champ gravitationnel projeté. Le gradient du potentiel gravitationnel ϕ joue le même rôle que le gradient d'indice en optique. Toutefois, des lentilles gravitationnelles comme des amas de galaxies sont largement non linéaires. L'angle de déflexion α n'est pas proportionnel au paramètre d'impact \boldsymbol{R}_I , et le système ne possède pas à proprement parler de distance focale. Il ne s'agit donc pas d'une « lentille » au sens classique.

En outre l'Éq. (5.18) donne $\boldsymbol{\theta}_S$ explicitement en fonction de la position de l'image, mais $\boldsymbol{\theta}_I$ simplement comme fonction implicite de $\boldsymbol{\theta}_S$. La relation n'est donc pas nécessairement bijective, et des images multiples d'une source unique peuvent être observées. C'est le cas lorsque la densité de masse projetée $\Sigma(\boldsymbol{\theta})$ est suffisamment importante pour déformer de la sorte le front d'onde (voir Fig. 5.2).

Quantitativement, l'efficacité du déflecteur dans la déformation du front d'onde s'évalue à travers le laplacien du potentiel des lentilles :

$$\Delta_{\boldsymbol{\theta}} \varphi(\boldsymbol{\theta}) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS}D_{OL}} \Delta_{\boldsymbol{\theta}} \phi(\boldsymbol{\theta}) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{OL}D_{LS}}{D_{OS}} 4\pi G \Sigma(\boldsymbol{\theta}) = 2 \frac{\Sigma(\boldsymbol{\theta})}{\Sigma_{\text{crit}}}, \quad (5.19)$$

où l'on a défini la densité surfacique de masse critique

$$\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_{OS}}{D_{OL}D_{LS}}. \quad (5.20)$$

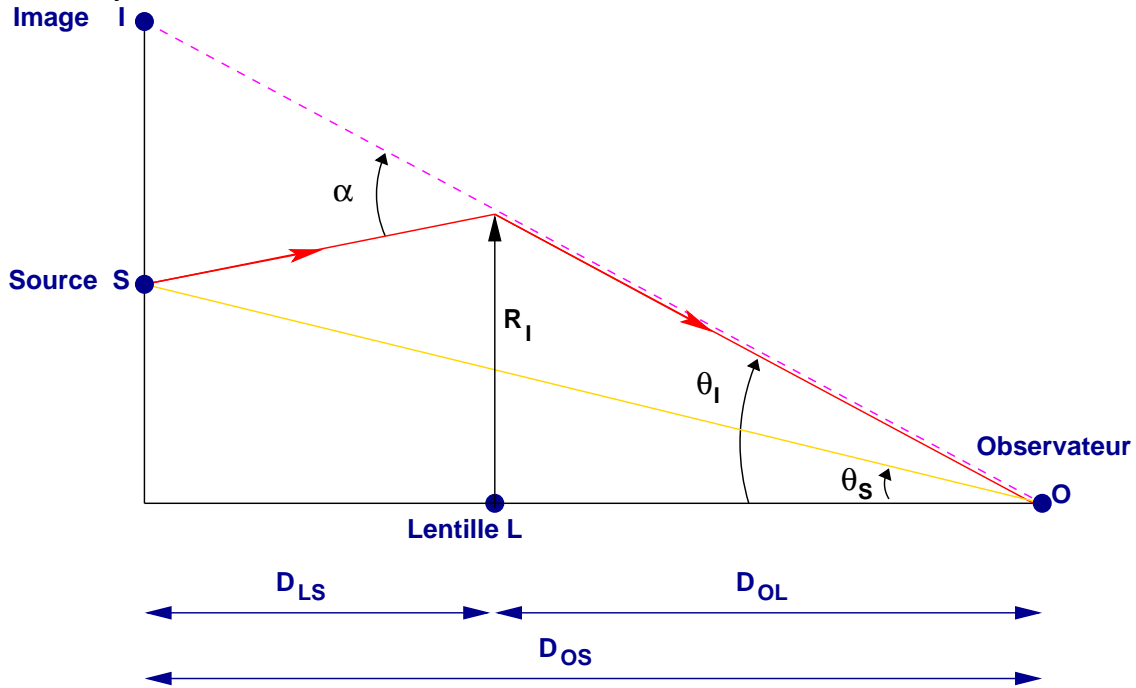


FIG. 5.1 – Géométrie du banc d'optique gravitationnel d'une lentille mince. La source S est à une position angulaire θ_S pour l'observateur O . La lentille L introduit une déflexion d'angle α , de sorte que l'image I est vue sous l'angle θ_I . On note D_{OL} , D_{OS} et D_{LS} les différentes distances diamètre-angulaire intervenant entre l'Observateur, la Lentille et la Source.

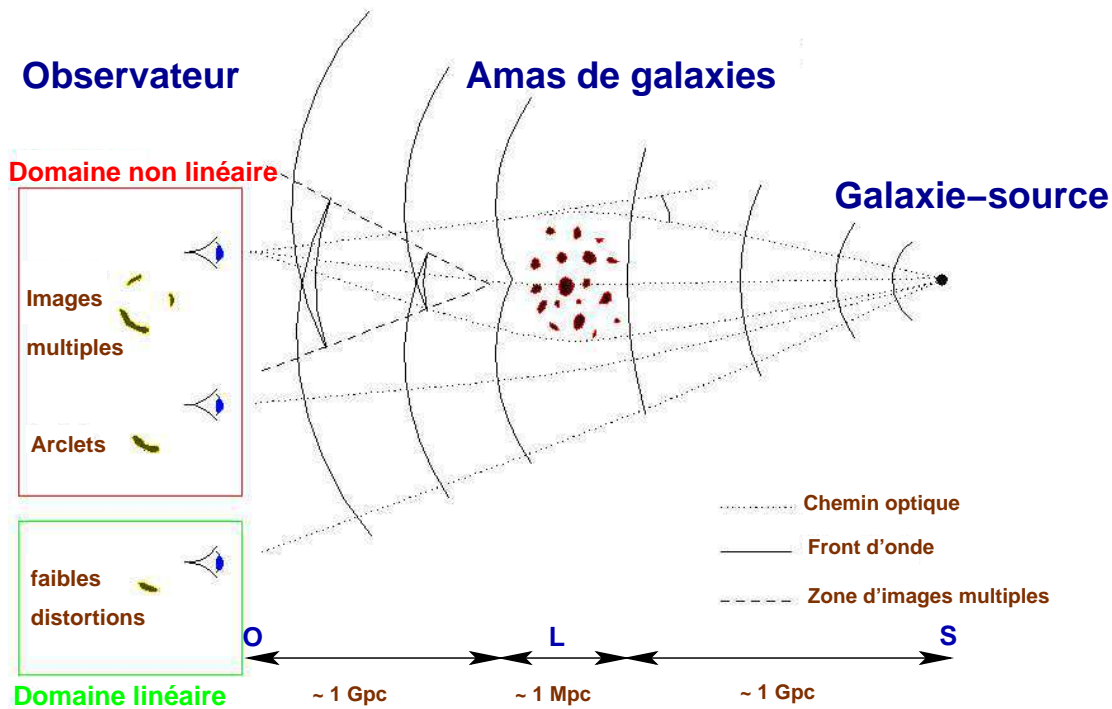


FIG. 5.2 – Vue schématique de l'effet produit par un amas de galaxies L sur la propagation du front d'onde issu d'une galaxie-source S . L'amas introduit un délai gravitationnel qui déforme le front d'onde. L'observateur O détecte différents types d'images suivant sa position : images multiples dans l'alignement de la galaxie-source et de l'amas, arclets, ou bien des faibles distortions à la périphérie de l'amas. Voir FORT & MELLIER (1994).

Pour déterminer la force de la lentille, il faut donc comparer sa densité surfacique de masse à Σ_{crit} . Un amas de galaxies pour lequel la densité centrale est supérieure à la densité critique est dit *surcritique*. Il peut induire de fortes distortions comme des arcs gravitationnels ou des images multiples de quasars. Si la densité de masse centrale de l'amas est inférieure à Σ_{crit} , il est *souscritique* et ne peut engendrer de fortes déformations.

Dans un amas surcritique, les fortes déformations sont détectées lorsque pour l'observateur la source et l'amas sont sur des lignes de visée très voisines (soit $\|\boldsymbol{\theta}_s\| \ll \|\boldsymbol{\theta}_l\|$, voir Fig. 5.2). Le front d'onde¹ est perturbé lors de sa propagation dans l'amas de galaxies. Ce dernier introduit un temps de retard gravitationnel d'autant plus grand que son potentiel projeté est plus profond, comme l'exprimera la section suivante. Si ce temps est suffisamment important, le front d'onde peut même se replier sur lui-même (Fig. 5.2), de sorte que les rayons observés (orthogonaux au front d'onde) en provenance d'une galaxie peuvent être multiples (FORT & MELLIER 1994). On observe alors plusieurs images d'une même source.

Si l'amas n'est pas directement sur la ligne de visée de la source, il n'y a pas d'images multiples, mais on observe une forte déformation des galaxies qui apparaissent sous forme de petits arcs appelés *arcslets*.

Enfin, dans les régions périphériques de l'amas le front d'onde est peu perturbé (Fig. 5.2). La déformation de l'image est donc faible, mais cependant détectable et essentielle pour la connaissance de la distribution de masse de l'amas-lentille (voir § 5.3.3). Dans ce régime linéaire, l'image d'une galaxie elliptique est également elliptique, avec un axe qui a tendance à s'orienter perpendiculairement au champ gravitationnel.

Temps d'arrivée

Une fois la position angulaire $\boldsymbol{\theta}_l$ – et donc la courbe \mathcal{C}_l suivie par la géodésique – connue, il est possible de déterminer le temps d'arrivée des photons (Éq. (5.12)). À une constante additive près, deux termes y contribuent (BLANDFORD & NARAYAN 1986) :

$$ct_0 = \frac{D_{\text{OL}} D_{\text{OS}}}{D_{\text{LS}}} (1 + z_L) \left(\frac{(\boldsymbol{\theta}_l - \boldsymbol{\theta}_s)^2}{2} - \varphi(\boldsymbol{\theta}_l) \right) \quad (5.21)$$

Le premier terme correspond à un décalage temporel d'origine géométrique, dû au fait que le trajet suivi par la lumière n'est pas rectiligne. Le terme faisant apparaître le potentiel des lentilles φ est d'origine gravitationnelle. Il est dû à la déformation de la métrique par la matière.

Toutefois, la mesure du décalage temporel entre des sources variables multiples (suivant la méthode proposée par REFSDAL (1964)) permet difficilement d'obtenir

1. Lieu des points de chemin optique identique depuis une source.

une valeur précise de la constante de Hubble. La distribution de masse est en effet complexe à décrire et il est assez délicat de mesurer un décalage temporel précis entre des images multiples. Une assez bonne contrainte a cependant été récemment obtenue par FASSNACHT et al. (2002) dans le seul cas où les différents décalages entre quatre images multiples de quasars ont pu être mesurés.

Équation des lentilles et temps d'arrivée.

$$\begin{aligned}
 \boldsymbol{\theta}_S &= \boldsymbol{\theta}_I - \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \varphi(\boldsymbol{\theta}_I) \\
 \varphi(\boldsymbol{\theta}_I) &= \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS} D_{OL}} \phi(\boldsymbol{\theta}_I) \\
 \Delta_{\boldsymbol{\theta}} \varphi(\boldsymbol{\theta}) &= 2 \Sigma(\boldsymbol{\theta}) / \Sigma_{\text{crit}} \\
 \Sigma_{\text{crit}} &= \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_{OS}}{D_{OL} D_{LS}} \\
 ct_0 &= \frac{D_{OL} D_{OS}}{D_{LS}} (1 + z_L) \left(\frac{(\boldsymbol{\theta}_I - \boldsymbol{\theta}_S)^2}{2} - \varphi(\boldsymbol{\theta}_I) \right)
 \end{aligned}$$

5.2.3 Déformations locales

Matrice d'amplification

Le déplacement d'une image par rapport à la position de la source est proportionnel au gradient du potentiel gravitationnel projeté. Par conséquent, si l'on considère une source étendue, à l'échelle d'un pinceau de lumière de faible section, le déplacement varie selon les dérivées secondes du potentiel. Le faisceaux lumineux pourra donc voir, suivant les cas, sa section se déformer (effet de *cisaillement*, ou « *shear* » en anglais) et changer de taille (effet de *convergence* ou de *divergence*).

L'équation des lentilles (5.18) décrit la transformation entre le plan source et le plan image. Le Jacobien correspondant donne localement la loi de déformation des faisceaux entre ces plans :

$$d\theta_{Si} = \mathcal{A}_{ij}^{-1} d\theta_{Ij} = \left(\mathcal{I}_{ij} - \frac{\partial \varphi_i(\boldsymbol{\theta}_I)}{\partial \theta_{Ij}} \right) d\theta_{Ij} \quad (5.22)$$

où $\mathcal{A} = \partial \boldsymbol{\theta}_S / \partial \boldsymbol{\theta}_I$ est la *matrice d'amplification*. On a choisi $(\mathbf{e}_{\theta_1}, \mathbf{e}_{\theta_2})$ comme repère du plan du ciel orthogonal à la ligne de visée, dans lequel on note $\boldsymbol{\theta}_S = (\theta_{S1}, \theta_{S2})$ et $\boldsymbol{\theta}_I = (\theta_{I1}, \theta_{I2})$. En appelant $\partial_{ij} \varphi$ la dérivée partielle seconde $\frac{\partial^2 \varphi(\boldsymbol{\theta}_I)}{\partial \theta_{Ii} \partial \theta_{Ij}} = \left[\frac{\partial^2 \varphi(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right](\boldsymbol{\theta}_I)$, on a

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \partial_{11} \varphi & -\partial_{12} \varphi \\ -\partial_{21} \varphi & 1 - \partial_{22} \varphi \end{pmatrix}. \quad (5.23)$$

Dans les axes polaires $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\omega)$, la matrice d'amplification s'écrit :

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \partial_{\theta\theta}\varphi & -\partial_\theta\left(\frac{1}{\theta}\partial_\omega\varphi\right) \\ -\partial_\theta\left(\frac{1}{\theta}\partial_\omega\varphi\right) & 1 - \frac{1}{\theta}\partial_\theta\varphi - \frac{1}{\theta^2}\partial_{\omega\omega}\varphi \end{pmatrix}. \quad (5.24)$$

Comme l'angle de déflexion dérive d'un gradient, la matrice d'amplification est symétrique ($\partial_{12}\varphi = \partial_{21}\varphi$). En outre $\Delta_\theta\varphi(\boldsymbol{\theta}) = \partial_{11}\varphi + \partial_{22}\varphi = 2\Sigma(\boldsymbol{\theta})/\Sigma_{\text{crit}}$, on définit alors la convergence (SCHNEIDER et al. 1992)

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) = \Sigma(\boldsymbol{\theta})/\Sigma_{\text{crit}} = \frac{1}{2}(\partial_{11}\varphi + \partial_{22}\varphi); \quad (5.25)$$

il existe ainsi deux nombres γ_1 et γ_2 tels que la matrice d'amplification s'écrive

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}. \quad (5.26)$$

γ_1 et γ_2 sont les composantes du cisaillement complexe $\boldsymbol{\gamma} = \gamma_1 + i\gamma_2$. Elles se définissent par

$$\gamma_1(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2}(\partial_{11}\varphi - \partial_{22}\varphi) \quad (5.27)$$

$$\gamma_2(\boldsymbol{\theta}) = \partial_{12}\varphi \quad (5.28)$$

La convergence κ est locale et dépend simplement de la densité de masse surfacique à l'intérieur du faisceau. Le cisaillement $\boldsymbol{\gamma}$ se définit au contraire par rapport à la distribution de masse en dehors de la section considérée.

En coordonnées polaires, suivant les axes $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\omega)$, on peut exprimer

$$\kappa(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \left(\partial_{\theta\theta}\varphi + \frac{1}{\theta}\partial_\theta\varphi + \frac{1}{\theta^2}\partial_{\omega\omega}\varphi \right) \quad (5.29)$$

$$\gamma_1(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{2} \left(\partial_{\theta\theta}\varphi - \frac{1}{\theta}\partial_\theta\varphi - \frac{1}{\theta^2}\partial_{\omega\omega}\varphi \right) \quad (5.30)$$

$$\gamma_2(\boldsymbol{\theta}) = \partial_\theta \left(\frac{1}{\theta}\partial_\omega\varphi \right) \quad (5.31)$$

La matrice d'amplification \mathcal{A}^{-1} , symétrique réelle, est diagonalisable dans une base orthonormée de vecteurs propres. Ses valeurs propres sont $1 - \kappa \pm \gamma$, où $\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$ est le cisaillement. Si ω désigne l'angle d'orientation du cisaillement, on peut exprimer \mathcal{A}^{-1} sous la forme (SCHNEIDER et al. 1992)

$$\mathcal{A}^{-1} = (1 - \kappa)\mathcal{I} - \gamma\mathcal{J}_\omega, \quad (5.32)$$

où \mathcal{J}_ω est la réflexion d'angle ω et s'écrit

$$\mathcal{J}_\omega = \begin{pmatrix} \cos(2\omega) & \sin(2\omega) \\ \sin(2\omega) & -\cos(2\omega) \end{pmatrix} = \mathcal{R}_\omega \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \mathcal{R}_{-\omega} \quad (5.33)$$

$\text{Diag}(1, -1)$ est la matrice de réflexion, qu'on appelle matrice de cisaillement en théorie des lentilles, et \mathcal{R}_ω est simplement la rotation d'angle ω :

$$\mathcal{R}_\omega = \begin{pmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix}. \quad (5.34)$$

L'Éq. (5.32) montre que la convergence produit une expansion isotrope ou une contraction ; le cisaillement est quant à lui responsable d'un étirement suivant la direction ω et d'un rétrécissement selon l'axe orthogonal. Ce formalisme permet ainsi de séparer les différentes transformations géométriques que subissent les sources étendues : amplification, déplacement et distortion.

Amplification

On se restreint à l'étude des distortions faibles, c'est-à-dire que l'on néglige, à l'échelle de la taille angulaire de chaque image, les dérivées du potentiel des lentilles $\varphi(\boldsymbol{\theta})$ d'ordre supérieur à 2. Chaque élément de surface de l'image d'une galaxie est donc amplifié d'un même facteur par rapport à la source. L'*amplification* μ est donnée par

$$\mu = \frac{1}{\det \mathcal{A}^{-1}} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - \gamma^2}. \quad (5.35)$$

En outre, ETHERINGTON (1933) a démontré que la brillance de surface S de la source (ce qu'on appelle en photométrie le flux monochromatique, en $\text{W sr}^{-1} \text{Hz}^{-1}$) est conservée par l'effet de lentille gravitationnelle, soit

$$S(\boldsymbol{\theta}_I) = S(\boldsymbol{\theta}_S). \quad (5.36)$$

Attendu que la surface de l'image est amplifiée par rapport à celle de la source ($A(\boldsymbol{\theta}_I) = \mu A(\boldsymbol{\theta}_S)$), le flux² f de l'image reçu par un détecteur (soit l'éclairement monochromatique, en $\text{W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$, en photométrie standard) est amplifié du même facteur : $f(\boldsymbol{\theta}_I) = \mu f(\boldsymbol{\theta}_S)$. La magnitude d'un objet s'exprimant par une relation du type $m = m_0 - 2,5 \log \frac{f}{f_0}$, le changement de magnitude entre les plans source et image fait simplement intervenir l'amplification :

$$m_I = m_S - 2,5 \log \mu. \quad (5.37)$$

2. On exprime souvent en astrophysique les flux en Jansky (Jy) : $1 \text{ Jy} = 10^{-26} \text{ W m}^{-2} \text{Hz}^{-1}$. Voir LÉNA (1996) pour les unités et les dénominations des grandeurs photométriques utilisées en astronomie et radiométrie.

Cette amplification du flux de la source n'est pas paradoxale et découle simplement de propriétés géométriques. L'effet de lentille nous fait observer *dans la direction du défecteur* une plus grande étendue de faisceau (produit de la surface de la source suivant la direction de propagation par l'angle solide d'émission), mais la luminosité de l'objet (soit la puissance intégrée dans *toutes les directions*, en W) reste inchangée.

Déplacement

Pour une source étendue, le déplacement de l'image par rapport à sa source est directement donné par l'équation des lentilles (5.18) appliquée aux barycentres optiques de la source et de l'image. En effet, en utilisant le moment d'ordre 1 de la brillance de surface (KOCHANÉK 1990; MIRALDA-ESCUDE 1991), on montre que l'image du centre de la source $\boldsymbol{\theta}_{\text{SC}}$ est le centre de l'image $\boldsymbol{\theta}_{\text{IC}}$. $\boldsymbol{\theta}_{\text{SC}}$ (resp. $\boldsymbol{\theta}_{\text{IC}}$) se calcule ainsi par intégration sur l'ensemble de la source \mathcal{S} (resp. de l'image \mathcal{I}) de la façon suivante :

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{SC}} = \frac{\int_{\mathcal{S}} S(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\theta} \, d^2\boldsymbol{\theta}}{\int_{\mathcal{S}} S(\boldsymbol{\theta}) \, d^2\boldsymbol{\theta}} \quad (5.38)$$

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{IC}} = \frac{\int_{\mathcal{I}} S(\boldsymbol{\theta}) \boldsymbol{\theta} \, d^2\boldsymbol{\theta}}{\int_{\mathcal{I}} S(\boldsymbol{\theta}) \, d^2\boldsymbol{\theta}} \quad (5.39)$$

Dans le cas d'images multiples, la condition que deux points images (soit 4 données de position connues) correspondent à un point unique du plan source (soit 2 inconnues) pose deux contraintes pour la construction d'un modèle de lentille.

Distortion

En tronquant la série des moments par rapport à la brillance de surface à l'ordre 2, on caractérise géométriquement une galaxie par son ellipticité. On considère toujours que les distortions sont suffisamment faibles pour que l'amplification ne varie pas à l'échelle de l'objet, ce qui est valable si elle n'est pas trop importante, soit assez loin du centre pour les amas de galaxies. Un point de la source $\boldsymbol{\theta}_{\text{S}}$ correspond donc à un point de l'image $\boldsymbol{\theta}_{\text{I}}$ tel que

$$\boldsymbol{\theta}_{\text{I}} - \boldsymbol{\theta}_{\text{IC}} = \mathcal{A}(\boldsymbol{\theta}_{\text{IC}})(\boldsymbol{\theta}_{\text{S}} - \boldsymbol{\theta}_{\text{SC}}). \quad (5.40)$$

On définit alors la *matrice de forme* de la source f_{S} (KOCHANÉK 1990; MIRALDA-

ESCUDE 1991) :

$$f_{Sij} = \frac{\int_S S(\boldsymbol{\theta})(\theta_i - \theta_{SCi})(\theta_j - \theta_{SCj}) d^2\boldsymbol{\theta}}{\int_S S(\boldsymbol{\theta}) d^2\boldsymbol{\theta}}. \quad (5.41)$$

f_S est une matrice symétrique, réelle et positive, elle est donc diagonalisable. Elle peut s'interpréter comme la matrice de forme d'une ellipse équivalente d'axes θ_{Sa} et θ_{Sb} (qui sont reliés aux valeurs propres de f_S : λ_1 et λ_2), et dont l'angle d'orientation ω est celui du repère propre. On peut d'ailleurs définir une ellipticité complexe caractérisant complètement cette source : $\epsilon_S = \epsilon_S e^{i2\omega}$, où $\epsilon_S = \frac{\theta_{Sa}^2 - \theta_{Sb}^2}{\theta_{Sa}^2 + \theta_{Sb}^2}$ est l'ellipticité – scalaire.

KOCHANÉK (1990) a défini deux paramètres de forme : $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$, qui caractérise l'étendue moyenne de l'objet, et $\Delta\lambda = \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{2}$, qui rend compte de la déformation par rapport à un objet circulaire. Avec ces notations, la matrice de forme s'écrit dans un repère quelconque

$$f_S = \lambda \mathcal{I} + \Delta\lambda \mathcal{J}_\omega. \quad (5.42)$$

Les dernières relations (5.40) et (5.41) permettent d'obtenir simplement la matrice de forme du plan image f_I :

$$f_I = \mathcal{A} f_S {}^t\mathcal{A}. \quad (5.43)$$

f_I est une matrice réelle symétrique qui définit complètement une ellipse équivalente à l'image de la galaxie. L'image d'une source elliptique est donc une ellipse.

Le déflecteur introduit ainsi un changement dans l'ellipticité d'un objet. Le cisaillement γ traduit la distortion anisotropique de l'amplification, mais n'est toutefois pas relié aux observables. Il est donc préférable de bâtir un estimateur à partir du *cisaillement complexe réduit* \mathbf{g} et de la *distortion (polarisation) complexe* $\boldsymbol{\delta}$ (TYSON et al. 1990; KOCHANÉK 1990) :

$$\mathbf{g} = \frac{\gamma}{1 - \kappa} \quad (5.44)$$

$$\boldsymbol{\delta} = \frac{2\mathbf{g}}{1 + \|\mathbf{g}\|^2} \quad (5.45)$$

Si ϵ_S et ϵ_I sont respectivement les ellipticités complexes de la source et de l'image, on a en effet (BLANDFORD et al. 1991) :

$$\epsilon_I = \epsilon_S + \mathbf{g}. \quad (5.46)$$

En faisant une moyenne locale (sur une région moins étendue que l'échelle de variation caractéristique de κ et γ) à partir de plusieurs images, et en supposant que $\langle \epsilon_S \rangle = 0$,

on peut mesurer $\langle \epsilon_I \rangle = \langle \mathbf{g} \rangle$. À la limite des faibles déformations, on suppose en outre que l'on se situe dans une zone où $\kappa(\boldsymbol{\theta}) \ll 1$, et que par conséquent $\langle \epsilon_I \rangle = \langle \gamma \rangle$.

La polarisation se déduit également des éléments de la matrice de forme de l'image, calculés à partir de l'ellipticité observée.

Le formalisme de déformation linéaire des sources étendues est cependant limité. Il ne s'applique pas lorsque plusieurs déflecteurs à des décalages différents sont présents sur la ligne de visée (KOVNER 1987). On a en outre supposé que la variation de la matrice d'amplification est faible, en intensité et en orientation, par rapport à la taille de l'objet. C'est souvent le cas, sauf au voisinage des *lignes critiques*.

Lentilles gravitationnelles : déformations locales.

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix} \\ \kappa(\boldsymbol{\theta}) &= \Sigma(\boldsymbol{\theta})/\Sigma_{\text{crit}} = \frac{1}{2} \Delta_{\boldsymbol{\theta}} \varphi(\boldsymbol{\theta}) \\ \gamma_1(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{1}{2} (\partial_{11} \varphi - \partial_{22} \varphi) \\ \gamma_2(\boldsymbol{\theta}) &= \partial_{12} \varphi \\ \mu &= \frac{1}{\det \mathcal{A}^{-1}} = \frac{1}{(1 - \kappa)^2 - \gamma^2} \\ \mathbf{g} &= \frac{\boldsymbol{\gamma}}{1 - \kappa} \\ \boldsymbol{\delta} &= \frac{2\mathbf{g}}{1 + \|\mathbf{g}\|^2} \\ \epsilon_I &= \epsilon_S + \mathbf{g} \end{aligned}$$

5.2.4 Lignes critiques et caustiques

Les *lignes critiques* sont par définition les lieux du plan Image d'amplification infinie, soit l'ensemble des points $\boldsymbol{\theta}$ tels que $\mu(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\det \mathcal{A}^{-1}(\boldsymbol{\theta})} = 0$. Cette définition est théorique et fondée sur la matrice d'amplification ; $\det \mathcal{A}$ ne peut en fait être infini puisque cela contredirait l'hypothèse de faibles angles de déflexion. Les transformées des lignes critiques dans le plan Source déterminent les *lignes caustiques*.

Cas du profil isotherme

Considérons par exemple le profil d'une sphère isotherme sigulière (SIS, voir BINNEY & TREMAINE 1987). Il caractérise un gaz isotherme en équilibre hydrostatique et à symétrie circulaire (voir § 5.4.1). Bien qu'il dispose d'une singularité à l'origine et que sa masse diverge à l'infini, il est adapté aux galaxies et également utilisé pour

les amas. La densité de masse volumique est alors modélisée selon

$$\rho(r) = \frac{\sigma^2}{2\pi Gr^2}. \quad (5.47)$$

σ est la dispersion de vitesse de la fonction de distribution maxwellienne décrivant le gaz de particules ; elle reste indépendante du rayon pour ce modèle. Les équations du § 5.2.2 donnent facilement les expressions des quantités suivantes :

$$\Sigma(R) = \frac{\sigma^2}{2GR} \quad (5.48)$$

$$\phi(R) = 2\pi\sigma^2 R = \frac{c^2 D_{\text{OS}} D_{\text{OL}}}{2 D_{\text{LS}}} \varphi(R) \quad (5.49)$$

$$\alpha = \frac{4\pi\sigma^2 D_{\text{LS}}}{c^2 D_{\text{OS}}} \quad (5.50)$$

En outre, en coordonnées polaires angulaires (θ, ω) et pour une distribution de masse projetée à symétrie centrale, la matrice d'amplification (5.23) s'écrit

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{1}{\theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \end{pmatrix}, \quad (5.51)$$

soit, en notant $\theta_E = \frac{4\pi\sigma^2 D_{\text{LS}}}{c^2 D_{\text{OS}}} \equiv \alpha$,

$$\mathcal{A}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{\theta_E}{\theta} \end{pmatrix}. \quad (5.52)$$

Par conséquent, $\det \mathcal{A}^{-1} = 1 - \theta/\theta_E$ s'annule lorsque $\theta = \theta_E$. La ligne critique où l'amplification est infinie est donc le cercle de rayon θ_E . Il s'agit du rayon d'Einstein du défecteur considéré. En effet, puisque $\alpha = \theta_E$ (Éq. (5.50)), une source située à $\theta_s = 0$ forme un anneau d'Einstein. La ligne caustique correspondante est donc dans ce cas réduite à un point (voir Fig. 5.3 où on a pris $\sigma = 1\,000 \text{ km s}^{-1}$).

De façon générale, pour un potentiel circulaire, la matrice d'amplification étant diagonale dans la base polaire $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\omega)$, les valeurs telles que $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = 1$ définissent l'équation du cercle critique radial (la déformation est infinie suivant cette direction). Cette ligne n'existe pas pour un modèle SIS, mais forme un cercle dans des modèles tels que $\Sigma(\theta) \propto 1/\theta^\alpha$, avec $0 < \alpha < 1$.

Le cercle critique tangentiel est quant à lui défini par l'ensemble des points tels que $\frac{1}{\theta} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = 1$. Les cercles caustiques (radial et tangentiel) s'expriment en reportant l'expression des rayons critiques dans l'équation des lentilles (5.18).

Plusieurs propriétés caractérisent du point de vue de ces lignes particulières les potentiels à symétrie circulaire (KNEIB 1993) :

- la ligne caustique tangentielle est réduite à un point ;
- si la densité surfacique de masse a une valeur Σ_0 finie au centre, il existe une ligne critique tangentielle si $\Sigma_0 > \Sigma_{\text{crit}}$; de plus la ligne critique radiale est toujours intérieure à la tangentielle ;
- la masse intérieure au rayon critique tangentiel R_{ct} est indépendante de la forme du potentiel : $M = \pi R_{\text{ct}}^2 \Sigma_{\text{crit}}$. Si les décalages spectraux de la lentille et de l'image sont mesurés, la connaissance de la ligne critique tangentielle est donc un très bon estimateur de masse.

La ligne caustique tangentielle peut ne pas être réduite à un point si l'on considère des potentiels asymétriques. On peut ainsi par exemple introduire une ellipticité ϵ (KASSIOLA & KOVNER 1993). Il suffit de remplacer R par $R\sqrt{1 + \epsilon \cos(2(\omega - \omega_0))}$ dans l'expression de la densité de masse projetée (Éq. (5.48)). Le grand axe de l'ellipse d'isodensité est alors orienté d'un angle ω_0 par rapport à la direction de référence. ϵ ne caractérise toutefois pas l'ellipticité du potentiel gravitationnel projeté ϕ ; pour les faibles ellipticités on a la relation $\epsilon_\phi \simeq \epsilon/3$ (KNEIB 1993).

Avec cet ellipsoïde isotherme singulier (EIS), la ligne caustique tangentielle décrit une astroïde (voir Fig. 5.3). La section efficace étant ainsi non nulle, il devient possible d'observer des systèmes à 5 images multiples, comme on le verra dans la partie suivante. Les vecteurs propres ne sont plus $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\omega)$ comme dans le cas circulaire mais sont respectivement parallèle et orthogonal au champ gravitationnel projeté. Dans les cas critiques, lorsqu'une valeur propre s'annule, les vecteurs propres sont l'un tangent et l'autre orthogonal aux lignes critiques.

Pour qu'un système isotherme possède une ligne critique radiale, il faut introduire un rayon de cœur R_0 afin qu'il ne présente plus de singularité au centre. Un tel modèle de sphère isotherme avec rayon de cœur (SIC) est une approximation du centre de la distribution de masse, et non une description physique complète d'un système auto-gravitant. La masse diverge en effet à grande distance.

Il est plus simple d'introduire le rayon de cœur dans l'expression du potentiel projeté ϕ . On remplace pour cela R par $R_0 \sqrt{1 + \left(\frac{R}{R_0}\right)^2}$ dans l'Éq. (5.49) (BLANDFORD & KOCHANÉK 1987). La dispersion de vitesse n'est toutefois pas constante et décroît avec la distance au centre, seule la valeur centrale $\sigma_0 = \sigma(R=0)$ reste bien définie. Il existe dans ce cas deux lignes critiques (tangentielle et radiale, voir Fig. 5.3) si la densité surfacique de masse centrale Σ_0 est suffisamment élevée :

$$\Sigma_0 = 4\pi \frac{\sigma_0^2}{c^2} \frac{D_{\text{OL}} D_{\text{LS}}}{R_0 D_{\text{OS}}} > \Sigma_{\text{crit}} \quad (5.53)$$

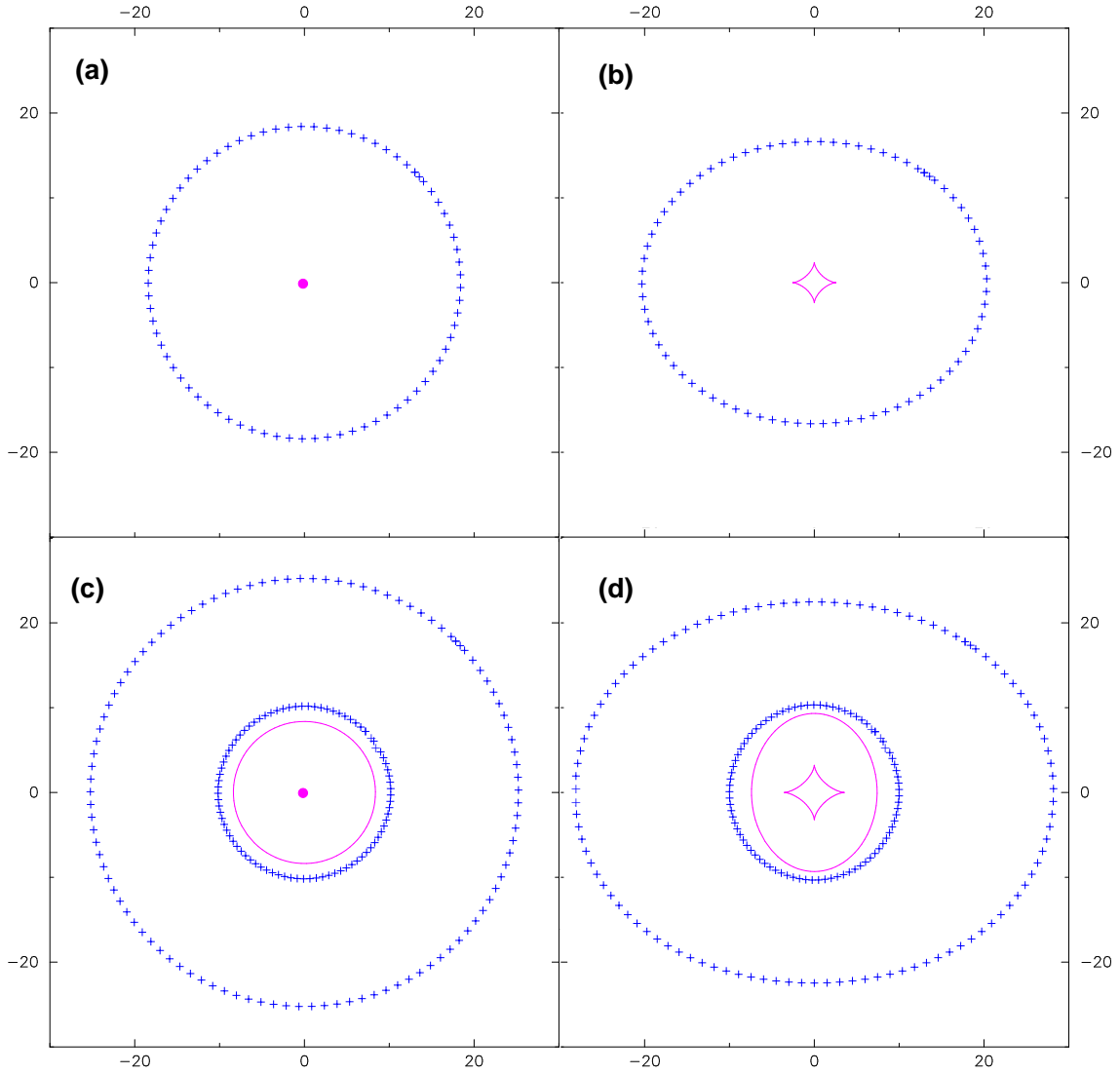


FIG. 5.3 — Lignes critiques (+++++) et caustiques (—) obtenues pour différents profils de masse. Le déflecteur est à $z_L = 0,3$ et les lignes sont tracées pour $z_L = 1$. Les unités sont données en secondes d'arc. **(a)** Sphère isotherme singulière ($\sigma = 1000 \text{ km s}^{-1}$). Il se forme une ligne critique tangentielle, la caustique correspondante est réduite à un point. **(b)** Ellipsoïde isotherme singulier ($\sigma = 1000 \text{ km s}^{-1}$, $\epsilon = 0,2$). La caustique antécédente de la ligne critique tangentielle prend la forme d'une astroïde. **(c)** Sphère isotherme avec rayon de cœur ($\sigma = 1000 \text{ km s}^{-1}$, $R_0 = 50 \text{ kpc}$). En plus de la ligne critique tangentielle (à l'extérieur), il en apparaît une radiale (à l'intérieur) dont la caustique est un cercle. La ligne caustique tangentielle est réduite à un point. **(d)** Ellipsoïde isotherme avec rayon de cœur ($\sigma = 1000 \text{ km s}^{-1}$, $\epsilon = 0,2$, $R_0 = 50 \text{ kpc}$). Par rapport au cas précédent, la ligne caustique tangentielle prend ici la forme d'une astroïde.

Ce qui revient à dire que la dispersion de vitesse centrale doit être relativement grande et le rayon de cœur assez faible. La connaissance des lignes critiques tangentielle et radiale dans un système permet d'obtenir de fortes contraintes sur le rayon de cœur. La découverte d'un arc radial dans l'amas MS 2137–23 par FORT et al. (1992) a ainsi permis de modéliser convenablement sa distribution de masse (MELLIER et al. 1993).

On peut enfin introduire un modèle d'ellipsoïde isotherme avec rayon de cœur (EIC). Comme pour le cas singulier, on introduit une ellipticité ϵ dans l'expression de la densité de masse surfacique du profil précédent SIC. Le formalisme de calcul a été développé numériquement par SCHNEIDER & WEISS (1991) et analytiquement

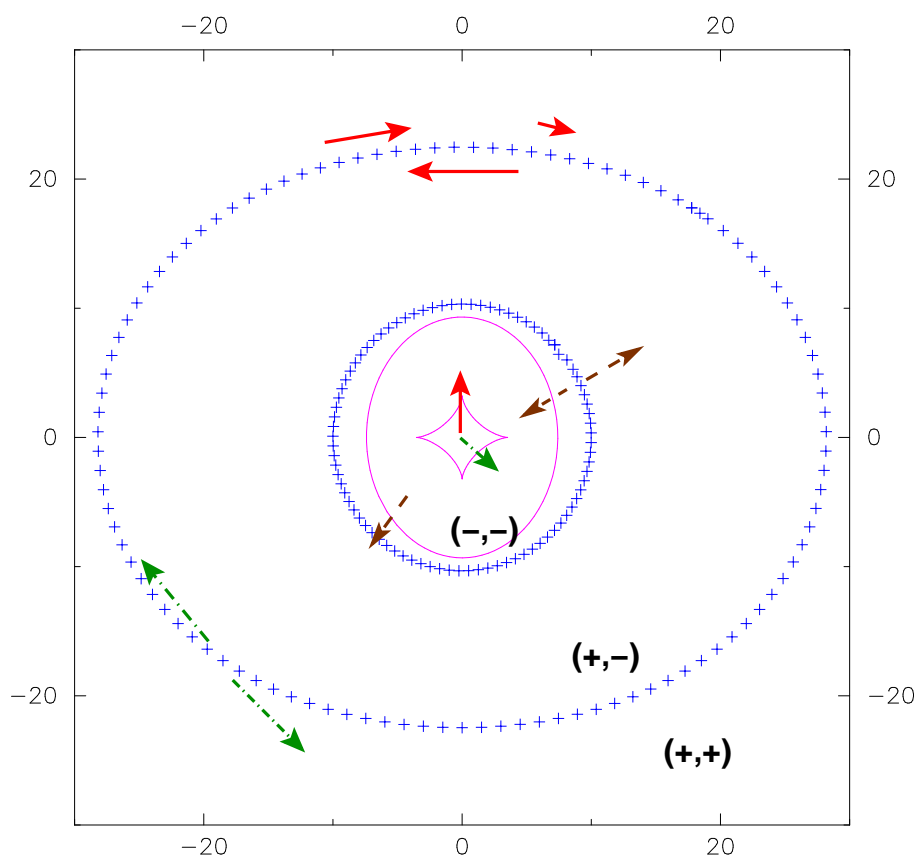


FIG. 5.4 – *Parité des images en fonction de leur position par rapport aux lignes critiques, ainsi que leur type selon le lieu de la caustique que la source traverse. Si elle passe par une zone lisse (« fold », flèches tirets-pointillées) de la caustique tangentielle, il se forme un arc composé de deux éléments de parités différentes dans la direction tangentielle. Dans le cas d'une ligne caustique radiale, il n'existe que des zones courbes ; en la traversant (flèches en tirets), la source donnera un arc radial formé de deux parties de parités opposées selon la direction radiale. Si la source traverse un point de rebroussement (« cusp », flèches pleines), il existera un grand arc formé de trois parties de parités alternées.*

par KNEIB (1993). L'ellipticité du potentiel gravitationnel projeté varie avec le rayon, dans la partie centrale on a $\epsilon_\phi = 3\epsilon/2$. La ligne caustique tangentielle n'est alors pas réduite à un point mais décrit une astroïde (voir Fig. 5.3).

L'intérêt des lignes critiques et caustiques réside dans leur lien avec la configuration des images multiples.

Configuration d'images multiples

À chaque image correspond une parité qui représente simplement le signe des valeurs propres de la matrice d'amplification (5.23). À la périphérie du déflecteur, la densité de masse est négligeable et \mathcal{A} se réduit simplement à la matrice identité \mathcal{I} dont les deux valeurs propres sont positives. La parité est alors $(+,+)$ et l'image est donc orientée dans ses axes propres dans le même sens que la source.

Le nombre d'images et la parité changent lorsque la source traverse une ligne caustique. Si le potentiel du déflecteur n'est pas singulier, chaque source dans une région donnée forme un nombre impair d'images (BURKE 1981). On a représenté à la Fig. 5.4 les différentes zones de parité, dans la plan image, pour un modèle EIC. Lorsqu'il se forme par exemple un arc quand la source traverse une ligne caustique tangentielle, la parité change de signe suivant le vecteur propre correspondant et devient $(+,-)$.

La parité des images peut également renseigner sur la densité surfacique locale correspondante (KNEIB 1993). Si elle est $(+,+)$, les valeurs propres de la matrice d'amplification sont positives, soit $1 - \kappa + \gamma > 0$ et $1 - \kappa - \gamma > 0$ (voir Éq. (5.32)). Par conséquent, on a localement au point image $\Sigma < \Sigma_{\text{crit}}$ (voir Éq. (5.25)). Si la parité est $(-,-)$, les valeurs propres de \mathcal{A}^{-1} sont négatives, on a alors $1 - \kappa + \gamma < 0$ et $1 - \kappa - \gamma < 0$, soit $\Sigma > \Sigma_{\text{crit}}$.

Une caustique présente deux types de forme : soit courbe (« *fold* » en anglais), soit présenter un point de rebroussement (« *cusp* »). Le type d'images formées est différent selon la zone de la caustique traversée par la source (SCHNEIDER et al. 1992). Si elle passe par une zone lisse, deux images vont se former et fusionner pour former un arc (voir Fig. 5.4). Ces deux images disparaissent après la traversée de la caustique. Près des points de rebroussement, il se forme trois images qui fusionnent pour former un grand arc qui peut ainsi prendre un aspect discontinu (Fig. 5.4). Il ne subsiste qu'une seule image quand la source a passé la caustique. Lorsqu'il se forme ainsi des images multiples, chaque segment a une orientation différente par rapport à la source (Fig. 5.4). Ces changements de parité peuvent être détectés sur des images bien résolues et lorsque la source présente des dissymétries morphologiques. Ces effets de miroir sont ainsi très utiles pour identifier la formation des caustiques (par exemple dans le cas d'une paire d'images dans A 370 (KNEIB et al. 1993), ou plus récemment pour un système de 5 images multiples dans AC 114 (CAMPUSANO et al. 2001)).

Pour voir le type d'images multiples et leur position par rapport aux lignes critiques selon le positionnement de la source suivant les lignes caustiques, on peut par

exemple prendre le cas d'un profil EIC (Fig. 5.5).

Lorsque la source S1 est à l'extérieur de la ligne caustique radiale correspondant à son décalage spectral, elle ne forme qu'une seule image faiblement déformée. En traversant cette ligne, il se forme un arc radial composé de deux segments de parités différentes de part et d'autre de la ligne critique radiale.

Contrairement aux lignes caustiques radiales, les caustiques tangentielles possèdent des points de rebroussements. Lorsque S1 traverse un tel point, il se forme un grand arc fusion de trois segments de parités différentes de part et d'autre de la ligne critique tangentielle. C'est le cas dans l'amas de galaxies A 370 (SOUCAIL et al. 1987). Il y a toujours un nombre impair d'images ; soit ici 5 avec le grand arc, sa contre-image et l'image centrale désamplifiée. On n'observe que les trois parties du grand arc dans A 370 car la distribution de masse est plus complexe.

Si la source est alignée avec le centre M1 du potentiel, il se forme une croix d'Einstein ; on peut par exemple observer 4 quasars multiples dans le système QSO 2237 + 0305 (HUCHRA et al. 1985). En dehors de ces images amplifiées, il en existe en principe une désamplifiée au centre (si le potentiel n'est pas trop singulier).

Enfin, lorsque S1 traverse la ligne caustique tangentielle sur une partie courbe, les images multiples consistent en un grand arc fusion de deux segments, de part et d'autre de la ligne critique correspondante, ainsi que deux contre-arcs et une image désamplifiée centrale. On peut observer un tel grand arc dans A 1689 (GOLSE et al. 2002a).

5.3 Régions caractéristiques et estimateurs de masse des amas

La découverte des arcs géants au milieu des années 1980 a fourni la première preuve que les amas de galaxies peuvent se comporter comme des lentilles gravitationnelles sur les galaxies d'arrière-plan, ce qui avait été suggéré par NOONAN (1971). Le phénomène de lentille est en effet un moyen efficace pour mesurer directement la distribution de masse projetée. Contrairement aux méthodes utilisant les observations dans le domaine X (ABRAMOPOULOS & KU 1983), cette technique ne nécessite aucune hypothèse sur la distribution de masse ou l'état dynamique de l'amas. L'utilisation des faibles distortions pour déterminer la distribution de matière noire dans les amas s'est fortement développée depuis les travaux de TYSON et al. (1990).

Comme l'illustre la Fig. 5.6, les effets d'un amas de galaxies sur la population d'arrière-plan peuvent être séparés en trois régimes :

- une région centrale de fortes déformations, qui présente des arcs géants et des images multiples ;
- une zone intermédiaire de *dilatation du plan image*, où la densité de galaxies suit un palier de *déplétion* ;

5.3. RÉGIONS CARACTÉRISTIQUES ET ESTIMATEURS DE MASSE DES AMAS141

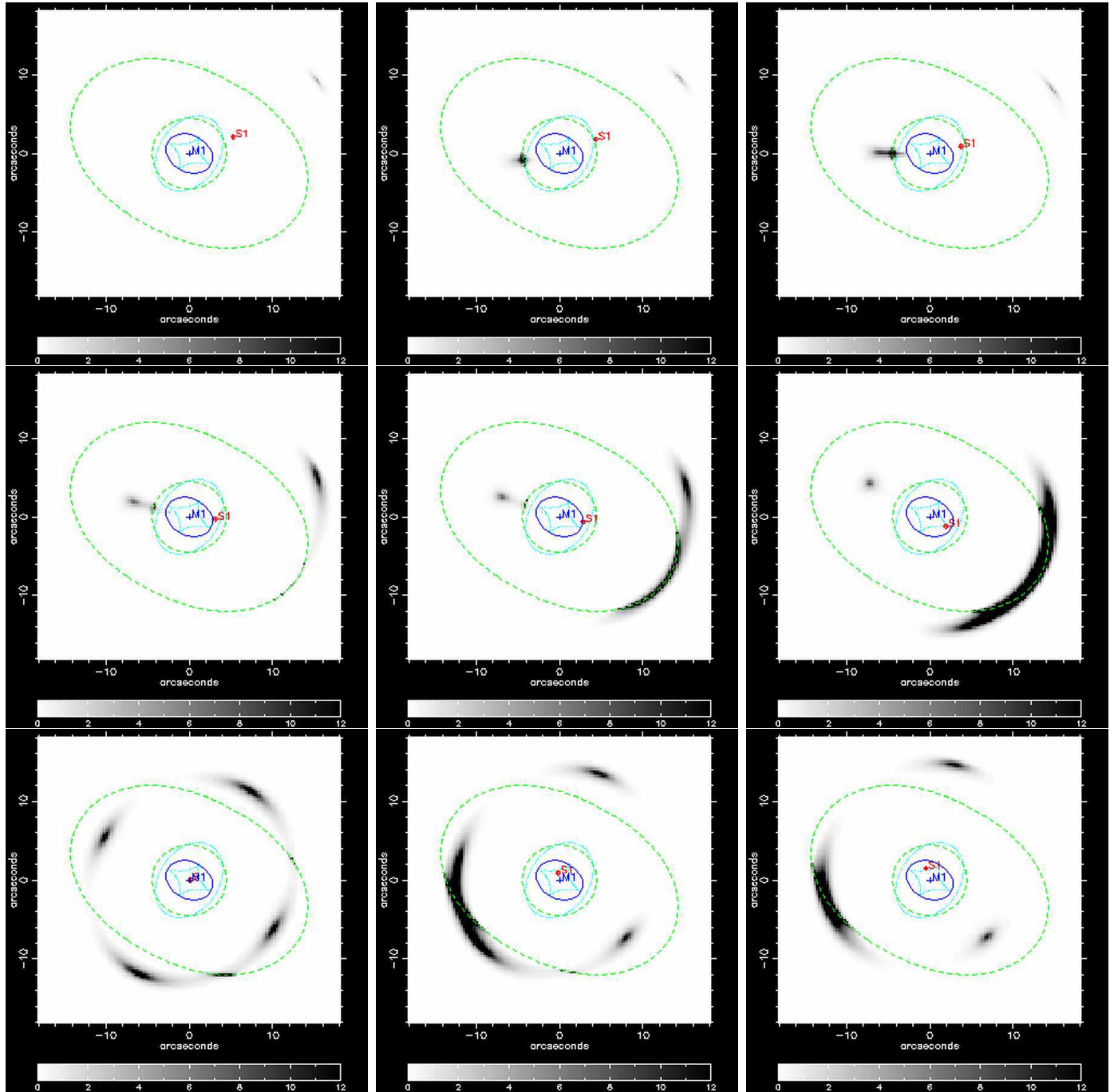


FIG. 5.5 – Configuration d'images multiples dans le cas d'un profil EIC centré en *M1*: $\sigma_0 = 1\,100\text{ km s}^{-1}$, $\theta_0 = 3''$ et $\epsilon = 0,26$. La source *S1* est circulaire et a un profil d'intensité gaussien. Pour chacune de ses positions par rapport aux lignes caustiques (—), on a représenté les images correspondantes que l'on peut comparer à la position des lignes critiques (---). D'après KNEIB (1993) et FORT & MELLIER (1994).

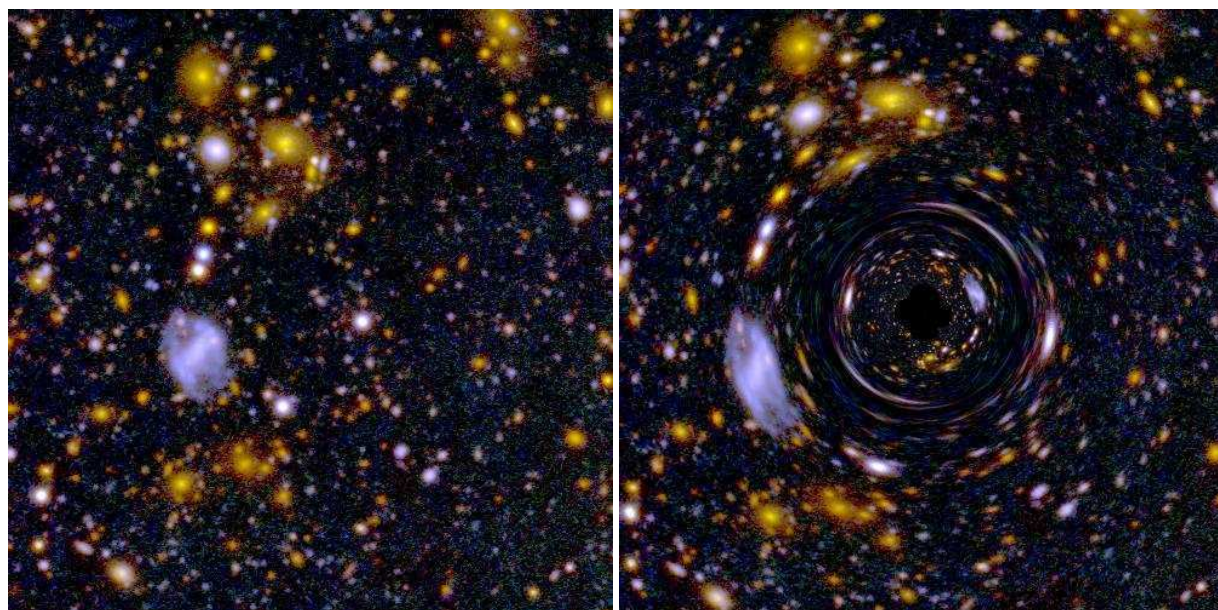


FIG. 5.6 – *Effet simulé d'un amas-lentille sur la population d'arrière-plan : plan source (à gauche) et plan image (à droite). On voit clairement apparaître les trois régions caractéristiques. Au centre de l'amas, les fortes déformations engendrent les grands arcs et les images multiples. Il existe ensuite une zone intermédiaire de dilatation du plan image (le biais d'amplification provoque ici un effet de déplétion). Enfin, à la périphérie de l'amas, les faibles distortions déforment les galaxies suivant la direction orthogonale au champ gravitationnel. Cet effet peut se mettre en évidence de façon statistique. D'après WITTMAN (2002).*

- et le régime des faibles distortions à la périphérie de l'amas, où l'emploi de méthodes statistiques sur plusieurs galaxies-images est nécessaire.

5.3.1 Fortes déformations

Les amas de galaxies massifs peuvent produire des images multiples d'une source lorsque leur densité surfacique atteint ou dépasse la densité critique Σ_{crit} (Éq. (5.20)) au décalage spectral correspondant. La configuration de ces images nous renseigne sur la structure de la distribution de masse. Un amas avec un halo de masse dominant produira des grands arcs typiques selon que la source est sur un point de rebroussement (p. ex. dans A 370, SOUCAIL et al. 1987) ou une partie courbe (p. ex. dans A 1689, GOLSE et al. 2002a) de la caustique tangentielle, ou bien des arcs radiaux (p. ex. dans MS 2137–23, FORT et al. 1992) de part et d'autre d'une ligne critique radiale. Un amas bimodal peut former des arcs droits (p. ex. dans Cl 2236–04, KNEIB et al. 1994b) ou des triplets (p. ex. dans A 370, KNEIB et al. 1993). Des structures plus complexes peuvent produire des images multiples avec 7 composantes ou plus, comme dans A 383 (SMITH et al. 2001) ou Cl 2244–02.

5.3. RÉGIONS CARACTÉRISTIQUES ET ESTIMATEURS DE MASSE DES AMAS 143

L'utilisation des arcs géants, des arclets et des images multiples pour la reconstruction de masse des amas (FORT & MELLIER 1994) a connu de nombreux progrès avec l'avènement du *HST* et des télescopes-sol de 8/10 m.

Un estimateur très souvent utilisé est la masse à l'intérieur du rayon d'Einstein $R_E = D_{OL} \theta_E$, où θ_E représente la position de la ligne critique tangentielle d'une distribution de masse circulaire, estimée en général par le rayon de l'arc :

$$M(R_E) = \pi R_E^2 \Sigma_{\text{crit}}. \quad (5.54)$$

Cette expression très pratique, indépendante du profil de masse s'il a la symétrie circulaire, doit toutefois être utilisée avec précaution. En effet, l'arc servant à déduire la masse peut avoir un décalage spectral inconnu, ou bien l'arc est une image simple et ne trace donc pas le rayon d'Einstein. Par exemple, dans le cas d'un modèle SIS, une image simple peut se trouver jusqu'à une distance du centre égale à deux fois le rayon d'Einstein sans qu'il n'existe de contre-image. Enfin, la distribution de masse peut être très complexe avec un nombre important de sous-structures. Ainsi, cette relation surestime généralement la masse, notamment par rapport aux études fondées sur l'émission X des amas (MIRALDA-ESCUDE & BABUL 1995).

La méthode de reconstruction de masse par les arcs et arclets présents dans les régions les plus centrales des amas (près des lignes critiques) est fondée sur l'hypothèse que la densité de masse de l'amas est distribuée régulièrement et peut être exprimée analytiquement, en rajoutant au besoin des sous-structures. On suppose alors que les arcs et arclets observés correspondent aux configurations typiques énumérées précédemment. Ces hypothèses ont déjà apporté des résultats convaincants à partir d'images fournies par des télescopes au sol (MELLIER et al. (1993) dans MS 2137–23 ou KNEIB et al. (1995) dans A 2218). Dans tous les cas, le rayon de cœur de la distribution de matière noire est faible ($R_0 < 50 h^{-1} \text{ kpc}$) et sa géométrie est compatible avec les enveloppes de lumière entourant les galaxies géantes de l'amas. Des travaux plus récents fondés sur l'étude détaillée de la morphologie des nombreux arcs ou arclets visibles sur les images *HST* ont apporté des contraintes plus précises sur la distribution de matière noire à des échelles de l'ordre de la centaine de kpc (KNEIB et al. (1996) dans A 2218, TYSON et al. (1998) dans Cl 0024+1654). Leurs résultats confirment ceux obtenus précédemment à partir des données de télescopes au sol.

Un point crucial pour l'utilisation de cette méthode est la dépendance éventuelle des résultats vis-à-vis du profil de masse analytique utilisé pour la modélisation. Le modèle de lentille doit inclure les galaxies de l'amas afin de correspondre à la configuration et à la position des images. Comme il existe un nombre fini d'images multiples (et donc de contraintes), le nombre de paramètres libres du modèle doit être limité, tout en leur conservant une signification physique. Le but final de l'étude est en effet de déduire des propriétés physiques des amas. Ceci est d'autant plus important que le problème de reconstruction de masse est dégénéré, dans le sens qu'une famille de modèles peut également ajuster les observables.

Cependant, la comparaison directe de la distribution de masse précise avec les prévisions théoriques ou issues de simulations numériques (§ 5.4.1) est difficile. Des algorithmes de reconstruction de masse non-paramétrique ont été développés afin de dépasser les limitations des modèles analytiques (p. ex. ABDELSALAM et al. (1998a) dans A 370 et ABDELSALAM et al. (1998b) dans A 2218). Cette méthode utilise les arcs et arclets de décalages connus comme de fortes contraintes pour obtenir une carte de masse de l'amas pixel par pixel. Les résultats dans les amas A 370 et A 2218 sont similaires à ceux obtenus différemment. Cette méthode manque toutefois de résolution comparée aux modèles paramétriques, à cause de la variation importante de la densité de masse au centre des amas. Elle offre néanmoins une alternative intéressante puisqu'elle permet d'obtenir une modélisation complète de la lentille fondée uniquement sur les propriétés des arcs et des arclets.

Enfin, la reconstruction de masse fondée sur les fortes déformations est itérative : quand un système d'images est clairement identifié, d'autres images multiples peuvent être découvertes en utilisant aussi bien des critères morphologiques ou de couleur que les prévisions du modèle de lentille. Ce dernier peut donc donner le décalage spectral de ces nouveaux systèmes (KNEIB 1993; NATARAJAN et al. 1998), ainsi que ceux d'arclets (KNEIB et al. 1994a). Ces prévisions peuvent être vérifiées et un modèle de masse amélioré peut ainsi en découler (EBBELS et al. 1998).

5.3.2 Biais d'amplification

Le *bias d'amplification* exprime les effets simultanés et antagonistes de l'amplification gravitationnelle : elle accroît le flux reçu des galaxies soumises à l'effet de lentille et permet ainsi la détection d'un plus grand nombre d'objets, mais amplifie également de la même quantité l'angle solide considéré, et diminue donc la densité numérique de galaxies.

Ainsi, si $n_0(f, z) dz$ est le nombre de galaxies en champ vide (sans la présence de lentille) par unité d'angle solide ayant un flux supérieur à f et un décalage compris entre z et $z + dz$; à une position θ où l'amplification est $\mu(\theta, z)$, la densité de galaxies devient

$$n(f, z) = \frac{1}{\mu(\theta, z)} n_0 \left(\frac{f}{\mu(\theta, z)}, z \right). \quad (5.55)$$

L'amplification gravitationnelle peut donc aussi bien accroître que décroître localement les comptages selon ses variations et la forme de la fonction des comptages en champ vide (dans une bande donnée). En outre, puisque l'amplification modifie le flux, elle va également changer la distribution observée en z des sources lentillées. Toutefois, comme les sources observées sont généralement très faibles – ce qui rend difficile l'obtention de décalages spectroscopiques – on ne peut observer que des comptages intégrés en z . Enfin, pour les objets les plus faibles, la distribution en décalage spectral est dominée par des galaxies situées à relativement grand z . L'amplification varie alors peu avec le décalage spectral, on peut donc faire l'approximation

$\mu(\boldsymbol{\theta}, z) \simeq \mu(\boldsymbol{\theta}, z \rightarrow \infty) \equiv \mu(\boldsymbol{\theta})$. En exprimant alors de manière équivalente, non le nombre de galaxies ayant un flux plus grand que f mais une magnitude plus brillante que m , on obtient

$$\frac{n(m)}{n_0(m)} = \mu(\boldsymbol{\theta})^{2,5\alpha-1} \quad (5.56)$$

où α est la pente logarithmique des comptages en champ vide dans une bande donnée :

$$\alpha = \frac{d \log n_0(m)}{dm}. \quad (5.57)$$

Un biais d'amplification n'apparaît donc que si la pente $\alpha \neq 0,4$, sinon l'amplification du flux des sources d'arrière-plan est exactement compensée par l'étirement de l'angle solide.

L'expression « biais d'amplification » a été introduite par TURNER et al. (1984) pour désigner un accroissement statistique de la densité de quasars ou de sources radio mesuré au voisinage de galaxies-lentilles d'avant-plan. WEBSTER et al. (1988) ont ainsi détecté un excès significatif de quasars en bande B ($m_B < 18,7$) autour de galaxies-lentilles, la pente des comptages étant dans ce cas plus grande que 0,4. BROADHURST et al. (1995) envisagea ensuite l'application de cet effet à la mesure de la masse des amas de galaxies.

Le biais d'amplification n'introduit pas de changement de la densité numérique de galaxies observée en B pour $m_B < 26$, puisque α a environ la valeur critique (TYSON 1988). Mais cet effet se traduit par une *déplétion* pour $m_B > 26$, $m_R > 24$ ou $m_I > 24$, bandes pour lesquelles $\alpha \simeq 0,3$ (SMALL et al. 1995b). Ce phénomène est illustré à la Fig. 5.6 Les courbes de déplétion dans les amas, et notamment l'influence des filtres, des paramètres des profils et de la distribution en z des populations d'arrière-plan ont été étudiées par MAYEN & SOUCAIL (2000).

Le changement de la densité numérique de galaxies peut être utilisé pour modéliser le défecteur. Des reconstructions de masse fondées sur le biais d'amplification ont ainsi été appliquées par TAYLOR et al. (1998) dans A 1689, FORT et al. (1997) dans Cl 0024+1654, GRAY et al. (2000) dans A 2219 ou MAYEN & SOUCAIL (2000) dans MS 1008–1224. Les masses ainsi déduites sont cohérentes avec celles déduites des deux autres régimes : les fortes déformations et les faibles distortions.

Cette méthode présente une alternative intéressante à celle utilisant les faibles distortions car elle se fonde uniquement sur des comptages de galaxies, et ne nécessite donc pas les conditions d'observations exceptionnelles qu'il faut pour mesurer des ellipticités ou des orientations. Le biais d'amplification est toutefois sensible au regroupement des galaxies (« *galaxy clustering* ») formant les sources d'arrière-plan, qui diffère notablement d'un amas à l'autre. Il nécessite également des observations extrêmement profondes pour atteindre les magnitudes limites pour lesquelles la pente α devient sous-critique.

5.3.3 Faibles distortions

Peu après la découverte des arcs géants, FORT et al. (1988) ont détecté de nombreuses galaxies déformées dans l'amas A 370 qu'ils ont interprétées comme étant des images des galaxies d'arrière-plan déformées de façon plus faible que les arcs. TYSON et al. (1990) ont quant à eux découvert une déformation cohérente des images de galaxies faibles dans les amas A 1689 et Cl 1409+52 leur permettant de contraindre un profil de masse cachée à partir des distortions observées. KOCHANÉK (1990) et MIRALDA-ESCUDE (1991) ont étudié en détail la façon dont les modèles de masse paramétriques pour les amas de galaxies pouvaient être contraints à partir de ces mesures de distortions. L'utilisation de ces techniques s'est fortement développée après que KAISER & SQUIRES (1993) ont montré comment obtenir des reconstructions non-paramétriques des densités surfaciques de masse des amas. Leur application est toutefois limitée par leur difficulté de mise en œuvre pour mesurer des distortions de quelques pourcents. Plusieurs méthodes différentes existent pour déduire les distributions de masse des amas.

Méthodes de reconstruction de masse

Une première se fonde sur une *inversion linéaire des cartes de cisaillement*. La combinaison des expressions exprimant la convergence $\kappa(\boldsymbol{\theta})$ (Éq. (5.25)), le potentiel projeté $\phi(\boldsymbol{\theta})$ (Éq. (5.5)), le potentiel des lentilles $\varphi(\boldsymbol{\theta})$ (Éq. (5.17)), et les composantes du cisaillement complexe $\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta})$ (Éqs (5.27) et (5.28)) permettent d'exprimer linéairement le cisaillement (SEITZ & SCHNEIDER 1996):

$$\boldsymbol{\gamma}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{D}(\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\xi}) \kappa(\boldsymbol{\xi}) d^2\xi \quad (5.58)$$

$$\mathcal{D}(\boldsymbol{\theta}) = -\frac{1}{(\theta_1 - i\theta_2)^2} \quad (5.59)$$

Cette équation peut être inversée dans l'espace de Fourier pour obtenir la densité surfacique de masse comme fonction linéaire du cisaillement, à une constante près puisqu'une densité de masse constante ne provoque aucun cisaillement (c'est la dégénérescence de la couche de masse, soit « *mass sheet degeneracy* » en anglais). Dans les régions périphériques des amas, $\kappa \ll 1$ et par conséquent $\langle \boldsymbol{\gamma} \rangle = \langle \boldsymbol{\epsilon}_I \rangle$ (voir § 5.2.3), ce qui fait du cisaillement une observable directe.

Ce formalisme pose cependant certaines difficultés :

- l'intégrale (5.58) est sur tout le plan, alors que les champs réels d'observation sont de l'ordre de quelques minutes d'arc carrés. On doit ainsi poser $\boldsymbol{\gamma} = \vec{0}$ au-dehors, ce qui conduit à des effets de bord dans la reconstruction de la masse ;
- la densité de masse n'est donnée qu'à une constante près, cette indétermination peut être levée si on dispose de la valeur de l'amplification gravitationnelle, comme le permet la méthode du biais d'amplification ;

5.3. RÉGIONS CARACTÉRISTIQUES ET ESTIMATEURS DE MASSE DES AMAS 147

- le cisaillement est une observable dans les limites du régime des faibles distortions. La densité surfacique de masse obtenue est sous-estimée dans les régions centrales de l’amas où l’hypothèse de déformations faibles ne tient plus, particulièrement pour les amas présentant des arcs géants. Ainsi, pour appliquer la méthode d’inversion aux régions internes des amas, on doit prendre en compte la relation entre γ et l’observable δ (distortion complexe : Éq. (5.45)).

Une méthode plus rigoureuse de reconstruction de masse se fonde ainsi sur une *généralisation non-linéaire de l’inversion*. Lorsque la densité surfacique de masse n’est plus négligeable devant Σ_{crit} , la relation entre κ et l’observable n’est plus linéaire.

Dans le cas d’un amas sous-critique, l’ellipticité moyenne de l’image est un estimateur local non biaisé du cisaillement complexe réduit \mathbf{g} ; d’après les Éqs (5.44), (5.45) et (5.46) on a

$$\gamma(\boldsymbol{\theta}) = (1 - \kappa(\boldsymbol{\theta}))\langle \epsilon_I \rangle(\boldsymbol{\theta}). \quad (5.60)$$

Avec la transformée de Fourier de l’Éq. (5.58), on obtient une équation intégrale pour κ qui se résout par itération avec une convergence rapide vers la solution unique.

Dans le cas d’amas critiques, le traitement est plus compliqué et a été développé par SEITZ & SCHNEIDER (1995). Contrairement au cas linéaire, la dégénérescence ne correspond plus à l’ajout d’une densité surfacique de masse constante, mais dans un terme multiplicatif λ . Le cisaillement réduit \mathbf{g} est en effet invariant lorsqu’on change $1 - \kappa$ en $\lambda(1 - \kappa)$ et γ en $\lambda\gamma$.

Une dernière méthode se fonde sur un *maximum de vraisemblance*. Les techniques précédentes sont des méthodes directes : les ellipticités observées des images $\langle \epsilon_I \rangle$ sont moyennées localement et introduites dans une équation d’inversion pour trouver la carte de masse $\kappa(\boldsymbol{\theta})$. Le défaut de cette méthode est son manque de flexibilité : aucune information supplémentaire ne peut être introduite dans le processus d’inversion telle que, par exemple, la présence d’arcs géants ou d’images multiples (qui contraindraient la distribution de masse au cœur des amas) ainsi que des valeurs de l’amplification (qui permettraient de lever la dégénérescence de la couche de masse).

Supposons que la distribution de masse dans un amas puisse être modélisée par un ensemble de paramètres p_k permettant d’obtenir le meilleur ajustement des observations par le modèle. Si l’on s’intéresse, par exemple, aux observations de l’ellipticité des images ϵ_i et si l’amas est supposé non-critique, la valeur attendue de ϵ_i est le cisaillement réduit \mathbf{g} à la position de l’image, et l’écart-type est principalement déterminé par la dispersion intrinsèque de l’ellipticité des galaxies σ_ϵ . On peut ainsi définir une fonction χ^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{\|\epsilon_i - \mathbf{g}(\boldsymbol{\theta}_i)\|^2}{\sigma_\epsilon^2}, \quad (5.61)$$

où N est le nombre de galaxies étudiées, et la minimiser en fonction des paramètres p_k . Le potentiel défecteur peut être décomposé en une somme finie de modes de Fourier dont les amplitudes sont les paramètres p_k (SQUIRES & KAISER 1996). Les valeurs du potentiel gravitationnel sur une grille peuvent également être utilisées comme p_k (BARTELMANN et al. 1996). Une méthode similaire se fonde sur la maximisation de l'entropie (BRIDLE et al. 1998).

Ces méthodes inverses sont un outil standard pour la reconstruction du profil de masse des amas en raison de leur flexibilité. Des contraintes supplémentaires, comme la présence d'arcs ou d'images multiples, peuvent en effet facilement y être ajoutées (ABDELSALAM et al. 1998b).

Application aux observations

TYSON et al. (1990) ont été à l'origine de la première tentative pour contraindre la distribution de masse dans les amas à partir d'une analyse des faibles distortions. Ils ont découvert un alignement tangentiel significatif des images de galaxies faibles relativement au centre des amas A 1689 et Cl 1409+52. Leurs cartes de déformations, obtenues à partir des ellipticités des images, conduit à une estimation de la distribution de masse. Ces deux amas présenteraient ainsi un profil SIS avec une dispersion de vitesses $\sigma = 1300 \pm 200 \text{ km s}^{-1}$. Leur analyse a également démontré la nécessité de la présence de matière noire au centre des amas pour expliquer les observations des déformations d'images.

La méthode d'inversion linéaire de KAISER & SQUIRES (1993) a été appliquée par FAHLMAN et al. (1994) pour la reconstruction de masse de l'amas MS1224+2007, sélectionné pour son importante luminosité dans la bande X. Ils ont obtenu des cartes de la convergence $\kappa(\boldsymbol{\theta})$, d'abord en prenant en compte l'ensemble des images des galaxies et ensuite en séparant les brillantes et les plus faibles en deux échantillons distincts de taille équivalente. Les masses ainsi obtenues, bien que présentant des différences dans le détail, sont globalement semblables, notamment en ce qui concerne la position du centre de masse. Le rapport masse sur luminosité qu'ils obtiennent ($M/L \simeq 800 h M_{\odot}/L_{\odot}$) est toutefois bien plus élevé que celui déduit d'études indépendantes (CARLBERG et al. 1994; FISCHER 1999).

L'origine de ce désaccord peut se trouver dans la distribution en luminosité de MS1224+2007 qui n'est pas circulaire; il se pourrait donc que cet amas ne soit pas en équilibre. L'amas pourrait ainsi contenir une importante quantité de matière noire avec un déficit en baryons, ce qui apporterait une contrainte forte sur les modèles cosmologiques qui devraient pouvoir expliquer de telles variations de la fraction de baryons sur des échelles correspondant à un amas. Cette conclusion doit toutefois être nuancée à cause du manque de données sur les sous-amas qui pourraient se trouver sur la ligne de visée, de part et d'autre de MS1224+2007 et qui conduiraient à une surestimation de la masse déduite des études de lentille. De nombreuses mesures de décalages spectraux sur ces populations seraient nécessaires afin de lever cette controverse, ce qui pourrait être réalisé de manière efficace par les décalages

photométriques.

SQUIRES et al. (1996) ont comparé les profils de masse de l'amas A 2218 obtenus à partir de l'émission X et de l'analyse des faibles distortions. La valeur de la masse X est toutefois à relativiser car l'amas n'est pas en équilibre hydrostatique comme le montre la carte *ROSAT* obtenue par KNEIB et al. (1995). L'amas A 2218 contient également un grand nombre d'arcs et d'images multiples de galaxies utilisés par KNEIB et al. (1996) pour construire un modèle détaillé de la masse des régions centrales. A 2218 possède un second groupe de galaxies, situé à $67''$ du centre principal, dont les effets sur les arcs sont bien visibles. Bien que la résolution de la carte de masse déduite de l'étude des faibles distortions soit insuffisante pour faire apparaître un pic secondaire, les contours centraux de densité s'étendent à travers le second groupe de galaxies.

SEITZ et al. (1996) ont élaboré une carte de masse de Cl 0939+47 en utilisant la première image profonde d'un amas obtenue avec la caméra *WFPC2* sur le *HST*. Celle-ci révèle un maximum qui coïncide avec le centre de l'amas déterminé à partir de ses galaxies (DRESSLER & GUNN 1992). De plus, un second maximum apparaît clairement sur la carte de masse ainsi qu'un minimum très prononcé. La corrélation entre ces caractéristiques et les galaxies brillantes de l'amas sur l'image optique semble évidente. En appliquant à cette même image *HST* la méthode du maximum de vraisemblance, GEIGER & SCHNEIDER (1999) ont obtenu une carte de masse avec une meilleure résolution. Cette dernière étant plus grande au centre de l'amas, elle permet de prévoir l'existence de structures dues aux fortes amplifications. TRAGER et al. (1997) observèrent en effet un arc et une image triple dont les galaxies sources ont un décalage proche de 4.

HOEKSTRA et al. (1998) ont reconstruit la distribution de masse de l'amas Cl 1358+62 à partir d'une mosaïque de 12 images *HST* leur permettant d'avoir un champ plus étendu ($\sim 8' \times 8'$). Un signal est détecté jusqu'à une distance au centre de 1,5 Mpc et la masse ainsi obtenue par l'étude des faibles distortions est légèrement plus faible que la masse dynamique mais reste en bon accord avec celle déduite de l'émission X.

La distribution de masse du super-amas MS0302+17 a été reconstruite par KAISER et al. (1998) en utilisant des images grand champ ($30'$) dans les filtres V et I obtenues avec la caméra *UH8k* du *CFHT*. Le super-amas est composé de 3 amas très proches sur le ciel et ayant des décalages voisins. Les faibles distortions ont pu être mesurées sur 30 000 galaxies. La carte de masse ainsi obtenue révèle chacun des 3 amas, également observés dans la bande X. Les rapports entre la masse et la luminosité ou l'émission X diffèrent légèrement, et de manière non significative, pour chacun des 3 amas. La détection de matière reste marginale entre les amas.

Des résultats ont également été publiés sur des amas à faible décalge spectral ($z < 0,1$), par exemple dans A 3637 (JOFFRE et al. 2000). Pour les amas tels que $z > 0,5$, des télescopes à grande ouverture (CLOWE et al. 2000) ou le *HST* (HOEKSTRA et al. 2000) sont sans doute plus adéquats.

Enfin, on peut également détecter des amas uniquement via l'observation de la distortion qu'ils induisent sur les galaxies d'arrière-plan, et non par un signal dans une

bande électromagnétique donnée. Un amas de dispersion de vitesses $\sigma = 615 \text{ km s}^{-1}$ a ainsi été découvert et confirmé par spectroscopie à $z = 0,276$ (WITTMAN et al. 2001). Il est également possible de détecter des amas peu brillants dont le cisaillement est si significatif que le modèle de lentille conduit à considérer des rapports M/L importants, ce qu'on appelle des amas sombres (« *dark clumps* » en anglais). Il semblerait qu'un tel amas ait été détecté près du centre de A 1942 par ERBEN et al. (2000). Dans cet ordre d'idée, le relevé « *STIS Parallel Shear Survey* » effectué par le *HST* a l'ambition d'étudier des parties du ciel aléatoires de $50'' \times 50''$. Une lentille sombre possible aurait ainsi été détectée (MIRALLES et al. 2002).

5.4 Modèles de masse des amas

5.4.1 Théorie et simulations numériques

L'hypothèse standard de la formation des structures est que les objets lumineux se forment dans le puits de potentiel gravitationnel de la matière noire. Une fois qu'un halo de matière noire se découple de l'expansion de l'Univers, il s'effondre et se *virialise* pour atteindre une configuration stable.

Pour un système auto-gravitant d'énergie cinétique T et d'énergie potentielle V , le théorème du viriel donne $\langle T \rangle + 2\langle V \rangle = 0$, où la moyenne est temporelle (BAHCALL & TREMAINE 1981). À un moment donné, on peut remplacer la moyenne temporelle par la somme sur toutes les N particules de l'amas. Si ce dernier est sphériquement symétrique, que la distribution des galaxies est isotrope et en supposant que toutes les galaxies ont la même masse, on peut estimer la masse de l'amas (HEISLER et al. 1985) :

$$M = \frac{3\pi N}{2G} \frac{\sum_{i=1}^N \sigma_{lv,i}^2}{\sum_{i=1}^N \sum_{i < j} R_{ij}^{-1}}. \quad (5.62)$$

Cette dernière quantité se calcule observationnellement par la dispersion des vitesses projetées selon la ligne de visée des galaxies $\sigma_{lv,i}$ et la distance projetée R_{ij} entre deux objets.

La matière noire, qui domine la dynamique des halos, n'est sensible qu'aux forces gravitationnelles ; on suppose en outre qu'elle est non collisionnelle. Cette configuration est décrite par la fonction de distribution $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$ dans l'espace des phases. Elle s'entend comme la probabilité d'avoir $dn = f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t) d\mathbf{r} d\mathbf{v}$ particules situées entre \mathbf{r} et $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ et dont les vitesses sont comprises entre \mathbf{v} et $\mathbf{v} + d\mathbf{v}$ à l'instant t . L'évolution de cette fonction f est donnée par l'équation de Boltzmann (appelée aussi équation

de Vlasov en l'absence de collisions) :

$$\frac{Df}{Dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla f - \nabla \Phi \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = 0. \quad (5.63)$$

Φ est le potentiel gravitationnel lié à la densité de matière noire par l'équation de Poisson

$$\Delta \Phi = 4\pi G \rho. \quad (5.64)$$

Comme l'énonce le théorème de Liouville, l'équation de Boltzmann exprime que la densité dans l'espace des phases autour d'une particule donnée est constante. Le mélange dynamique a tendance à faire évoluer le système vers un état stationnaire caractérisé par $\frac{\partial f}{\partial t} = 0$.

Lors de l'effondrement d'un halo de matière noire, les particules échangent énergie et moment angulaire par des processus collectifs. Même si les collisions entre deux particules sont négligeables, un objet réagit aux variations spatiales et temporelles du potentiel gravitationnel $\Phi(\mathbf{r}, t)$ dues aux fluctuations de densité. L'état stable final est caractérisé par une équipartition d'énergie et de moment angulaire, donc des orbites isotropes. Ce mécanisme très efficace agit sur un temps typique de l'ordre de 10 % du temps dynamique du système (LYNDEN-BELL 1967), qui est quant à lui de l'ordre de l'âge de l'Univers. Il s'agit d'un processus de *relaxation violente*. Lorsque le système est dans un équilibre quasi-statique, $\frac{\partial \Phi}{\partial t}$ est très faible, et la relaxation violente se termine.

Le changement d'énergie causé par le potentiel variable est indépendant de la masse des particules (puisque'il n'y a pas de collisions). Il en résulte une configuration d'équipartition d'énergie spécifique et non de température. Les gaz non collisionnels sont donc isothermes – dans le sens où la dispersion des vitesses est constante – et ne présentent pas de ségrégation de masse. Dans les amas, il n'y a de ségrégation de galaxies de différentes masses que dans les parties centrales. Les rencontres entre deux objets y sont importantes, ce qui a pour conséquence les fusions et le « cannibalisme » des galaxies.

Le premier moment sur l'espace des vitesses de l'Éq. (5.63) donne l'équation de Jeans à l'équilibre, qui relie la distribution de matière et sa dispersion des vitesses au potentiel gravitationnel Φ . Dans le cas d'une symétrie sphérique et pour une distribution isotrope des vitesses ($\sigma \equiv \sigma_r$), on a :

$$\frac{1}{\rho} \frac{d(\sigma^2 \rho)}{dr} = -\frac{d\Phi}{dr}. \quad (5.65)$$

La dispersion des vitesses est indépendante de r . En utilisant l'équation de Poisson (5.64), on trouve une équation différentielle du deuxième ordre pour la densité de masse $\rho(r)$, qui possède donc deux solutions indépendantes. La première a une singularité au centre et définit le modèle SIS (voir Éq. (5.47) et BINNEY & TREMAINE 1987).

La deuxième solution a une valeur finie au centre mais doit être calculée numériquement. Une approximation de cette solution est donnée par le profil de KING (1962) :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left[1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right]^{-3/2}}, \quad (5.66)$$

avec un cœur plat de taille r_c .

L'équation de Boltzmann (5.63) décrit des probabilités et peut être utilisée pour prévoir des propriétés statistiques d'ensembles de halos. Elle est non linéaire et sa résolution est donc très difficile. En pratique, on simule numériquement l'évolution d'un gaz de particules non collisionnelles, par intégration directe des équations du mouvement d'un grand nombre de particules dans leur potentiel gravitationnel commun. Les problèmes pratiques dans cette approche sont dus au grand nombre de particules nécessaires pour fournir une bonne résolution et suffisamment de halos distincts pour pouvoir en déterminer les propriétés statistiques.

Les particules utilisées dans les simulations numériques ont des masses sous-galactiques d'au moins $5 \times 10^7 M_\odot$ (GHIGNA et al. 2000) et typiquement de 10^{10} à $10^{11} M_\odot$. Elles sont donc bien plus massives que les particules de matière noire, qui seraient plutôt subatomiques (voir § 3.6.4).

En utilisant des simulations numériques à haute résolution, NAVARRO et al. (1995) ont conclu que les halos de matière noire possèdent un profil de masse universel tel que

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_c}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}. \quad (5.67)$$

où ρ_c est la densité massique critique de l'Univers, correspondant à $\Omega_{M0} = 1$ (voir Éq. (3.30)), δ_c est un contraste de densité caractéristique et r_s est le rayon d'échelle.

Ce type de profil, dit NFW, est une prévision très robuste, valable sur une échelle de masse couvrant 4 ordres de grandeur. En outre, NAVARRO et al. (1997) ont étendu leurs simulations pour couvrir des modèles cosmologiques divers, en faisant varier les paramètres cosmologiques ou la forme du spectre de puissance initial. Dans tous les cas, les profils de densité des halos isolés sont bien décrits par l'Éq. (5.67).

Le profil varie comme r^{-1} au centre et r^{-3} à grande distance, sa principale caractéristique étant cette singularité centrale. La masse $M(x \equiv \frac{r}{r_s})$ contenue à l'intérieur d'un rayon $r = x r_s$ s'exprime par

$$M(x) = 4\pi \delta_c \rho_c r_s^3 \left(\ln(1+x) - \frac{x}{1+x} \right). \quad (5.68)$$

La masse totale du halo est généralement estimée par M_{200} qui est la masse contenue dans une sphère de rayon r_{200} où la densité moyenne est $\bar{\rho} = 200 \rho_c$. En accord avec le modèle d'effondrement sphérique (LACEY & COLE 1993) et les résultats de simulations numériques (COLE & LACEY 1996), r_{200} est une estimation du *rayon viriel*. Ce dernier sépare la région virialisée d'un halo d'une zone d'accrétion à plus grande distance.

Le calcul de $M_{200} = M(r_{200})$ (Éq. (5.68)) donne une relation entre le contraste de densité δ_c et le *paramètre de concentration* c :

$$M_{200} = \frac{800}{3} \pi r_{200}^3 \rho_c \quad (5.69)$$

$$c = \frac{r_{200}}{r_s} \quad (5.70)$$

$$\delta_c = \frac{200}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - \frac{c}{1+c}} \quad (5.71)$$

Le profil NFW (Éq. (5.67)) définit ainsi une famille de densités de masse caractérisées par deux paramètres: M_{200} (ou bien r_s ou r_{200}) et δ_c (ou c). Pour les amas de galaxies riches, on a $M_{200} \sim 10^{15} M_\odot$ et $c \sim 5$. Les simulations montrent toutefois qu'il existe une certaine corrélation entre M_{200} et le paramètre de concentration c (NAVARRO et al. 1996). Le profil NFW est alors décrit par un seul paramètre.

Il semble qu'il y ait un consensus sur l'existence d'un profil de masse universel et sur sa forme à grande distance du centre du halo (FUKUSHIGE & MAKINO 1997; HUSS et al. 1999). Toutefois, des simulations récentes de meilleures résolutions conduisent à une pente – logarithmique – centrale plus raide que celle du profil NFW. Considérons ainsi la densité de masse plus générale (ZHAO 1996)

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_c}{\left(\frac{r}{r_s}\right)^\alpha \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^{3-\alpha}}, \quad (5.72)$$

de pente centrale $-\alpha$. Les résultats de MOORE et al. (1999) favorisent ainsi $\alpha = 1,5$.

On peut également noter que les simulations de JING & SUTO (2000) conduisent à une pente au centre plus raide que celle du profil NFW pour les amas de galaxies. Il n'y aurait pas en outre selon eux de profil universel puisque la pente α varierait avec l'échelle (suivant que le halo de matière noire représente une galaxie, un groupe ou bien un amas).

5.4.2 Résultats observationnels

Une singularité centrale dans les profils de masse des halos de matière noire semble contradictoire avec des observations qui indiqueraient une densité centrale quasiment constante, que ce soit à l'échelle des galaxies (SALUCCI & BURKERT 2000; DE BLOK

et al. 2001) ou à celle des amas (TYSON et al. 1998). On a alors suggéré que les propriétés de la matière noire pouvaient dévier du modèle *CDM* (PEEBLES 2000; SPERGEL & STEINHARDT 2000).

Par ailleurs, les tentatives pour contraindre la pente centrale de la densité des galaxies massives à partir d'observations à haute résolution des profils de luminosité semblent confirmer une singularité centrale avec $\alpha = 1$ (FABER et al. 1997).

À plus grande échelle, l'effet de lentille gravitationnelle est un outil idéal pour contraindre la quantité et la distribution de matière noire dans les amas de galaxies. Les grands arcs peuvent ainsi donner des limites supérieures sur un rayon de cœur à l'intérieur duquel la densité est quasiment constante (GROSSMAN & NARAYAN 1989). En étudiant le rayon de courbure de l'arc géant dans A 963, MIRALDA-ESCUDE (1993) trouve un profil moins raide que le modèle SIS (pour lequel $\alpha = 2$). Par ailleurs, en se fondant sur la largeur des arcs observés, HAMMER (1991) pense que la pente logarithmique centrale serait plus raide que celle du profil SIS. En ce qui concerne les arcs radiaux observés, MIRALDA-ESCUDE (1995) a étudié en détail les contraintes qu'ils imposent sur la forme du profil de densité. Les modèles dont la densité de masse centrale croît de telle sorte que $\alpha = 1$ sont quasiment exclus, pour favoriser les profils à cœurs plats. Dans le même ordre d'idée, BARTELMANN (1996) s'est demandé si le modèle NFW pouvait rendre compte des arcs radiaux observés dans les amas, bien qu'il semble que ce type d'image nécessite un profil plat et non singulier. Il a montré que le profil de masse universel produit nécessairement une ligne critique radiale et que sa paramétrisation pouvait se déduire de la distance des arcs au centre de l'amas et de leurs décalages spectraux. Plus récemment, la contrainte de la densité de masse de A 383, un amas de galaxies massif à $z = 0,19$, à partir de ses effets de lentille gravitationnelle a conduit à une pente logarithmique centrale $\alpha = 1,3$ (SMITH et al. 2001). Enfin, l'analyse des faibles distortions dans 6 amas massifs à $z \simeq 0,3$ a donné en moyenne $\alpha \sim 0,9 - 1,6$ dans un modèle *SCDM* et $\alpha \sim 1,3 - 1,6$ dans le cadre cosmologique Λ CDM (DAHLE et al. 2002).

Toutefois, une interprétation robuste de ces résultats est compliquée par divers facteurs, notamment :

- l'absence de baryons dans les simulations numériques ; cette composante additionnelle pourrait en effet masquer la distribution de matière noire au centre des amas ;
- les erreurs systématiques dans les modèles de lentille provenant de la paramétrisation de la distribution de masse ;
- et la nécessité d'utiliser des profils elliptiques afin d'ajuster convenablement les systèmes d'images multiples observés.

L'idée d'une densité centrale constante à l'échelle des amas provient principalement de la modélisation du système de cinq images multiples produit par Cl 0024+1654 (TYSON et al. 1998). BROADHURST et al. (2000) trouvent cependant que le profil NFW permet un ajustement acceptable pour cette configuration de lentille gravitationnelle, bien que selon SHAPIRO & ILIEV (2000) la dispersion de vitesses qui en

découlerait serait bien trop grande comparée à la valeur observée : $\sigma = 1\,150\text{ km s}^{-1}$ (DRESSLER et al. 1999). En fait, CZOSKE et al. (2002) ont montré qu'il existait un second groupe de galaxies sur la ligne de visée de l'amas. Le système Cl0024+1654 pourrait ainsi représenter une collision récente à grande vitesse de deux amas qui aurait chauffé les cœurs froids singuliers résultant du modèle *CDM*, produisant ainsi, comme on l'observe, une densité centrale quasiment constante et une diffusion des galaxies jusqu'à des distances importantes du centre.

Cet amas n'irait donc pas à l'encontre du modèle de matière noire froide. Cette controverse souligne le danger de tirer des conclusions générales sur les profils de masse des halos et la physique de la matière noire à partir d'un seul objet. L'étude des densités de masse centrales est toutefois d'une grande importance, et l'effet de lentille gravitationnelle donne une mesure sérieuse de la distribution de masse.

5.4.3 Effets de lentille gravitationnelle

Cette section va rappeler ou établir les quantités utilisées dans le phénomène de lentille gravitationnelle pour différents profils. On rappelle que toute longueur physique R dans le plan de la lentille est reliée à l'angle observé $\theta = R/D_{\text{OL}}$. Ce plan est muni du repère $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\omega)$ en coordonnées polaires.

Profil SIS

Comme on l'a vu au § 5.2.4, la distribution de masse SIS est solution de l'équation de Boltzmann (5.63). Elle se caractérise par une dispersion des vitesses σ constante et une pente logarithmique centrale égale à -2 . L'angle de déflexion est constant et égal au rayon d'Einstein θ_E

Profil SIS

$$\begin{aligned}\rho(r) &= \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2} \\ \Sigma(R) &= \frac{\sigma^2}{2GR} \\ \phi(R) &= 2\pi\sigma^2 R \\ \alpha &= \frac{4\pi\sigma^2}{c^2} \frac{D_{\text{LS}}}{D_{\text{OS}}} \equiv \theta_E \\ \kappa(\theta) &= \frac{\theta_E}{2\theta} \\ \gamma(\theta) &= \frac{\theta_E}{2\theta}\end{aligned}$$

Dans cette même famille de modèles isothermes, les distributions avec rayon de cœur et/ou elliptiques (profils CIS, CIE, SIE) ont été étudiées par KNEIB (1993) du point de vue de leurs propriétés en optique gravitationnelle.

Profil NFW

Le profil NFW (voir § 5.4.1) se caractérise par une pente logarithmique centrale égale à -1 . Contrairement au cas isotherme, elle change à grande distance pour prendre la valeur -3 , ce sur quoi s'accordent toutes les simulations numériques. Cette distribution possède un rayon d'échelle caractéristique r_s , on utilisera par commodité la grandeur adimensionnée $x = R/r_s = \theta/\theta_s$.

Les expressions de l'angle de déflexion, de la convergence et du cisaillement ont été établies par BARTELMANN et al. (1996) ou WRIGHT & BRAINERD (2000), et celle du potentiel gravitationnel projeté par MENEGHETTI et al. (2002).

Le profil de vitesse circulaire $v(x)$ d'un halo NFW est donné par (COLE & LACEY 1996)

$$v^2(x) \equiv \frac{GM(r)}{r} = 4\pi G \delta_c \rho_c r_s^2 \frac{\ln(1+x) - x/(1+x)}{x}. \quad (5.73)$$

Dans un tel modèle, la dispersion des vitesses $\sigma(x)$, calculée par l'équation de Jeans (5.65), n'est pas constante avec le rayon. On peut en donner une expression analytique, plus complexe que celle donnant la vitesse circulaire, en utilisant la fonction dilogarithme (LOKAS & MAMON 2001).

L'Éq. (5.73), montre que la vitesse circulaire s'annule au centre : $v(0) = 0$. Elle tend également vers 0 à grande distance. Sa valeur maximale v_m est telle que $v_m^2 \equiv v^2(x_m) \simeq 0,216 \times 4\pi G \delta_c \rho_c r_s^2$ pour $x_m \simeq 2,163$. Bien que ce soit non physique, la dispersion des vitesses tend également vers 0 au centre. On peut en effet faire l'approximation

$$\sigma^2(x) \underset{x \rightarrow 0}{\sim} -2\pi G \delta_c \rho_c r_s^2 x \ln x \xrightarrow{x \rightarrow 0} 0. \quad (5.74)$$

D'après l'analyse détaillée de simulations numériques à N corps de TORMEN et al. (1997), la dispersion de vitesse moyenne à l'intérieur d'une sphère de rayon $r_{200}/3$, pour des amas simulés ajustés par un profil NFW, est plus faible que v_m , mais jamais plus d'un facteur 1,5. Ce facteur est également en accord avec le calcul de la dispersion de vitesses selon la ligne de visée (LOKAS & MAMON 2001). Et d'après ce qui précède, $(v_m/1,5)^2 \simeq 1,207 G \delta_c \rho_c r_s^2$. On peut ainsi définir une dispersion des vitesses caractéristique σ_c telle que

$$\sigma_c^2 = G \delta_c \rho_c r_s^2. \quad (5.75)$$

Cette définition permet à σ_c , pour la description d'un halo donné, d'avoir une valeur tout à fait équivalente à celles des dispersions de vitesses d'autres modèles (voir Partie

II, § 2.3.2).

Profil NFW ($x \equiv R/r_s$, $\kappa_s \equiv 2\delta_c \rho_c r_s / \Sigma_{\text{crit}}$)

$$\rho(r) = \frac{\delta_c \rho_c}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2} \quad (5.76)$$

$$S(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \operatorname{arccch} \frac{1}{x}\right) & (x < 1) \\ \frac{1}{3} & (x = 1) \\ \frac{1}{x^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \arccos \frac{1}{x}\right) & (x > 1) \end{cases}$$

$$A(x) = \frac{1}{x} \times \begin{cases} \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \operatorname{arccch} \frac{1}{x} & (x < 1) \\ 1 + \ln \frac{1}{2} & (x = 1) \\ \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \arccos \frac{1}{x} & (x > 1) \end{cases}$$

$$P(x) = \begin{cases} \ln^2 \frac{x}{2} - \operatorname{arccch}^2 \frac{1}{x} & (x < 1) \\ \ln^2 \frac{x}{2} + \arccos^2 \frac{1}{x} & (x \geq 1) \end{cases}$$

$$\Sigma(x) = \kappa_s \Sigma_{\text{crit}} S(x) \quad (5.77)$$

$$\varphi(x) = \kappa_s \theta_s^2 P(x) \quad (5.78)$$

$$\alpha(x) = 2\kappa_s \theta_s A(x) \quad (5.79)$$

$$\kappa(x) = \kappa_s S(x) \quad (5.80)$$

$$\gamma(x) = \kappa_s \left(\frac{2A(x)}{x} - S(x) \right) \quad (5.81)$$

Profil *PIEMD*

La distribution de masse elliptique pseudo isotherme (« *pseudo-isothermal elliptical mass distribution* », soit *PIEMD* en anglais) a été introduite par KASSIOLA & KOVNER (1993). La densité volumique de masse est du type

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^2}, \quad (5.82)$$

faisant apparaître un rayon de cœur r_c et une densité ρ_0 constante au centre. Ce profil n'est pas strictement isotherme, puisque la solution non singulière de l'équation de Boltzmann (5.63) est donnée par la distribution de masse de KING (1962) (voir Éq. (5.66)). La densité de masse projetée de ce profil *PIEMD* prend la forme

$$\Sigma(R) = \frac{\pi r_c \rho_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{r_c}\right)^2}}. \quad (5.83)$$

L'intérêt de ce type de modèle est qu'on peut en déterminer analytiquement la densité de masse projetée Σ , le potentiel des lentilles φ , l'angle de déflexion α , la convergence κ et le cisaillement γ , non seulement dans le cas circulaire mais également pour la situation elliptique (KASSIOLA & KOVNER 1993) en utilisant le formalisme de BOURASSA & KANTOWSKI (1975). On crée un modèle elliptique en remplaçant, dans l'expression précédente de $\Sigma(R)$, la coordonnée radiale R par R_ϵ tel que

$$R_\epsilon^2 = \left(\frac{x_1}{1+\epsilon}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{1-\epsilon}\right)^2. \quad (5.84)$$

ϵ est alors l'ellipticité de Σ ; si a et b sont les demis grand et petit axes des contours de la distribution projetée de masse, on a

$$\epsilon = \frac{a-b}{a+b}. \quad (5.85)$$

En supposant une distribution des vitesses $\sigma(r)$ isotrope, on peut en donner une expression après avoir calculé le champ gravitationnel \mathcal{G} (par les Éqs (5.9) et (5.82)) et résolu l'équation de Jeans (5.65) :

$$\sigma^2(x) = 4\pi G \rho_0 a^2 (1+x^2) \left(\frac{\pi^2}{8} - \frac{1}{2} \arctan^2 x - \frac{1}{x} \arctan x \right), \quad (5.86)$$

où on a posé $x \equiv r/r_c$. Cette dispersion des vitesses décroît vers le centre, elle prend des valeurs non nulles à l'origine σ_0 et à grande distance σ_∞ . Les calculs de développements limités donnent

$$\sigma_0^2 = 4\pi \left(\frac{\pi^2}{8} - 1 \right) G \rho_0 r_c^2 \quad (5.87)$$

$$\sigma_\infty^2 = 2\pi G \rho_0 r_c^2 \quad (5.88)$$

On trouve ainsi $\sigma_0 \simeq \sigma_\infty/1,46$. Il est donc difficile de faire des comparaisons de dispersions de vitesses avec d'autres modèles (KNEIB et al. 1995).

Un intérêt du profil *PIEMD* est qu'on peut construire d'autres distributions par combinaison linéaire, avec toujours la possibilité d'étendre alors les quantités utilisées

en optique gravitationnelle au cas elliptique. On peut ainsi définir une distribution de masse caractérisée par un rayon de cœur r_c et un rayon de coupure r_t :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right) \left(1 + \frac{r^2}{r_t^2}\right)}. \quad (5.89)$$

La densité est quasiment plate et prend la valeur ρ_0 à l'intérieur du rayon de cœur r_c . Elle varie en $\rho(r) \propto r^{-2}$ pour $r_c \lesssim r \lesssim r_t$, comme pour le profil isotherme SIS (Eq. (5.47)). Enfin dans les régions extérieures du halo, après le rayon de coupure r_t , la densité décroît en $\rho(r) \propto r^{-4}$, ce qui est généralement le cas pour les galaxies elliptiques (HJORTH & MADSEN 1991). Pour un tel modèle, la masse totale ne diverge pas et s'exprime comme

$$M_{\text{tot}} = 2\pi^2 \rho_0 \frac{r_c^2 r_t^2}{r_c + r_t} = 2\pi \Sigma_0 r_c r_t, \quad (5.90)$$

où $\Sigma_0 = \Sigma(0) = \pi \rho_0 \frac{r_c r_t}{r_c + r_t}$ est la densité surfacique de masse centrale.

Ce profil a été utilisé avec succès pour la modélisation tant des amas que des galaxies (KNEIB et al. 1995; NATARAJAN & KNEIB 1997; KNEIB et al. 1998; NATARAJAN et al. 2002b; HJORTH & KNEIB 2002). Dans le cas des galaxies $r_t \gg r_c$; pour un rayon de cœur nul, on retrouve la densité surfacique proposée par BRAINERD et al. (1996) pour l'étude de l'effet de lentille galaxie-galaxie. Les paramètres du modèle caractérisant une galaxie suivent une loi d'échelle suivant leur luminosité (NATARAJAN & KNEIB 1997). En supposant un rapport M/L constant pour toutes les galaxies, on a

$$\sigma_0 = \sigma_{0*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^{1/4} \quad (5.91)$$

$$r_c = r_{c*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^{1/2} \quad (5.92)$$

$$r_t = r_{t*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^{1/2} \quad (5.93)$$

On a alors un rapport masse sur luminosité

$$\frac{M}{L} = \frac{9}{2G} \frac{\sigma_{0*}^2 r_{t*}}{L_*}. \quad (5.94)$$

Profil *PIEMD*

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right) \left(1 + \frac{r^2}{r_t^2}\right)} \quad (5.95)$$

$$\Sigma(R) = \pi \rho_0 \frac{r_c^2 r_t^2}{r_t^2 - r_c^2} \left(\frac{1}{\sqrt{R^2 + r_c^2}} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + r_t^2}} \right) \quad (5.96)$$

$$\begin{aligned} \phi(R) = & 2\pi\sigma^2 \frac{1}{1 - \left(\frac{r_c}{r_t}\right)^2} \left\{ \sqrt{R^2 + r_t^2} - \sqrt{R^2 + r_c^2} + \right. \\ & \left. r_c \ln \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{R}{r_c}\right)^2} \right) - r_t \ln \left(1 + \sqrt{1 + \left(\frac{R}{r_t}\right)^2} \right) \right\} \end{aligned} \quad (5.97)$$

$$\sigma^2 = 2\pi G \rho_0 r_c^2 \quad (5.98)$$

$$\begin{aligned} \alpha(R) = & \frac{4\pi \sigma^2}{c^2} \frac{D_{\text{LS}}}{D_{\text{OS}}} \frac{1}{1 - \left(\frac{r_c}{r_t}\right)^2} \frac{1}{R} \\ & \times (r_t - r_c + \sqrt{R^2 + r_c^2} - \sqrt{R^2 + r_t^2}) \end{aligned} \quad (5.99)$$

$$\kappa(R) = \frac{\Sigma(R)}{\Sigma_{\text{crit}}} \quad (5.100)$$

$$\begin{aligned} \gamma(R) = & \frac{\pi \rho_0}{\Sigma_{\text{crit}}} \frac{r_c^2 r_t^2}{r_t^2 - r_c^2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + r_t^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + r_c^2}} \right. \\ & \left. + \frac{2}{R^2} (r_t - r_c + \sqrt{r^2 + r_c^2} - \sqrt{r^2 + r_t^2}) \right\} \end{aligned} \quad (5.101)$$

Profil de King

Outre les modèles cités ci-dessus, ce travail utilisera également une généralisation du profil de KING (1962) (voir Éq. (5.66)). Cette famille de distributions de masse est caractérisée par un rayon de cœur r_c et un exposant α . À grande distance, $\rho(r) \propto r^{-2-2\alpha}$. $\alpha = 1/2$ dans le cas du potentiel de KING (1962) et $\alpha = 0$ dans le cas du profil SIC. Les quantités utiles en optique gravitationnelle ont été établies par KNEIB

(1993).

Profil de King ($x \equiv R/r_c$)

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + \frac{1-2\alpha}{3} \frac{r^2}{r_c^2}}{\left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)^{2+\alpha}} \quad (5.102)$$

$$\Sigma(x) = \Sigma_0 \frac{1 + \frac{(1-2\alpha)}{2} x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}+\alpha}} \quad (5.103)$$

$$\Sigma_0 = \frac{4}{3} I_{1+\alpha} \rho_0 r_c \quad (5.104)$$

$$\phi(x) = \begin{cases} \pi G \Sigma_0 r_c^2 \ln(1+x^2) & \text{si } \alpha = \frac{1}{2} \\ \frac{2\pi G \Sigma_0 r_c^2}{1-2\alpha} \left[(1+x^2)^{\frac{1}{2}-\alpha} - 1 \right] & \text{si } \alpha > -\frac{1}{2} \text{ et } \alpha \neq 0 \end{cases} \quad (5.105)$$

$$\sigma^2(x) = \sigma_0^2 \frac{1 + \frac{1-2\alpha}{2} x^2}{1 + \frac{1-2\alpha}{3} x^2} \frac{1}{(1+x^2)^\alpha} \quad (5.106)$$

$$\sigma_0^2 = \frac{\pi G \Sigma_0 r_c}{3(1+2\alpha) I_{1+\alpha}} \quad (5.107)$$

$$\alpha(x) = 12(1-2\alpha) \frac{\sigma_0^2}{c^2} \frac{D_{\text{LS}}}{D_{\text{OS}}} \frac{x}{(1+x^2)^{\alpha+\frac{1}{2}}} \quad (5.108)$$

$$\kappa(x) = \frac{\Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} \quad (5.109)$$

$$\gamma(x) = \frac{1}{2} \frac{\Sigma_0}{\Sigma_{\text{crit}}} \frac{(1+2\alpha) x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}+\alpha}} \quad (5.110)$$

L'intégrale I_β apparaissant dans l'expression de Σ_0 est telle que

$$I_\beta = \int_0^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)^\beta}. \quad (5.111)$$

5.5 Modèles de masse pseudo elliptiques

5.5.1 Problématique

L'optique gravitationnelle est un outil tout à fait adapté à la contrainte de la structure radiale de halos comme les galaxies ou les amas (SMITH et al. 2001). Cet effet n'est toutefois sensible qu'à la distribution de masse projetée, et des profils elliptiques sont nécessaires pour rendre compte de la position des images multiples, que la lentille soit une galaxie (KOCHANÉK 1995) ou un amas (MELLIER et al. 1993).

Dans la problématique sur la valeur de la pente logarithmique centrale de la densité de masse dans les amas de galaxies – ou même sur l'existence d'une singularité –, tant du point de vue théorique (§ 5.4.1) qu'observationnel (§ 5.4.2), MUÑOZ et al. (2001) ont introduit une distribution de masse générale telle que

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(\frac{r}{r_c}\right)^\alpha \left(1 + \left(\frac{r}{r_c}\right)^2\right)^{\frac{\beta-\alpha}{2}}}. \quad (5.112)$$

Ce profil se caractérise par une pente centrale $-\alpha$, un rayon de cœur r_c et une pente à grande distance égale à $-\beta$. Il s'agit d'un cas particulier de la famille de modèles de ZHAO (1996). Il peut se rapprocher de la distribution de JAFFE (1983) pour $\beta = 4$ et $\alpha = 2$, de celle de HERNQUIST (1990) pour $\beta = 4$ et $\alpha = 1$ et du profil NFW ($\beta = 3$ et $\alpha = 1$). Le modèle proposé ajuste en outre la distribution SIE si $r \ll r_c$ ($\beta = 4$ et $\alpha = 2$) ainsi que les profils à cœur plat ($\alpha = 0$). La forme (5.112), faisant apparaître le terme $\left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right)^{(\beta-\alpha)/2}$, plutôt que $\left(1 + \frac{r}{r_c}\right)^{\beta-\alpha}$ pour les profils « piqués » standards, donne une forme plus lisse à la distribution de matière radiale et permet des calculs analytiques plus commodes.

Toutefois, attendu qu'il n'existe pas d'expression analytique générale pour les distributions de masse elliptiques singulières, l'angle de déflexion ainsi que l'amplification doivent être calculés numériquement. MUÑOZ et al. (2001) ont appliqué leur modèle aux lentilles APM 08279+5255 et B 1933+503. Dans le premier cas, l'ajustement de l'image centrale conduit à $\alpha \lesssim 0,4$, ce qui privilégie un cœur plat face aux modèles singuliers du type NFW, MOORE et al. (1999) ou SIE. En revanche, un centre bien plus piqué est favorisé dans le second cas : $1,6 \lesssim \alpha \lesssim 2,0$.

Dans le même ordre d'idée, KEETON (2002a) met à disposition un code permettant d'utiliser des profils de masse très variés (KEETON 2001) pour modéliser un système de lentille. Le cas elliptique est là aussi traité numériquement.

Afin d'éviter une coûteuse intégration numérique, BARKANA (1998) propose une alternative. Pour les distributions de masse elliptiques non singulières et variant en loi de puissance, on peut faire une approximation de l'intégrand de telle sorte que le calcul puisse se conduire analytiquement. Pour ces modèles à centre plat, on peut

ainsi calculer l'angle de déviation avec une très bonne précision ($\sim 10^{-5}$).

Cette partie se propose d'introduire analytiquement l'ellipticité dans les modèles de lentille. La méthode sera appliquée au profil NFW, ce qui permettra d'en discuter les limites. Cette étude a fait l'objet d'un article (GOLSE & KNEIB 2002) reproduit en Annexe C.

5.5.2 Modèle circulaire

On suppose que le profil considéré comporte un rayon caractéristique r_c (on pourra toujours poser $r_c = 1$ si le modèle n'a pas d'échelle de longueur). Pour plus de commodité, on peut alors introduire les coordonnées radiales adimensionnées $\mathbf{x} = (x_1, x_2) = \mathbf{R}/r_c = \boldsymbol{\theta}/\theta_c$, où $\theta_c = r_c/D_{OL}$.

On peut introduire la densité surfacique moyenne à l'intérieur du rayon x :

$$\bar{\Sigma}(x) = \frac{M(x)}{\pi (x r_c)^2} = \frac{1}{\pi x^2} \int_0^x 2\pi x \Sigma(x) dx \quad (5.113)$$

Les quantités utiles en optique gravitationnelle prennent alors une expression simple dans le cas circulaire (MIRALDA-ESCUDE 1991) :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\alpha}(x) &= \theta \frac{\bar{\Sigma}(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} \\ \kappa(x) &= \frac{\Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} \\ \gamma(x) &= \frac{\bar{\Sigma}(x) - \Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} \end{cases} \quad (5.114)$$

En notant $(\partial_{x_1}\alpha, \partial_{x_2}\alpha) = \nabla_{\mathbf{x}}\alpha(x)$, $\phi = \arctan(x_2/x_1)$ et $\partial_{x_i x_j}\varphi(x) = \frac{\partial^2 \varphi(x)}{\partial x_i \partial x_j}$, on peut exprimer différentes relations, valables pour toute distribution de masse circu-

laire, entre l'angle de déflexion, la convergence et le cisaillement :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \kappa(x) &= \frac{1}{2\theta_c} \left(\frac{\alpha(x)}{x} + \frac{\partial_{x_1}\alpha(x)}{\cos\phi} \right) \\ \gamma(x) &= \frac{1}{2\theta_c} \left(\frac{\alpha(x)}{x} - \frac{\partial_{x_1}\alpha(x)}{\cos\phi} \right) \\ \kappa(x) + \gamma(x) &= \frac{\alpha(x)}{\theta_c x} \\ \kappa(x) - \gamma(x) &= \frac{\partial_{x_1}\alpha(x)}{\theta_c \cos\phi} \\ \frac{\partial_{x_1}\alpha(x)}{\cos\phi} &= \frac{\partial_{x_2}\alpha(x)}{\sin\phi} \\ \partial_{x_1 x_2}\varphi(x) &= -\theta_c^2 \sin(2\phi) \gamma(x) \\ \partial_{x_2 x_2}\varphi(x) - \partial_{x_1 x_1}\varphi(x) &= \theta_c^2 \cos(2\phi) \gamma(x) \end{array} \right. \quad (5.115)$$

5.5.3 Modèle elliptique d'angle de déflexion

On introduit l'ellipticité ϵ dans le potentiel des lentilles circulaire $\varphi(x)$. On y substitue simplement x par x_ϵ , en utilisant le système de coordonnées

$$\left\{ \begin{array}{ll} x_{1\epsilon} &= \sqrt{a_{1\epsilon}} x_1 \\ x_{2\epsilon} &= \sqrt{a_{2\epsilon}} x_2 \\ x_\epsilon &= \sqrt{x_{1\epsilon}^2 + x_{2\epsilon}^2} = \sqrt{a_{1\epsilon} x_1^2 + a_{2\epsilon} x_2^2} \\ \phi_\epsilon &= \arctan(x_{2\epsilon}/x_{1\epsilon}) \end{array} \right. \quad (5.116)$$

où $a_{1\epsilon}$ et $a_{2\epsilon}$ sont deux paramètres définissant l'ellipticité.

En outre, pour ce potentiel des lentilles elliptique $\varphi_\epsilon(x) \equiv \varphi(x_\epsilon)$, on peut calculer l'angle de déflexion correspondant :

$$\boldsymbol{\alpha}_\epsilon(\mathbf{x}) = \left(\begin{array}{l} \frac{\partial\varphi_\epsilon}{\partial x_1} = \alpha(x_\epsilon) \sqrt{a_{1\epsilon}} \cos\phi_\epsilon \\ \frac{\partial\varphi_\epsilon}{\partial x_2} = \alpha(x_\epsilon) \sqrt{a_{2\epsilon}} \sin\phi_\epsilon \end{array} \right) \quad (5.117)$$

Ces expressions sont valables pour toute définition de $a_{1\epsilon}$ et $a_{2\epsilon}$. Par exemple, MENEGHETTI et al. (2002) utilisent la définition suivante pour leur modèle NFW pseudo elliptique :

$$\begin{aligned} a_{1\epsilon} &= 1 - \epsilon \\ a_{2\epsilon} &= 1/(1 - \epsilon) \end{aligned} \quad (5.118)$$

(pour un grand axe suivant l'axe x_1). Ce choix a l'avantage de respecter la définition standard de l'ellipticité : $\epsilon = 1 - b/a$ où a et b sont respectivement le demi grand axe et le demi petit axe des contours elliptiques du potentiel des lentilles.

Ces paramètres ne conduisent toutefois pas à des expressions simples pour les fonctions utiles en optique gravitationnelle (p. ex. κ et γ). Mais il est possible de déduire des expressions analytiques de κ et γ en considérant un choix *particulier* de coefficients $a_{1\epsilon}$ et $a_{2\epsilon}$.

La méthode proposée ici peut dès lors être considérée de deux façons :

- soit le potentiel des lentilles circulaire φ et la densité de masse projetée Σ ont tous deux des expressions analytiques. On peut alors introduire le formalisme (5.116) dans φ et en déduire l'angle de déflexion $\alpha_\epsilon(\mathbf{x})$ (Éq. (5.117)) ;
- ou bien il n'y a pas d'expression analytique pour le potentiel circulaire. Dans ce cas, assez fréquent, il faut disposer au moins de formulations analytiques à la fois pour l'angle de déflexion α et pour la densité de masse projetée Σ , afin de pouvoir mettre en œuvre la méthode proposée. Le formalisme elliptique (5.116) est alors introduit dans l'expression de α comme l'indique l'Éq. (5.117). La façon dont est ainsi défini l'angle de déflexion assure que $\alpha_\epsilon(\mathbf{x})$ dérive du potentiel des lentilles $\varphi_\epsilon(x) \equiv \varphi(x_\epsilon)$, même si l'on ne dispose pas de fonction analytique pour $\varphi(x)$.

Par la suite, on fera référence à cette méthode comme étant celle du modèle elliptique d'angle de déflexion, que le potentiel des lentilles soit connu analytiquement ou pas.

Afin de déduire simplement la convergence et le cisaillement, on va considérer les paramètres suivants :

$$\begin{aligned} a_{1\epsilon} &= 1 - \epsilon \\ a_{2\epsilon} &= 1 + \epsilon \end{aligned} \tag{5.119}$$

Pour des ellipticités faibles, on retrouve celle définie par MENEGHETTI et al. (2002) via les paramètres des Éqs (5.118). Si on note ϵ_φ l'ellipticité des contours du potentiel des lentilles (entendue comme $1 - b/a$), le formalisme (5.116) introduit dans φ permet d'écrire

$$\epsilon_\varphi = 1 - \sqrt{\frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}}. \tag{5.120}$$

Cette relation est indépendante de la distance au centre et du type de profil. Pour $\epsilon \ll 1$, $\epsilon_\varphi \simeq \epsilon$; l'ellipticité du potentiel des lentilles s'identifie à celle introduite dans l'angle de déflexion.

Ainsi, pour ce choix particulier de ϵ , on peut déduire de façon analytique la convergence $\kappa_\epsilon(\mathbf{x})$ induite par l'expression (5.117) de l'angle de déflexion $\alpha_\epsilon(\mathbf{x})$ dans le cas

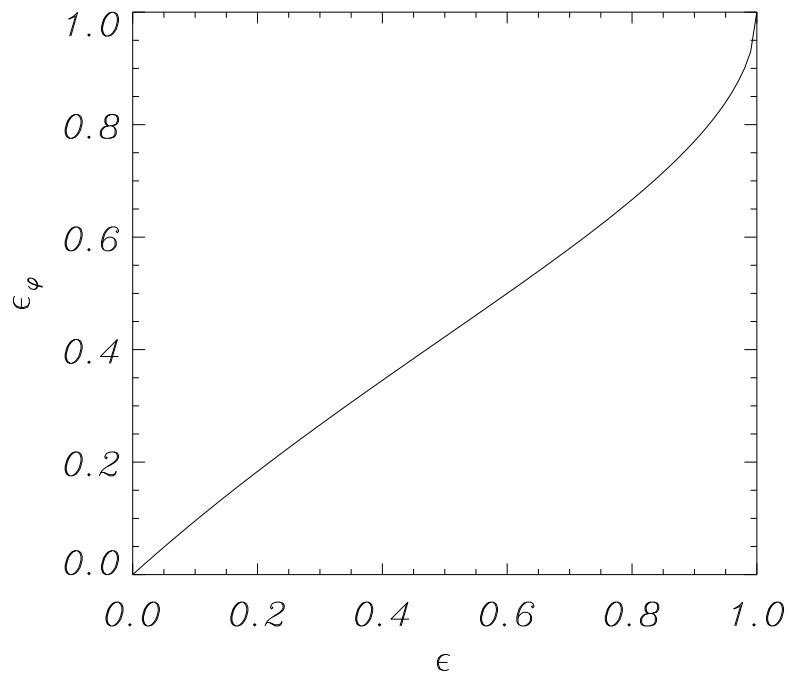


FIG. 5.7 – Ellipticité ϵ_φ du potentiel en fonction de celle introduite dans le modèle elliptique d'angle de déflexion, avec le choix (5.119). On a alors $\epsilon_\varphi = 1 - \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}}$, soit $\epsilon_\varphi \simeq \epsilon$ pour $\epsilon \ll 1$. On peut confondre dans ce cas la variable ϵ introduite avec l'ellipticité du potentiel.

elliptique.

$$\begin{aligned}
 \kappa_\epsilon(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2\theta_c^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_2^2} \right) \\
 &= \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \frac{\epsilon}{2\theta_c^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} - \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} \right) \\
 &= \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \gamma(\mathbf{x}_\epsilon),
 \end{aligned} \tag{5.121}$$

en utilisant la définition (5.25) les Éqs (5.115).

De façon similaire, on peut déduire une expression analytique du cisaillement $\gamma_\epsilon(\mathbf{x})$ dans le cas elliptique. À partir des définitions (Éqs (5.27) et (5.28)) et des

expressions (5.115), on mène le calcul suivant :

$$\begin{aligned}
\gamma_\epsilon^2(\mathbf{x}) &= \frac{1}{4\theta_s^4} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_2^2} \right)^2 + \left(2 \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 \right\} \\
&= \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon) \\
&+ \frac{\epsilon}{2\theta_s^4} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} - \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} \right) \\
&+ \frac{\epsilon^2}{4\theta_s^4} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon} \partial x_{2\epsilon}} \right)^2 \right\} \\
&= \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon) + 2\epsilon \cos 2\phi_\epsilon \gamma(\mathbf{x}_\epsilon) \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon^2 [\kappa^2(\mathbf{x}_\epsilon) - \cos^2 2\phi_\epsilon \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon)] \quad (5.122)
\end{aligned}$$

Finalement, la densité de masse projetée elliptique $\Sigma_\epsilon(\mathbf{x})$ se détermine simplement grâce à la définition (5.25), à l'Éq. (5.121) et aux expressions (5.114) :

$$\Sigma_\epsilon(\mathbf{x}) = \Sigma(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \Sigma_{\text{crit}} \gamma(\mathbf{x}_\epsilon) \quad (5.123)$$

$$= \Sigma(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon (\bar{\Sigma}(\mathbf{x}_\epsilon) - \Sigma(\mathbf{x}_\epsilon)) \quad (5.124)$$

Modèle elliptique d'angle de déflexion

$$\begin{cases} x_{1\epsilon} = \sqrt{1-\epsilon} x_1 \\ x_{2\epsilon} = x_2 / \sqrt{1-\epsilon} \\ x_\epsilon = \sqrt{x_{1\epsilon}^2 + x_{2\epsilon}^2} \\ \phi_\epsilon = \arctan(x_{2\epsilon}/x_{1\epsilon}) = \arctan(x_2/x_1) \end{cases}$$

$$\boldsymbol{\alpha}_\epsilon(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_\epsilon}{\partial x_1} = \alpha(x_\epsilon) \sqrt{1-\epsilon} \cos \phi_\epsilon \\ \frac{\partial \varphi_\epsilon}{\partial x_2} = \alpha(x_\epsilon) \frac{1}{\sqrt{1-\epsilon}} \sin \phi_\epsilon \end{pmatrix}$$

$$\epsilon_\varphi = 1 - \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}}$$

$$\kappa_\epsilon(\mathbf{x}) = \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \gamma(\mathbf{x}_\epsilon)$$

$$\gamma_\epsilon^2(\mathbf{x}) = \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon) + 2\epsilon \cos 2\phi_\epsilon \gamma(\mathbf{x}_\epsilon) \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon^2 [\kappa^2(\mathbf{x}_\epsilon) - \cos^2 2\phi_\epsilon \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon)]$$

$$\Sigma_\epsilon(\mathbf{x}) = \Sigma(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \Sigma_{\text{crit}} \gamma(\mathbf{x}_\epsilon)$$

5.5.4 Application au profil NFW

Systèmes d'images multiples

Le modèle elliptique d'angle de déflexion va être appliqué à la distribution de masse NFW (voir § 5.4.3). Dans ce cas les formulations analytiques du potentiel des lentilles φ (Éq. (5.78)), de l'angle de déflexion α (Éq. (5.79)) et de la densité de masse projetée Σ (Éq. (5.77)) sont toutes connues.

Le modèle NFW pseudo elliptique ainsi disponible via le formalisme du § 5.5.3 a été introduit dans le code *LENSTOOL* (KNEIB 1993), qui permet de mettre en œuvre pratiquement le phénomène de lentille gravitationnelle.

La Fig. 5.8 illustre des images gravitationnelles formées à partir du profil NFW pseudo elliptique ainsi créé. La Tab. 5.1 synthétise les différents paramètres utilisés et leur correspondance. Dans le cas circulaire, la caustique associée à la ligne critique tangentielle est réduite à un point, de sorte qu'on ne peut obtenir au maximum que des systèmes de 3 images. Dans les cas elliptiques (on a choisi $\epsilon = 0,1, 0,2$ et $0,3$ à la Fig. 5.8), la ligne caustique tangentielle prend une forme d'astroïde. Cette section efficace non nulle rend possible des configurations à 5 images, ce qui permet d'ajuster au mieux de telles observations avec un profil NFW.

Densité de masse pseudo elliptique

La distribution de masse surfacique de profil NFW pseudo-elliptique considérée ici permet en outre d'exprimer de façon analytique une densité volumique de masse correspondante. On note pour cela $\mathbf{u} = (x_1, x_2, x_3) = \mathbf{r}/r_c$ un vecteur tridimensionnel, de sorte que $u = \sqrt{x^2 + x_3^2}$, x_3 désignant l'axe de la ligne de visée et \mathbf{x} un vecteur adimensionné du plan orthogonal.

Considérons l'expression intégrale de la densité de masse surfacique elliptique (5.124) dérivée grâce aux Éqs (5.6) et (5.113). En définissant alors $\rho_\epsilon(\mathbf{x}, x_3)$ par

$$\Sigma_\epsilon(\mathbf{x}) = r_c \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_\epsilon(\mathbf{x}, x_3) dx_3, \quad (5.125)$$

σ_c (km s^{-1})	r_c (kpc)	θ_c (")	δ_c —	c —	r_{200} (kpc)	M_{200} ($10^{14} M_\odot$)	z_L —	z_{S1} —	H_0 ($\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$)	Ω_{M0} —	Ω_Λ —
1 100	250	56,1	16 200	6,55	1 640	10,2	0,3	1,0	70	0,3	0,7

TAB. 5.1 – Paramètres utilisés pour la simulation de l'amas de galaxies de la Fig. 5.8. On a pris $\sigma_c = 1\,100 \text{ km s}^{-1}$ et $r_c = 250 \text{ kpc}$. Les paramètres δ_c , c , r_{200} et M_{200} s'en déduisent (voir les Éqs (5.69), (5.70), (5.71) et (5.75)). L'amas est à un décalage de 0,3 et la source formant les images à $z_{S1} = 1$. La cosmologie choisie donne la valeur angulaire θ_c du rayon de cœur.

l'intégrand de l'équation obtenue donne :

$$\rho_\epsilon(\mathbf{x}, x_3) = \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \left(\frac{2}{x_\epsilon^2} \int_0^{x_\epsilon} x \rho(\mathbf{x}, x_3) dx - \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) \right) \quad (5.126)$$

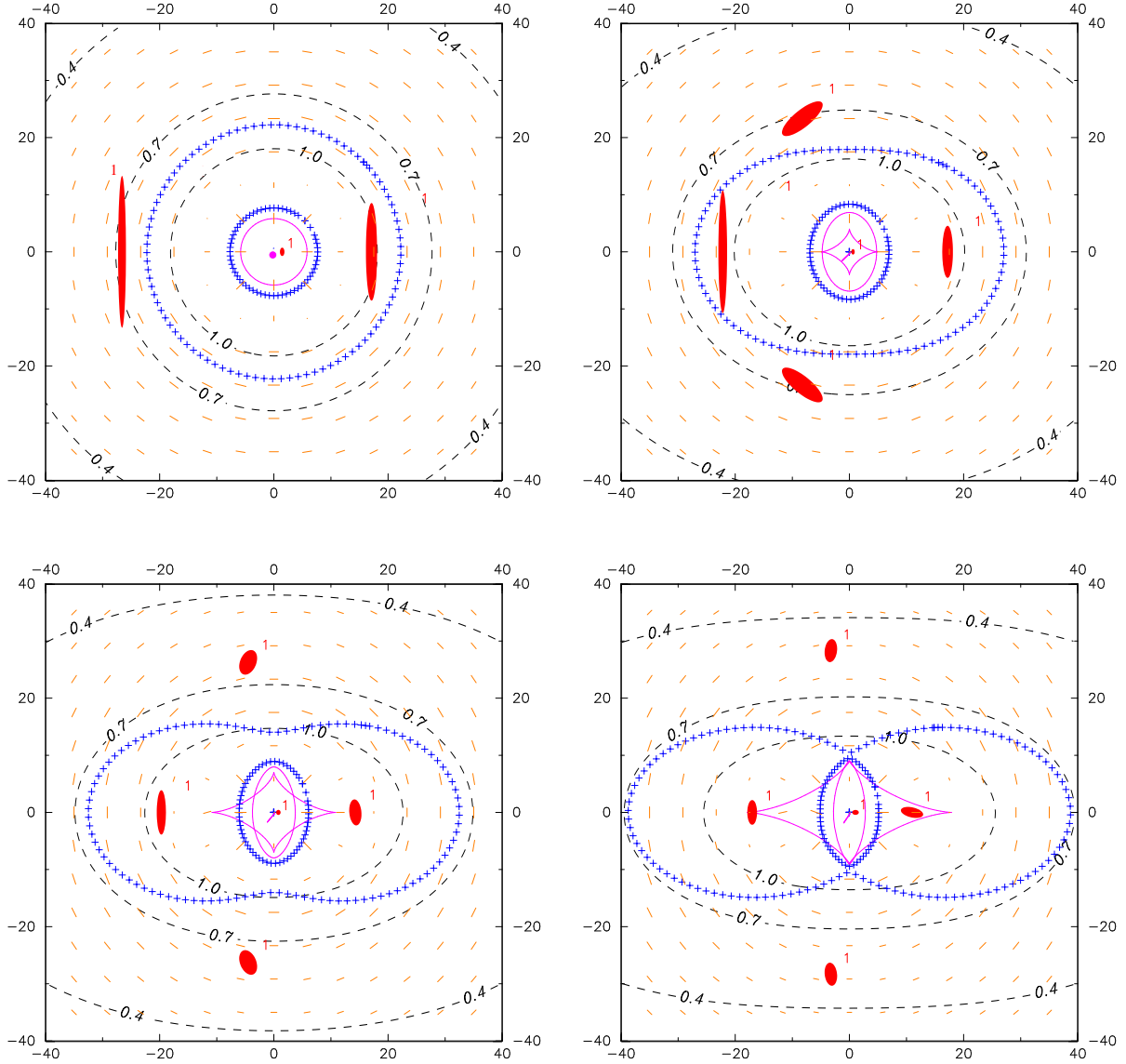


FIG. 5.8 — Systèmes d'images multiples ($z_{S1} = 1$) générés par un amas à $z_L = 0,3$ de profil NFW pseudo elliptique. Les caractéristiques de l'amas sont rapportées dans la Tab. 5.1. On a représenté les lignes critiques (++++), la distribution spatiale de l'amplitude et de l'orientation du cisaillement (tirets) ainsi que les iso-contours (-----) de la densité surfacique de masse réduite $\frac{\Sigma_\epsilon(\theta_1, \theta_2)}{2\delta_c \rho_\epsilon r_c}$. De gauche à droite et de bas en haut : $\epsilon = 0$ (cas circulaire), 0,1, 0,2 et 0,3. Les axes sont gradués en secondes d'arc.

Dans le cas du profil NFW, le calcul peut se conduire analytiquement, et on aboutit à

$$\rho_\epsilon(\mathbf{x}, x_3) = \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon (\bar{\rho}(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) - \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3)), \quad (5.127)$$

où on a défini

$$\bar{\rho}(\sqrt{u^2 - x_3^2}, x_3) = \frac{2 \delta_c \rho_c}{(1+u)(1+x_3)(u+x_3)}. \quad (5.128)$$

Limites physiques

Il reste à connaître la limite de validité de ce modèle, c'est-à-dire sur quelle gamme en ϵ le profil NFW ainsi construit est une description pertinente d'une distribution de masse elliptique sous-jacente. Deux méthodes vont être utilisées pour quantifier la déviation du modèle par rapport à une distribution surfacique de masse purement elliptique.

La Fig. 5.8 donne les iso-contours de la densité projetée de masse elliptique Σ_ϵ (Éq. (5.124)) dans le cas du profil NFW, pour $\epsilon = 0, 0,1, 0,2$ et $0,3$. Dans les modèles les plus elliptiques, les contours prennent une forme de moins en moins rigoureusement elliptique, particulièrement à plus grande distance du centre. On remarque toutefois, principalement pour $\epsilon = 0,3$, que la forme en « cacahuète » de la ligne critique tangentielle ne se traduit pas par une déformation aussi importante de la distribution de masse projetée.

Afin d'étudier ce comportement, il faut calculer l'ellipticité ϵ_Σ de la densité surfacique de masse Σ_ϵ , et déterminer sa relation avec l'ellipticité ϵ du modèle (équivalente à celle du potentiel d'après l'Éq. (5.120)).

Les iso-contours d'une distribution de masse projetée purement elliptique auraient une équation polaire du type

$$R \propto \frac{1}{\sqrt{(1 - \epsilon_\Sigma) \cos^2 \phi + \frac{\sin^2 \phi}{1 - \epsilon_\Sigma}}}. \quad (5.129)$$

On propose ici un ajustement de fonctions pseudo elliptiques qui est simplement une déviation par rapport à un modèle purement elliptique. La fonction présentée est légèrement différente de celle proposée par JEDRZEJEWSKI (1987) et appliquée par SHAW (1993) ou QUILLEN et al. (1997). On écrit ainsi l'équation polaire

$$R \propto \frac{1}{\sqrt{(1 - \epsilon_\Sigma) \cos^2 \phi + \frac{\sin^2 \phi}{1 - \epsilon_\Sigma} + \epsilon_{\Sigma 2} \cos(4\phi_{\epsilon_\Sigma})}}, \quad (5.130)$$

où l'angle ϕ_{ϵ_Σ} est défini par

$$\phi_{\epsilon_\Sigma} = \arctan \left(\frac{\tan \phi}{1 - \epsilon_\Sigma} \right). \quad (5.131)$$

Si l'on suppose que le contour ajusté est grossièrement une ellipse d'ellipticité ϵ_Σ , la direction angulaire de sa diagonale est telle que $\tan \phi_{ab} = b/a \simeq 1 - \epsilon_\Sigma$ (voir Fig. 5.9). Dans cette dernière expression, a et b sont tels que $\Sigma_\epsilon(a,0) = \Sigma_\epsilon(0,b)$, c'est-à-dire les pseudo grand axe et petit axe. En prenant une coordonnée radiale du type (5.130), on peut quantifier de degré de non-ellipticité du modèle. En effet, pour $\epsilon_{\Sigma 2} > 0$ et en comparaison d'une ellipse, R est plus faible le long des axes et plus élevé le long des diagonales, la distribution a donc dans ce cas davantage la forme d'un rectangle ou d'une cacahuète. Ce type d'ajustement peut être appliqué de manière générale pour rendre compte quantitativement de la déviation d'une fonction par rapport à une ellipse à travers le paramètre $\epsilon_{\Sigma 2}$.

Pour une ellipticité donnée ϵ introduite dans l'angle de déflexion et une distance $R = \sqrt{a^2 + b^2}$, les paramètres ϵ_Σ et $\epsilon_{\Sigma 2}$ (Éq. (5.130)) sont ajustés pour le contour correspondant de densité surfacique. Un indicateur de la vraisemblance de l'ajustement permettra de vérifier si cette modélisation est efficace.

Le rapport b/a donne une première relation. Une autre est fournie par c/a où c est tel que $\Sigma_\epsilon(c, c \tan \phi_{ab}) = \Sigma_\epsilon(a,0) = \Sigma_\epsilon(0,b)$ (voir Fig. 5.9). On ajuste ainsi les coefficients du modèle le long de la diagonale de ce qui, au premier ordre, constitue une ellipse. L'Éq. (5.130) caractérise en effet une déviation par rapport à une ellipse dans cette direction ϕ_{ab} . En fait, deux relations ne suffisent pas pour donner analytiquement ϵ_Σ et $\epsilon_{\Sigma 2}$, principalement parce que l'angle ϕ_{ϵ_Σ} dépend de ϵ_Σ (Éq. (5.131)). On suppose donc en pratique que $1 - \epsilon_\Sigma \simeq b/a$. Cette approximation est correcte puisque

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{1 - \epsilon_\Sigma + \epsilon_{\Sigma 2}}}{\sqrt{\frac{1}{1 - \epsilon_\Sigma} + \epsilon_{\Sigma 2}}} \simeq (1 - \epsilon_\Sigma) \left(1 + \frac{\epsilon_\Sigma \epsilon_{\Sigma 2}}{2} \left(\frac{2 - \epsilon_\Sigma}{1 - \epsilon_\Sigma} \right) \right) \quad (5.132)$$

pour $\epsilon_{\Sigma 2} \ll 1$ et $1 - \epsilon_\Sigma = O(1)$. Il est alors possible d'exprimer ϵ_Σ et $\epsilon_{\Sigma 2}$ analytiquement pour ϵ et R donnés : voir la Figs 5.10.

On constate qu'une valeur donnée de ϵ correspond à une valeur plus élevée de ϵ_Σ . ϵ peut être considéré comme l'ellipticité du potentiel ϵ_φ pour une assez grande plage de valeurs (voir l'Éq. (5.120) et la Fig. 5.7) : l'erreur commise est inférieure à 10 % pour $\epsilon \leq 0,25$. On sait par ailleurs que l'ellipticité de la densité de masse projetée est proportionnelle et plus grande que celle du potentiel dans l'approximation linéaire (KNEIB 1993). Par exemple, un modèle SIE est tel que $\epsilon_\Sigma = 3\epsilon_\varphi$ pour $\epsilon_\varphi \ll 1$.

Pour dégager numériquement une telle relation pour le profil NFW, il faut connaître la latitude acceptable et les valeurs physiques de ϵ . Pour toutes les ellipticités et jusqu'à $R/r_c = 10$ (soit $R = 2,5$ Mpc dans le cas de l'amas de galaxies considéré à la Fig. 5.8), $\epsilon_{\Sigma 2} < 0.1$ (voir la Fig. 5.10). Ce paramètre de déviation reste donc assez

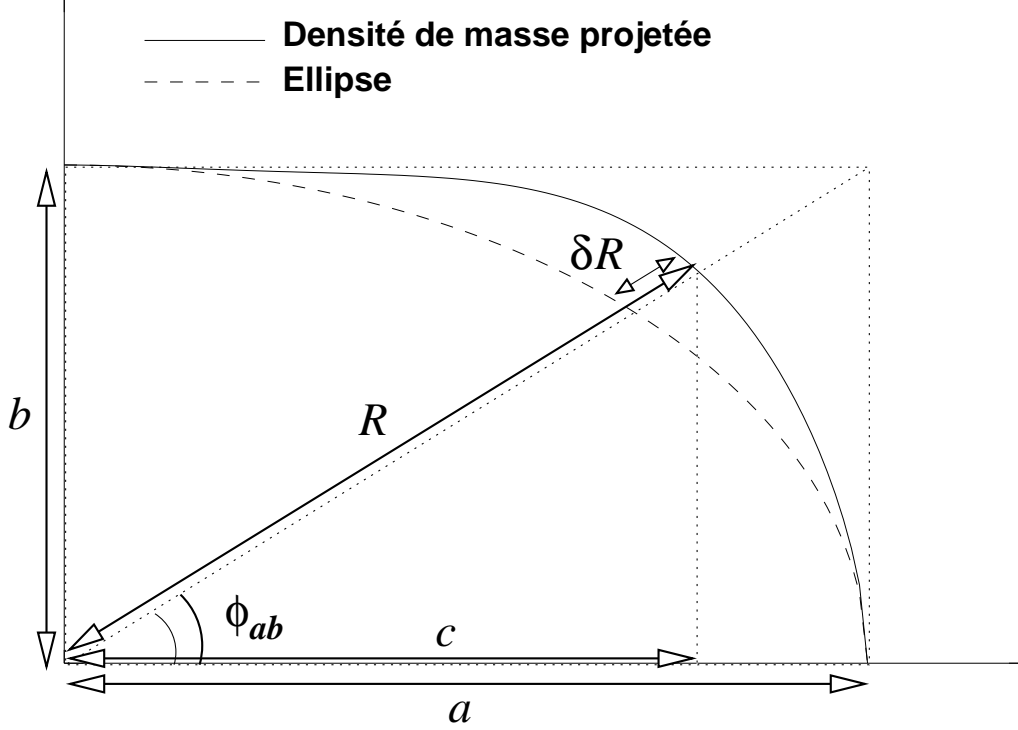


FIG. 5.9 – Contour de la densité de masse projetée pour le profil NFW pseudo elliptique et véritable ellipse. Cette figure schématise différentes quantités introduites afin d'étudier les limites physiques du modèle, soit R , δR , a , b , c et ϕ_{ab} .

faible, et l'approximation elliptique pourra être considérée comme acceptable si la vraisemblance de l'ajustement par la fonction (5.130) est correcte. Afin d'estimer la pertinence de cet ajustement, on trace le contour de Σ_ϵ , l'ellipse correspondante au premier ordre et la fonction d'ajustement (5.130) pour $R/r_c = 10$ et $\epsilon = 0,1, 0,2$ et $0,3$. (Fig. 5.11). L'ajustement est correct pour les faibles ellipticités mais n'est pas adapté dans le cas où $\epsilon = 0,3$. La fonction choisie ne peut pas en particulier reproduire la forme en cacahuète le long du grand axe.

Quantitativement, on définit une vraisemblance d'ajustement de la façon suivante :

$$va = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|r_\Sigma(\phi_i) - r(\phi_i)|}{r(\phi_i)}. \quad (5.133)$$

pour $\phi_i = \frac{\pi}{2} \frac{i}{N}$ (par raison de symétrie). Pour a et ϵ donnés, $r_\Sigma(\phi_i)$ et $r(\phi_i)$ sont respectivement les distances au centre du contour de densité surfacique de masse et de la fonction d'ajustement (5.130) correspondante, dans la direction ϕ_i . La Fig. 5.12 confirme que la vraisemblance de l'ajustement se détériore à partir de $\epsilon \sim 0,25$, la

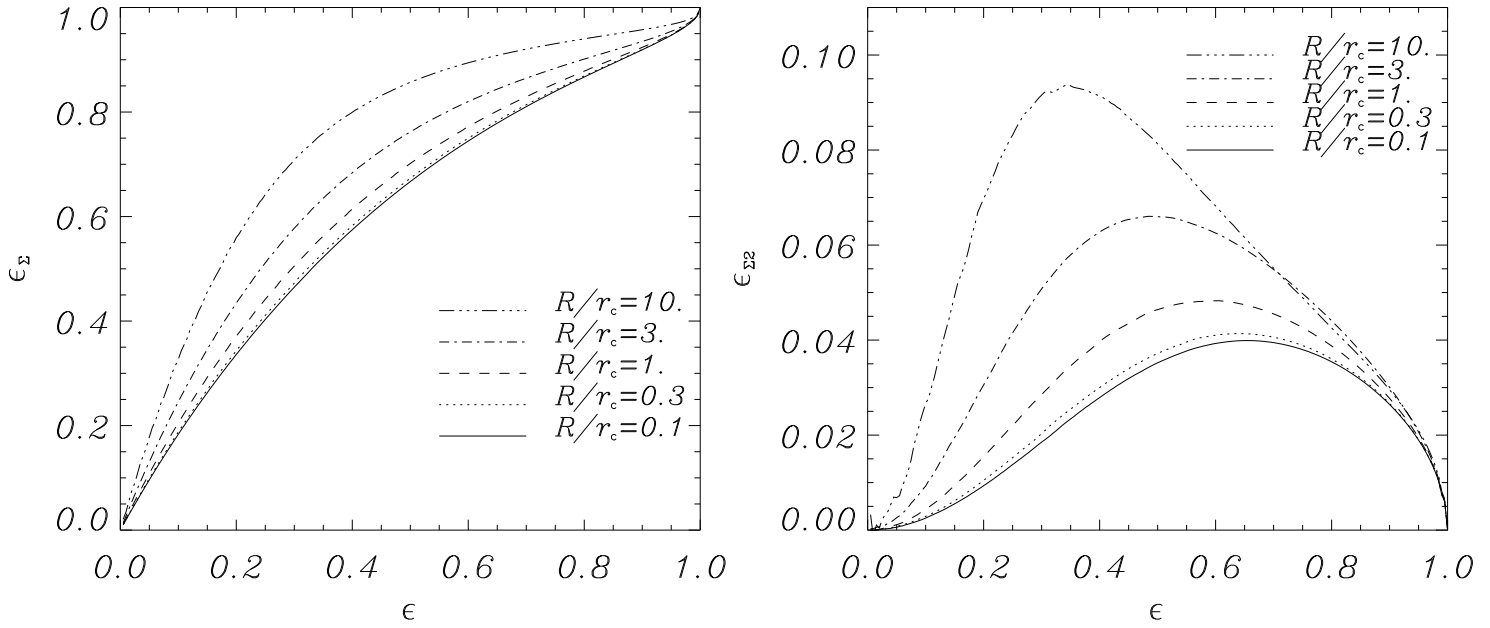


FIG. 5.10 – Paramètres ϵ_Σ (à gauche) et $\epsilon_{\Sigma 2}$ (à droite) – déterminant la fonction d'ajustement (5.130) proposée – en fonction de ϵ (voir les Éqs (5.116), (5.117) et (5.119)) pour divers rapports R/r_c (voir Fig. 5.9). ϵ_Σ caractérise l'ellipticité de la densité surfacique de masse projetée et $\epsilon_{\Sigma 2}$ rend compte de la déviation à l'ellipticité pour l'ajustement (5.130) choisi.

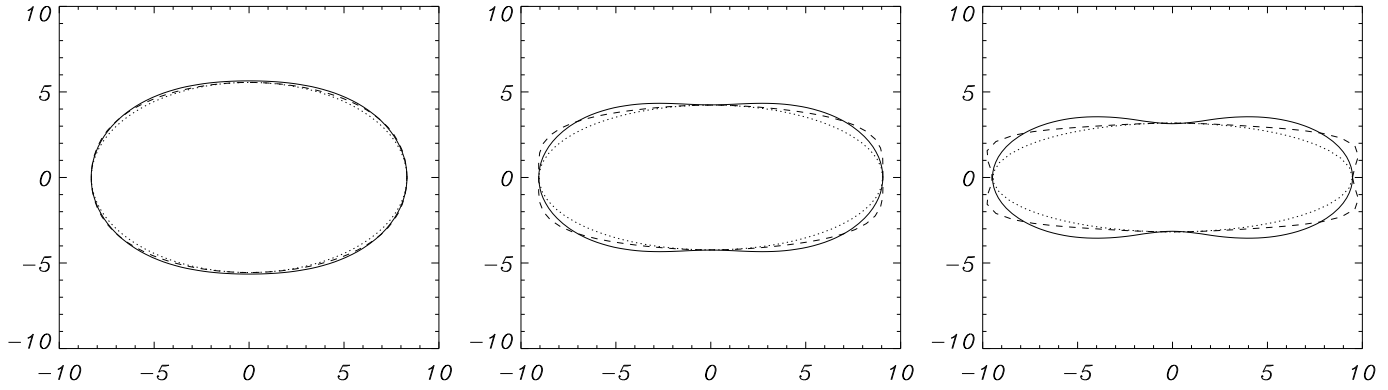


FIG. 5.11 – Contour de la densité surfacique de masse projetée $\Sigma_\epsilon(x_1/r_c, x_2/r_c)$ (—) pour un profil NFW pseudo elliptique à $R/r_c = 10$ (R : semi diagonale de l'ellipse, r_c : paramètre d'échelle du profil NFW), ellipse équivalente au premier ordre (.....) et courbe d'ajustement (- - -) (Éq. (5.130)) avec les paramètres calculés ϵ_Σ et $\epsilon_{\Sigma 2}$. De gauche à droite, $\epsilon = 0, 1, 0, 2$ et $0, 3$.

déviations par rapport à la fonction proposée atteignant alors 10%.

L'Éq. (5.130) peut être très utile pour tester la déviation à l'ellipticité d'une foc-

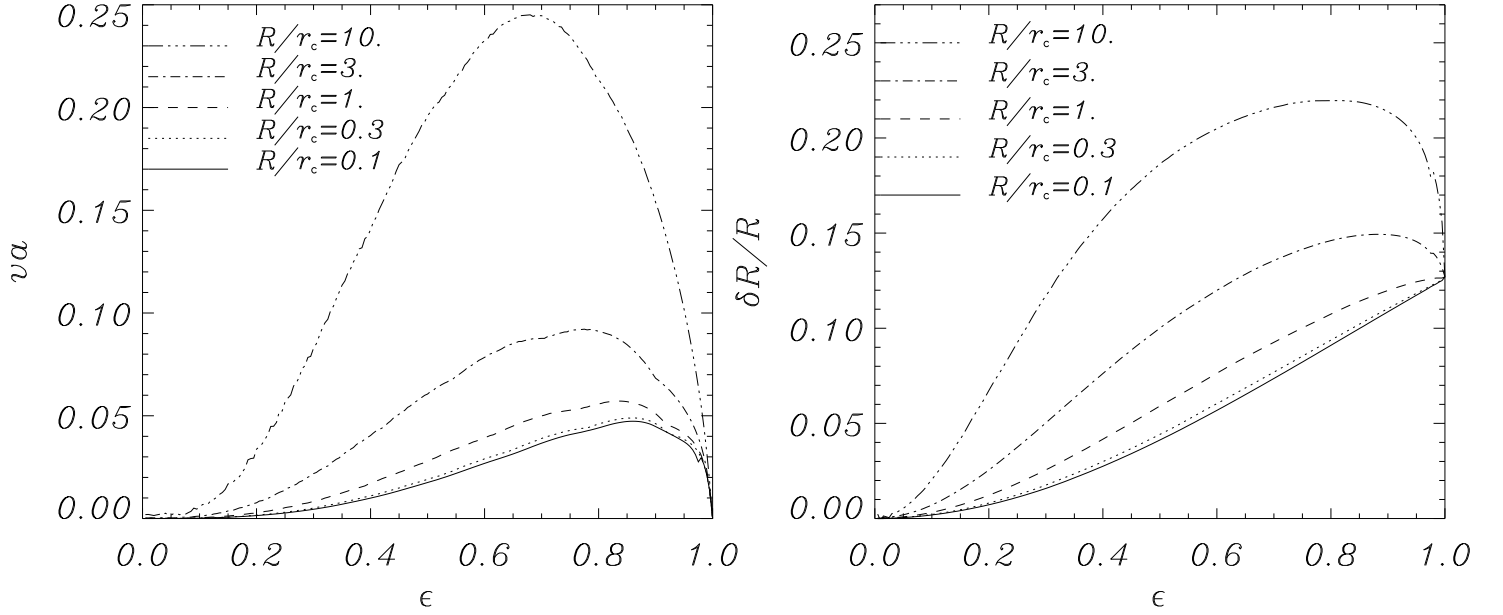


FIG. 5.12 – **À gauche :** vraisemblance de l'ajustement de la densité de masse projetée Σ_ϵ , dans le cas du profil NFW, par une fonction du type (5.130). va est calculée d'après l'Éq. (5.133) avec $N = 20$. **À droite :** $\delta R/R$ (défini à la Fig. 5.9) comme fonction de ϵ . Cette quantité rend compte directement de l'écart des contours de Σ_ϵ par rapport à une courbe purement elliptique. Dans les 2 cas, ϵ est défini par l'Éq. (5.116) avec le choix (5.119). Les courbes sont tracées pour différentes valeurs de R/r_c .

tion donnée, et ce dans des problèmes divers. Dans le cas présent le paramètre $\epsilon_{\Sigma 2}$ rendant compte de l'écart à l'ellipticité est assez faible (Fig. 5.10) mais la vraisemblance de l'ajustement par la fonction choisie n'est acceptable que pour des ellipticités $\epsilon < 0,25$ (Fig. 5.12).

Une alternative à la méthode précédente consiste à quantifier simplement l'écart à l'ellipticité pour ce modèle NFW pseudo elliptique. La Fig. 5.9 schématise le test proposé. δR est la distance entre un iso-contour de Σ_ϵ et une véritable ellipse le long de la diagonale de celle-ci. On porte alors sur la Fig. 5.12 $\delta R/R$ en fonction de ϵ pour différents rapports R/r_c . Quelles que soient l'échelle considérée et la valeur de ϵ , le modèle fait apparaître une quantité δR positive, c'est-à-dire que le modèle de distribution de masse projetée a une forme plus « rectangulaire » par rapport à une ellipse pure. Si l'on souhaite que la distribution de masse projetée soit elliptique avec une erreur relative $\delta R/R$ de moins de 10 %, on trouve que jusqu'à une échelle de $R/r_c = 10$ (soit $R = 2,5$ Mpc pour l'amas de la Fig. 5.8) ϵ peut être d'au plus 0,25 (Fig. 5.12). On peut donc considérer que le modèle NFW pseudo elliptique proposé décrit une distribution de masse sous-jacente elliptique pour $\epsilon \lesssim 0.25$, ce qui se traduit par $\epsilon_\Sigma \lesssim 0.4$ pour $R/r_c = 1$ (voir Fig. 5.10). On peut toutefois remarquer que des formes

en rectangle ou en cacahuète peuvent bien modéliser certains bulbes de galaxies, ce qu'on explique par des scénarios d'évolution fondés sur des barres (LÜTTICKE et al. 2000).

Si l'on considère des modèles pour lesquels le potentiel des lentilles φ – et non l'angle de déflexion – est choisi pour mettre en place le cas elliptique, les contours de la densité de masse projetée correspondante prennent la forme d'une haltère, et Σ_ϵ peut même devenir négatif (KASSIOLA & KOVNER 1993). Dans le modèle elliptique d'angle de déflexion présenté ici, l'Éq. (5.124) montre que ce peut être aussi le cas. Cette situation a lieu au plus près du centre le long de l'axe x_2 où $\cos 2\phi_\epsilon = -1$. Pour chaque valeur de ϵ , on porte sur la Fig. 5.13 la distance adimensionnée b/r_c à partir de laquelle $\Sigma_\epsilon(0, b/r_c)$ devient négative. Si l'on souhaite conserver une densité surfacique physique – c.-à-d. positive – jusqu'à une distance au moins telle que $b/r_c = 10$ (soit 2,5 Mpc pour l'amas de galaxies considéré comme application au § 5.5.4), on doit alors se restreindre aux ellipticités plus faibles que $\epsilon \simeq 0,3$ (soit $\epsilon_\Sigma \simeq 0,6$ à $R/r_c = 1$ d'après la Fig. 5.10). Une large gamme de systèmes peuvent donc être convenablement modélisés d'un point de vue physique.

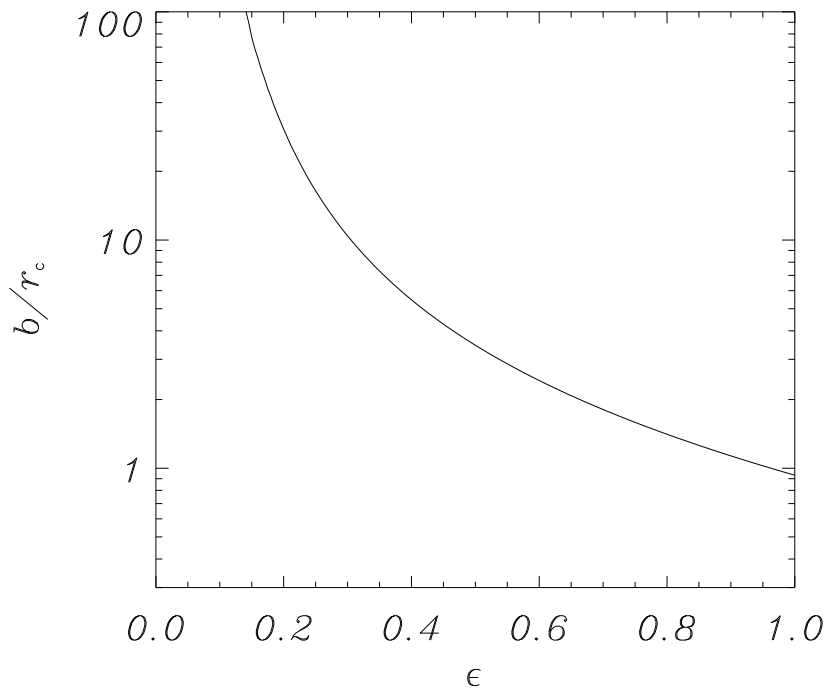


FIG. 5.13 – Distance adimensionnée b/r_c le long de l'axe x_2 à partir de laquelle la densité de masse projetée Σ_ϵ devient négative, en fonction de ϵ .

Tâchons enfin d'obtenir une relation explicite, même si elle est approximative, entre l'ellipticité ϵ introduite dans l'angle de déflexion (Éqs (5.117) et (5.119)) et

celle de la densité surfacique de masse que ce modèle induit, soit ϵ_Σ . Pour la gamme de valeurs de ϵ physiquement acceptables $([0, 0,25])$, on ajuste un polynôme de la forme

$$\epsilon_\Sigma = a_1 \epsilon + a_2 \epsilon^2. \quad (5.134)$$

Un ajustement pour $R = r_c$ conduit à $\epsilon_\Sigma = 2,27 \epsilon - 2,03 \epsilon^2$ avec un $\chi^2 = 3,9 \times 10^{-7}$. Plus généralement, les coefficients a_i dépendent de $x = R/r_c$. Un ajustement entre $x = 0$ et $x = 10$ donne

$$\begin{cases} a_1 &= & 2,12 & + & 0,179 x \\ a_2 &= & -1,70 & - & 0,328 x \end{cases} \quad (5.135)$$

avec un $\chi^2 = 2,9 \times 10^{-3}$.

En conclusion, *le modèle elliptique d'angle de déflexion peut être appliqué au profil NFW jusqu'à $\epsilon \simeq 0,25$* . Pour cette gamme de valeurs, ϵ peut s'identifier à l'ellipticité du potentiel ϵ_φ (Éq. (5.120)), et l'ellipticité de la densité de masse projetée est environ deux fois plus élevée que ϵ .

De façon générale le formalisme proposé est utile lorsqu'il est essentiel de calculer rapidement le potentiel de plusieurs halos, ou bien l'angle de déflexion et l'amplification de nombreuses images. Cette situation est particulièrement importante dans le cas de problèmes inverses (comme le maximum de vraisemblance) pour étudier l'effet de lentille galaxie-galaxie dans le champ ou dans des amas, ou bien lorsqu'il s'agit de calculer des décalages temporels.

Deuxième partie

Images multiples et contraintes cosmologiques

CYRANO

J'arrive – excusez-moi ! – par la dernière trombe.
Je suis un peu couvert d'éther. J'ai voyagé !
J'ai les yeux tout remplis de poudre d'astres. J'ai
Aux éperons, encor, quelques poils de planète !
Tenez, sur mon pourpoint, un cheveu de comète !...

DE GUICHE

Monsieur!...

CYRANO

Dans mon mollet je rapporte une dent
De la Grande Ourse, – et comme, en frôlant le Trident,
Je voulais éviter une de ses trois lances,
Je suis allé tomber assis dans les Balances, –
Dont l'aiguille, à présent, là-haut, marque mon poids !
Si vous serriez mon nez, Monsieur, entre vos doigts,
Il jaillirait du lait !

DE GUICHE

Hein ? du lait?...

CYRANO

De la Voie

Lactée!...

DE GUICHE

Oh ! par l'enfer !

CYRANO

C'est le ciel qui m'envoie !

Non ! Croiriez-vous, je viens de le voir en tombant,
Que Sirius, le nuit, s'affuble d'un turban ?
L'autre Ourse est trop petite encor pour qu'elle morde.
J'ai traversé la Lyre en cassant une corde !
Mais je compte en un livre écrire tout ceci,
Et les étoiles d'or qu'en mon manteau roussi
Je viens de rapporter à mes périls et risques,
Quand on l'imprimera, serviront d'astérisques !

Edmond Rostand, *Cyrano de Bergerac*

Chapitre 1

Influence de la cosmologie sur la formation des images

1.1 Présentation

On rappelle l'équation des lentilles (Partie I, § 5.2.2) reliant la position angulaire de l'image $\boldsymbol{\theta}_I$ à celle de la source $\boldsymbol{\theta}_S$ en présence d'un déflecteur de potentiel gravitationnel projeté ϕ :

$$\boldsymbol{\theta}_S = \boldsymbol{\theta}_I - \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS} D_{OL}} \nabla_{\boldsymbol{\theta}} \phi(\boldsymbol{\theta}_I). \quad (1.1)$$

Les termes de distances diamètre-angulaire (Partie I, § 3.4.3) D_{OL} , D_{OS} et D_{LS} dépendent des décalages spectraux de la lentille z_L et de la source z_S ainsi que des paramètres cosmologiques H_0 , Ω_{M0} et Ω_{Λ} (ou plus généralement Ω_{X0} et w en termes d'énergie noire).

Les différentes méthodes existantes qui ont tenté de contraindre les paramètres cosmologiques à partir de techniques purement géométriques utilisant l'effet de lentille gravitationnelle ont été revues à la Partie I, § 4.2.7. Les observations permettent en effet de contraindre le rapport de distances diamètre-angulaire intervenant dans l'équation des lentilles (1.1). Toutefois, tout comme l'estimation de l'échelle de longueur H_0 par des moyens similaires, la contrainte des paramètres dynamiques se heurte à une modélisation trop peu précise de la distribution de masse de la lentille pour que les résultats soient significatifs.

Ainsi, une méthode géométrique suggérée par BLANDFORD & NARAYAN (1992) consiste à considérer deux plans sources différents et un même déflecteur, afin d'augmenter l'influence cosmologique par rapport au potentiel de la lentille. Dans le cadre de la meilleure résolution spatiale des images *HST*, LINK & PIERCE (1998) ont reconsidéré cette analyse. Si un amas présente plusieurs systèmes d'images multiples dont les décalages sont mesurés spectroscopiquement, il est possible de retrouver à la fois les paramètres du modèle de potentiel du déflecteur et les paramètres cosmologiques. Toutefois, leur étude ne se fonde que sur des images situées au rayon d'Einstein, et formées par un potentiel relativement simple. Les cas rencontrés sont en pratique plus complexes. On se propose de montrer dans ce travail qu'une bonne contrainte des paramètres cosmologiques est possible par cette méthode, et qu'on peut en outre en tirer une modélisation fine de la distribution de masse. Cette étude a fait l'objet d'un article (GOLSE et al. 2002b) reproduit en Annexe B.

1.2 Rapports de distances

1.2.1 Notations

Dans l'équation des lentilles (1.1), la dépendance envers les paramètres cosmologiques et les décalages spectraux de la lentille et de la source n'apparaît que dans le rapport de distances diamètre-angulaire. On rappelle en outre (Partie I, § 5.2.2) que

le potentiel des lentilles $\varphi = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS} D_{OL}} \phi$ est tel que $\Delta\varphi = 2\Sigma/\Sigma_{\text{crit}}$ où Σ_{crit} est la densité surfacique de masse critique

$$\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_{OS}}{D_{OL} D_{LS}}. \quad (1.2)$$

On notera alors

$$F = \frac{D_{OL} D_{LS}}{D_{OS}} \quad (1.3)$$

$$E = \frac{D_{LS}}{D_{OS}}. \quad (1.4)$$

Ces quantités, en reflétant les propriétés géométriques de l'Univers, représentent une mise à l'échelle du phénomène de lentille gravitationnelle. F correspond à la « force » intrinsèque de la lentille. Plus ce terme est élevé, moins la distribution de masse doit être dense pour engendrer les mêmes déformations gravitationnelles. F est ainsi inversement proportionnel à la densité critique Σ_{crit} .

E représente l'efficacité de la lentille si on la considère fixée. De plus, on peut généralement mettre à l'échelle le gradient du potentiel gravitationnel sous la forme

$$\nabla_{\theta} \phi(\theta_I) = \sigma_0^2 D_{OL} \mathbf{f}(\theta_I; \theta_c, \alpha, \dots) \quad (1.5)$$

où σ_0 est la dispersion des vitesses centrale et \mathbf{f} une fonction adimensionnée décrivant la distribution de masse de l'amas. Elle dépend en général de paramètres physiques comme un rayon de cœur θ_c ou une pente logarithmique α de la distribution de masse. Dans le cas d'un profil SIS (voir Partie I, § 5.4.3), on a par exemple simplement $\nabla_{\theta} \phi(\theta) = 2\pi \sigma_0^2 D_{OL}$. L'équation des lentilles (1.1) peut alors se réécrire

$$\begin{aligned} \theta_S &= \theta_I - 2 \frac{\sigma_0^2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OS}} \mathbf{f}(\theta_I, \theta_C, \alpha, \dots) \\ &= \theta_I - 2 \frac{\sigma_0^2}{c^2} \mathbf{f}(\theta_I, \theta_C, \alpha, \dots) \times E(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}, z_L, z_S) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Le terme E comprend alors dans ce cas toute la dépendance en Ω_{M0} et Ω_{Λ} (ou encore Ω_{X0} et w) de l'équation des lentilles et ne fait pas intervenir la constante de Hubble H_0 .

1.2.2 Influence des décalages spectraux

Dans le cas le plus général, les variations des termes F ou E suivant les valeurs des décalages spectraux et des paramètres cosmologiques doivent être calculées numériquement (voir Partie I, § 3.4.3).

On peut ainsi, en particulier, calculer $F(z_L)$ pour un décalage spectral de la source fixé ($z_S = 1$) et dans le cadre de différentes cosmologies : Figs 1.1. Il apparaît que pour

une galaxie-source donnée, il existe une position de la lentille – à distribution de masse équivalente – où sa force sera maximale. C'est à cette position du déflecteur que les plus fortes déformations possibles de la source pourront être observées. Pour $z_S = 1$, le décalage spectral correspondant pour la lentille est ainsi $z_L \sim z_S/3$ ($z_L \in [0,3-0,4]$, avec des valeurs différentes suivant la cosmologie). La relation est différente pour les distances diamètre-angulaire: pour $z_S = 1$, $\Omega_{M0} = 1$ et $\Omega_\Lambda = 0$, on a $z_L \simeq 0,3$, soit $D_{OL} = 0,567 h^{-1}$ Gpc et $D_{OS} = 0,878 h^{-1}$ Gpc.

Les Figs 1.1 rendent également compte de l'influence des paramètres cosmologiques. La dépendance en Ω_{M0} est plus faible que celle en Ω_Λ ou w . En outre, plus Ω_{M0} diminue, plus la lentille est forte. En effet, pour un même potentiel gravitationnel, un déflecteur sera d'autant plus efficace que la densité globale de l'Univers est faible. Les changements dans la courbe $F(z_L)$ dus à Ω_Λ sont plus importants, et F diminue avec Ω_Λ . On sait en effet que la constante cosmologique a le pouvoir de contrebalancer l'attraction gravitationnelle car elle paramétrise une énergie négative (voir Partie I, § 3.4.1). Ainsi, à Ω_{M0} constant, plus Ω_Λ est faible, moins la lentille – pour un potentiel identique – a d'influence. La même interprétation vaut pour le paramètre d'énergie noire w . Sa valeur, négative, paramétrise le rapport entre la pression et la densité d'énergie noire. L'opposition à l'attraction gravitationnelle est d'autant plus grande que w est négatif. Toutes choses étant égales par ailleurs, $F(z_L)$ diminue donc avec

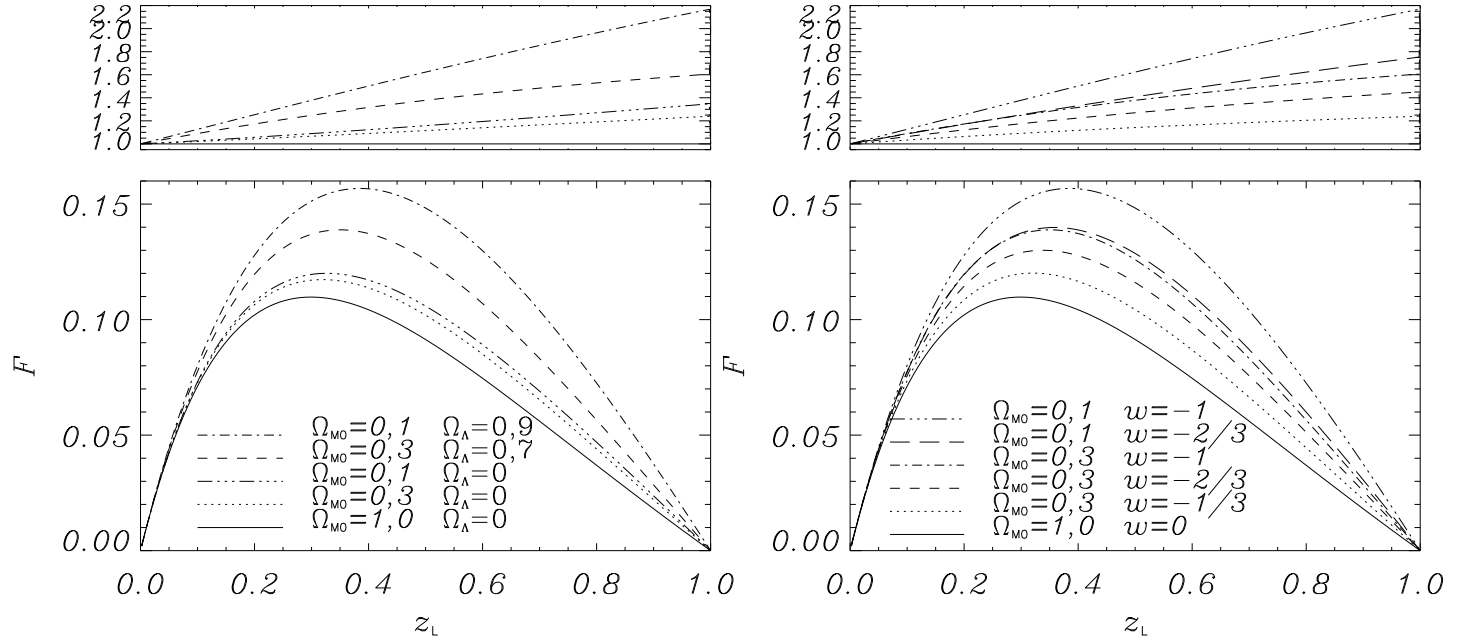


FIG. 1.1 – Variations de la force de la lentille $F(z_L)$ pour $z_S = 1$ et différentes cosmologies. **À gauche :** Univers sans 'énergie noire, $w = 0$. **À droite :** Univers plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) avec 'énergie noire. Les ordonnées sont graduées en unités $c/H_0 = 3,00 h^{-1}$ Gpc. On a porté, au-dessus de chaque figure, les mêmes courbes normalisées à $F(z_L)$ pour $\Omega_{M0} = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$ et $w = 0$.

w .

Ensuite, pour une position de la lentille fixée ($z_L = 0,3$), on peut considérer l'influence du décalage spectral de la source z_S sur l'efficacité E , et ce pour différentes cosmologies : Figs 1.2. Le profil général est une courbe croissant très rapidement près de z_L jusqu'à environ $z_S = 1$. La variation devient ensuite moins importante et ne change plus que de quelques pourcents à partir de $z_S \sim 3$; $E(z_S)$ tend enfin vers une valeur constante. En ce qui concerne E , la connaissance précise de z_S est importante lorsqu'il est proche de z_L , tandis qu'il n'est pas nécessaire de connaître avec autant d'exactitude le décalage spectral de galaxies-sources très éloignées.

Quant à l'influence de la cosmologie, les conclusions sont les mêmes que pour l'étude de $F(z_L)$. Toutes choses étant égales par ailleurs, E diminue quand Ω_{M0} augmente. La dépendance est plus forte envers la constante cosmologique et le paramètre d'énergie noire, et l'efficacité de la lentille est d'autant plus grande que Ω_Λ est important ou que w est négatif.

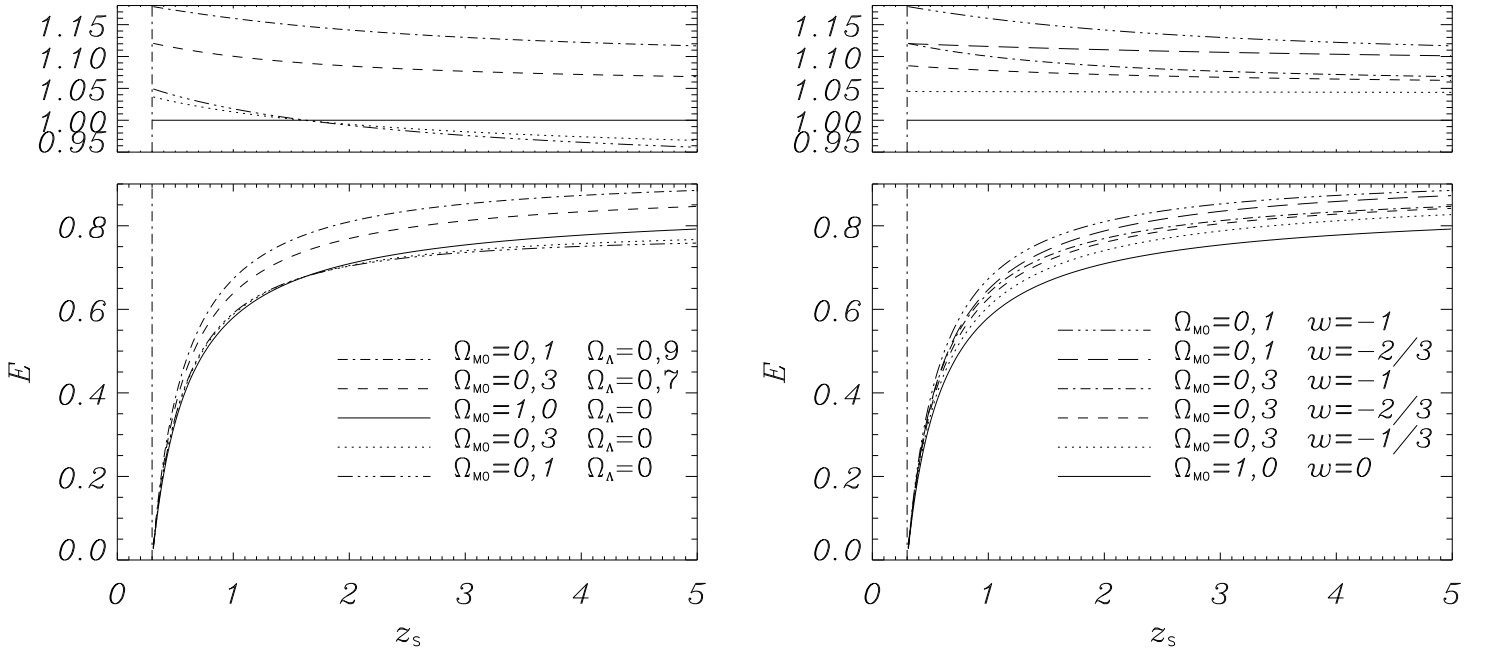


FIG. 1.2 – Variations de l'efficacité de la lentille $E(z_S)$ pour $z_L = 0,3$ et différentes cosmologies. **À gauche :** Univers sans 'énergie noire, $w = 0$. **À droite :** Univers plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) avec 'énergie noire. On a porté, au-dessus de chaque figure, les mêmes courbes normalisées à $E(z_S)$ pour $\Omega_{M0} = 1, \Omega_\Lambda = 0$ et $w = 0$.

1.2.3 Influence des paramètres cosmologiques

Cas d'un seul système d'images multiples

Considérons maintenant des décalages spectraux fixés pour l'amas et la galaxie-source, par exemple $z_L = 0,3$ et $z_S = 1$. Pour un modèle d'Univers donné, un seul système d'images multiples permet *en théorie* de contraindre la masse totale de l'amas et la forme du potentiel. Pour plusieurs images θ_{I_i} formées par une même source, on peut en effet éliminer l'inconnue θ_S dans les Éqs (1.6) obtenues pour chacune des images. On obtient par exemple

$$\theta_{I_2} - \theta_{I_1} = 2 \frac{\sigma_0^2}{c^2} E(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda, z_L, z_S) \times [f(\theta_{I_2}; \theta_C, \alpha, \dots) - f(\theta_{I_1}; \theta_C, \alpha, \dots)] \quad (1.7)$$

En outre la normalisation absolue de la masse, directement reliée à la dispersion des vitesses centrale σ_0 , est dégénérée avec le terme E , soit avec Ω_{M0} et Ω_Λ (ou Ω_{X0} et w) (voir le § 1.3.2).

Pour une lentille et une source fixées, on a ainsi porté sur les Figs 1.3 la variation du terme E en fonction de Ω_{M0} et Ω_Λ d'une part, et, dans le cadre d'un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$), en fonction de Ω_{M0} et w d'autre part. L'influence des paramètres cosmologiques dans la valeur de ce rapport de distances diamètre-angulaire n'est

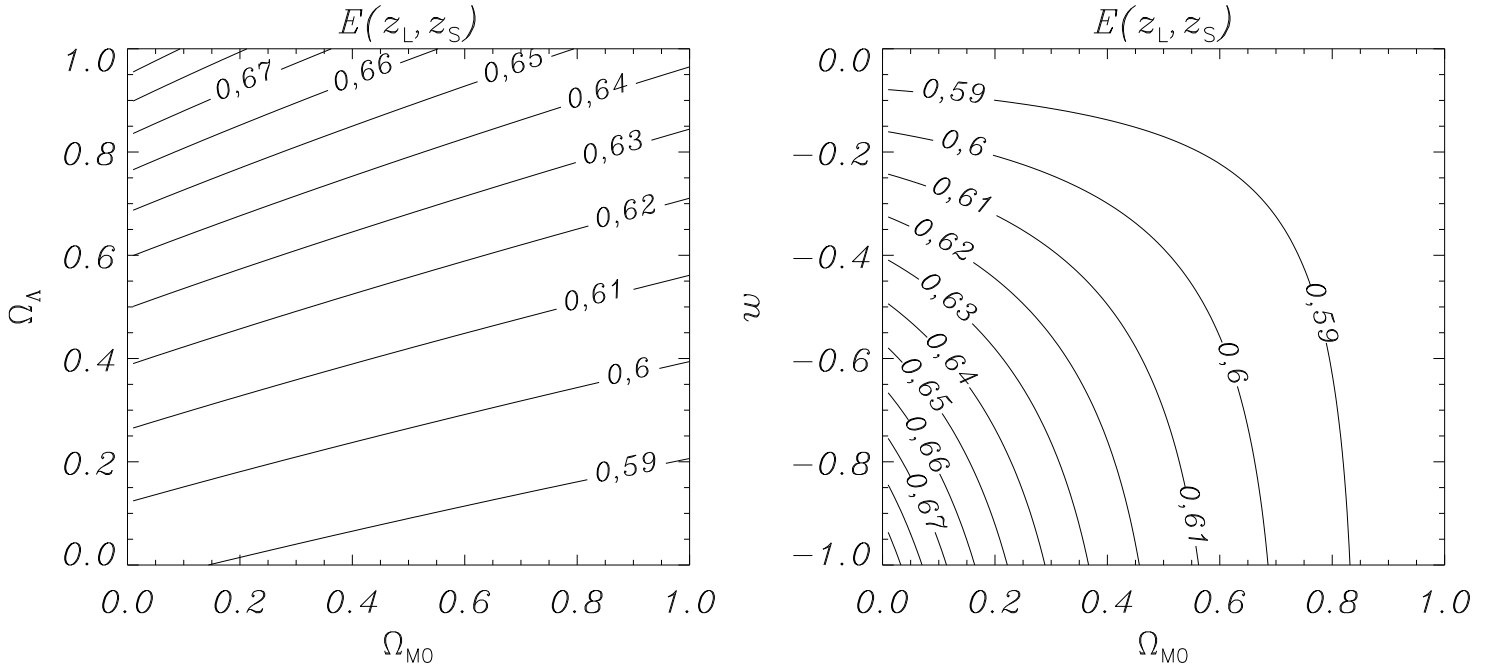


FIG. 1.3 – Variations du rapport de distances diamètre-angulaire E en fonction des paramètres cosmologiques pour une lentille et une source fixées ($z_L = 0,3$ et $z_S = 1$). **À gauche :** variations suivant Ω_{M0} et Ω_Λ . **À droite :** variations suivant Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$).

donc pas négligeable. L'écart est d'environ 10% entre les modèles EdS et Λ CDM. Les contours des Figs 1.3 font apparaître des dégénérescences : E est plus sensible à Ω_Λ qu'à Ω_{M0} , et dans le cadre d'un Univers plat, ce rapport dépend davantage de Ω_{M0} que de w pour $w \leq -1/2$, et inversement si $w > -1/2$. Ces dégénérescences seront celles, au premier ordre, de la dispersion des vitesses de l'amas déduite par une contrainte d'optique gravitationnelle, puisqu'une quantité $\sigma_0^2 E$ constante produit le même angle de déflexion (voir Éq. (1.6) et le § 1.3.2).

Cas de deux systèmes d'images multiples

En pratique, on n'obtient de bonne modélisation de la distribution de masse qu'avec plusieurs systèmes d'images multiples. Une seconde famille d'images permet en particulier de briser la dégénérescence entre σ_0 et E . Suivant l'Éq. (1.7), chaque système i d'images multiples permet d'éliminer la source correspondante θ_{Si} . On peut alors considérer l'observable suivante :

$$\frac{\|\theta_{I_1^2} - \theta_{I_2^2}\|}{\|\theta_{I_1^1} - \theta_{I_2^1}\|} = \frac{E(z_{S2})}{E(z_{S1})} \frac{\|f(\theta_{I_1^2}; \dots) - f(\theta_{I_2^2}; \dots)\|}{\|f(\theta_{I_1^1}; \dots) - f(\theta_{I_2^1}; \dots)\|} \quad (1.8)$$

Ici et pour la suite un indice supérieur fait référence à un système d'images multiples,

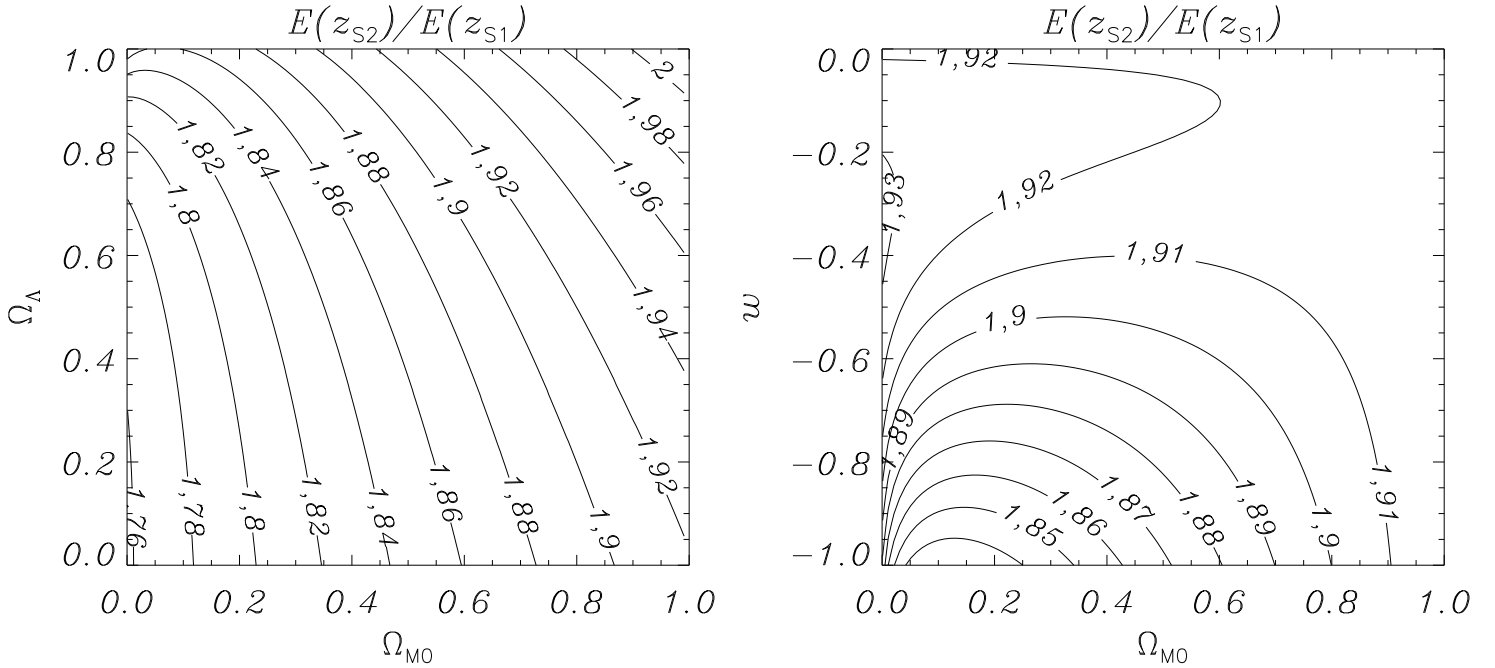


FIG. 1.4 – Variations du rapport $E(z_{S2})/E(z_{S1})$ en fonction des paramètres cosmologiques pour une lentille et deux plans sources fixés ($z_L = 0,3$, $z_{S1} = 0,6$ et $z_{S2} = 5$). **À gauche :** variations suivant Ω_{M0} et Ω_Λ . **À droite :** variations suivant Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$). Ces contours mettent en évidence les dégénérescences typiques sur les paramètres cosmologiques que la méthode présentée dans ce travail va engendrer.

et un indice inférieur à une image particulière parmi une famille.

Ainsi, pour un modèle physique particulier d'amas de galaxie ajustant la position des différentes images, la vraisemblance du modèle sera la même pour un rapport $E(z_{S2})/E(z_{S1})$ identique. S'il est par conséquent possible de contraindre les paramètres cosmologiques à partir d'une observation d'amas faisant apparaître deux systèmes d'images multiples à des décalages z_{S1} et z_{S2} , alors la dégénérescence obtenue sera celle du rapport $E(z_{S2})/E(z_{S1})$ correspondant. Les Figs 1.4 montrent un tel rapport en fonction de Ω_{M0} et Ω_{Λ} d'une part, et – en considérant un Univers plat – de Ω_{M0} et w d'autre part.

On a déjà superposé ces dégénérescences à celles obtenues via les études des SNIa distantes et du FDC (Partie I, § 4.2.8 et Fig. 4.4). Une méthode contraignant les paramètres cosmologiques à partir d'effets de lentilles gravitationnelle impliquant plusieurs systèmes d'images multiples ferait ainsi apparaître des dégénérescences orthogonales à celles obtenues par les SNIa distantes et relativement différentes de celles issues des anisotropies du FDC, que ce soit dans les plans $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ que (Ω_{M0}, w) . C'est un élément à souligner dans le cadre d'une combinaison de contraintes provenant de différents tests et permettant de réduire les incertitudes et de briser les dégénérescences intrinsèques. Les contours typiques des Figs 1.4 se retrouvent dans les études de contraintes cosmologiques utilisant l'effet de lentille gravitationnelle et qui font apparaître des rapports de termes E pour différents plans sources, en particulier dans les méthodes de LOMBARDI & BERTIN (1999), GAUTRET et al. (2000) et bien entendu LINK & PIERCE (1998). On aura enfin noté que supposer un Univers plat engendre une autre dégénérescence dans le plan (Ω_{M0}, w) : tous les points des droites $\Omega_{M0} = 1$ et $w = 0$ représentent en fait le même Univers, soit EdS.

On remarque que la divergence suivant le jeu de paramètres cosmologiques est assez faible (Figs 1.4). Elle est de 3,9 % entre les modèles EdS et Λ CDM et de 5,8 % entre des Univers EdS et $OCDM$ (« *Open Cold Dark Matter* », en prenant $\Omega_{M0} = 0,3$ et $\Omega_{\Lambda} = 0$). C'est sur ces faibles différences que la méthode proposée dans ce travail va se fonder pour extraire des informations cosmologiques de l'observation de différents systèmes d'images multiples.

1.2.4 Meilleure configuration possible

Positions de deux systèmes d'images multiples

Afin de pouvoir exploiter la méthode au mieux de ses possibilités et d'en décrire tous les aspects, on va chercher à savoir, bien que les configurations observées nous seront imposées, quels décalages spectraux z_{S1} et z_{S2} pourraient donner les meilleures contraintes cosmologiques, pour une position de la lentille fixée. Pour cela, on choisit deux modèles d'Univers dont les valeurs de E correspondantes divergent sensiblement (voir Figs 1.4) et qui serviront de référence afin de tester la sensibilité cosmologique d'une configuration donnée: soit EdS ($\Omega_{M0} = 1$, $\Omega_{\Lambda} = 0$) et $OCDM$ ($\Omega_{M0} = 0,3$, $\Omega_{\Lambda} = 0$). Pour un décalage spectral de la lentille z_L fixé, on définit la fonction suivante

de z_{S1} et z_{S2} :

$$\varepsilon(z_{S1}, z_{S2}) = \frac{\left[\frac{E(z_{S2})}{E(z_{S1})} \right]_{\text{EdS}}}{\left[\frac{E(z_{S2})}{E(z_{S1})} \right]_{\text{OCDM}}} - 1. \quad (1.9)$$

$\varepsilon(z_{S1}, z_{S2})$ caractérise le pourcentage de divergence entre les modèles EdS et *OCDM*, en ce qui concerne la méthode utilisée. La Fig. 1.5 donne cette fonction pour $z_{S2} \geq z_{S1} (\geq z_L)$.

Pour un décalage spectral $z_{S2} (\geq z_{S1})$ et une position de la lentille z_L donnés, la meilleure configuration du point de vue des contraintes cosmologiques est telle que $z_{S1} = z_L$. De même, pour z_L et $z_{S1} (\leq z_{S2})$ fixés, la divergence entre les deux modèles choisis s'accroît avec z_{S2} , le second système d'images multiples doit donc posséder un décalage spectral le plus élevé possible.

Dans tous les cas, cette différence relative est de l'ordre de quelques pourcents, ce qui signifie que la distribution de masse de l'amas devra être connue avec le même degré de précision afin d'en tirer des informations sur la valeur des paramètres cosmologiques. Ainsi, lorsque deux systèmes d'images sont présents dans un amas situé à z_L , la meilleure configuration possible pour le test proposé ici consiste en une source d'arrière-plan proche de la lentille – dans la partie rapidement croissante de $E(z_S)$ (voir Figs 1.2) – et une seconde galaxie à grand décalage spectral – afin de prendre en compte la valeur asymptotique du rapport E . FORT et al. (1997) ont ainsi utilisé la

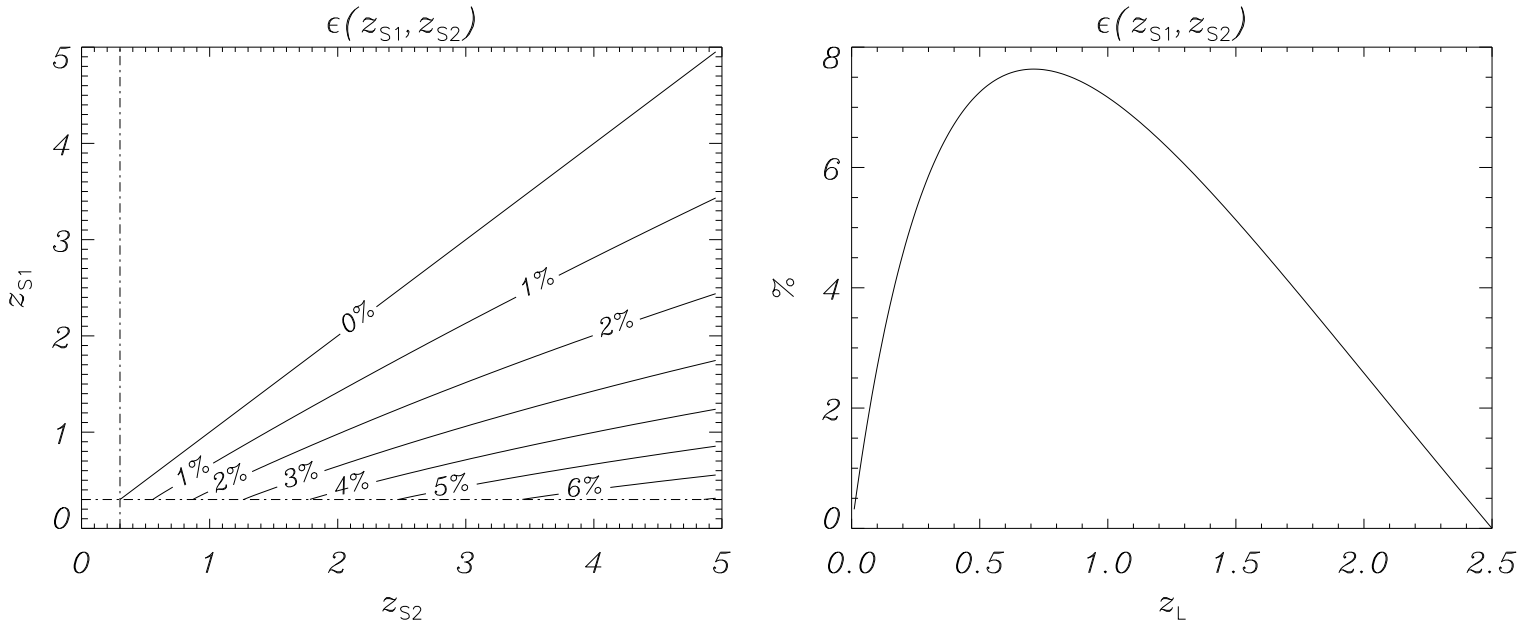


FIG. 1.5 – *Estimateur de divergence cosmologique* $\varepsilon(z_{S1}, z_{S2})$ (Éq. (1.9)). **À gauche :** on pose $z_L = 0,3$ et on considère $z_{S2} \geq z_{S1}$. **À droite :** on prend $z_{S1} = 2 z_L$ et on fixe $z_{S2} = 5$.

position des deux lignes critiques extrêmes – obtenues par l'étude du biais d'amplification – dans Cl 0024+1654 afin d'obtenir des contraintes cosmologiques. Toutefois, lorsqu'une source est très proche du déflecteur, le terme E est très faible. En outre, les images formées se trouvent alors confinées au centre de l'amas, ce qui rend la détection d'un système d'images multiples très improvable, puisque des caustiques peu étendues impliquent des sections efficaces de formation d'un tel événement très faibles. En pratique, un système multiple est détectable si l'on a au moins $z_S \geq 2 z_L$ (voir également les Figs 1.1).

Position de la lentille

En tenant ce qui précède pour acquis, il est alors possible de déterminer le décalage spectral optimal de l'amas déflecteur. Il suffit d'étudier les variations, en fonction de z_L , de la quantité $\varepsilon(z_{S1}, z_{S2})$ (Éq. (1.9)) dans laquelle on pose $z_{S1} = 2 z_L$ et où $z_{S2} = 5$ est fixé : Fig. 1.5. Ainsi, dans la meilleure configuration en ce qui concerne les positions des sources, la possibilité de distinguer les deux scénarios cosmologiques choisis augmente fortement avec le décalage spectral de l'amas z_L . La position optimale de la

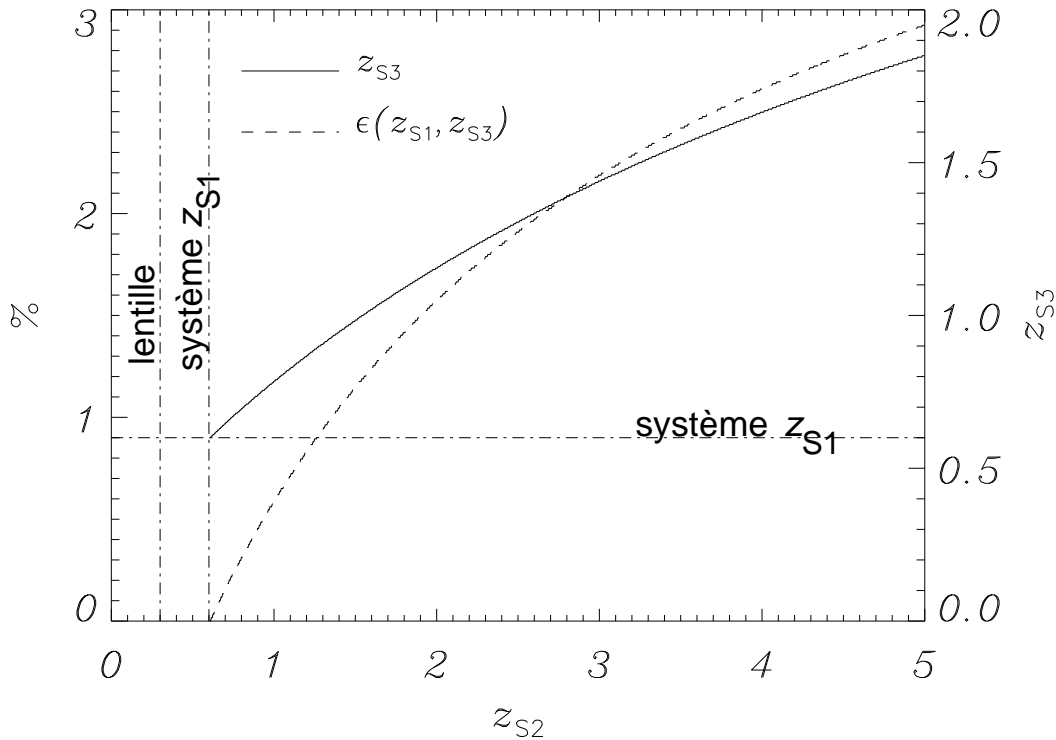


FIG. 1.6 – **Échelle de droite :** valeur du décalage spectral z_{S3} d'un troisième système d'images multiples (pour $z_L = 0,3$ et $z_{S1} = 2 z_L$) optimisant la sensibilité envers les paramètres cosmologiques, en fonction de z_{S2} . **Échelle de gauche :** valeur correspondante de l'estimateur de divergence cosmologique $\varepsilon(z_{S1}, z_{S3})$

lentille se trouvant alors vers $z_L \simeq 0,7$, ce qui est supérieur aux valeurs typiques pour les amas de galaxies observés, mais inférieur à certains décalages observés (SOUCAIL et al. 2001). Pour le banc d'optique considéré dans ce cas, $\varepsilon(z_{S1}, z_{S2})$ vaut près de 8 %. Au-delà de cette position, l'estimateur de divergence cosmologique $\varepsilon(z_{S1}, z_{S2})$ décroît.

La méthode proposée fonctionne donc d'autant mieux que l'amas défecteur est lointain, jusqu'à un décalage d'environ 0,7. Les lentilles considérées par LOMBARDI & BERTIN (1999) dans un test comparable sont ainsi relativement lointaines.

Position d'un troisième système d'images multiples

Finalement, lorsqu'une troisième famille d'images multiples est présente, on souhaite connaître son décalage spectral z_{S3} optimum pour la contrainte des paramètres cosmologiques, même si cette valeur est observationnellement imposée. On suppose logiquement, en considérant la configuration la plus idéale, que z_{S3} est compris entre la source contraignant la partie rapidement croissante du rapport E et celle rendant compte de sa valeur asymptotique à grand décalage spectral (voir Figs 1.2). Soit $z_{S1} \leq z_{S3} \leq z_{S2}$. Attendu que les termes ε sont assez faibles, on déduit de la définition (Eq. (1.9)) l'égalité suivante :

$$\varepsilon(z_{S1}, z_{S2}) \simeq \varepsilon(z_{S1}, z_{S3}) + \varepsilon(z_{S3}, z_{S2}), \quad (1.10)$$

de sorte que la somme $\varepsilon(z_{S1}, z_{S2}) + \varepsilon(z_{S1}, z_{S3}) + \varepsilon(z_{S3}, z_{S2})$ est constante vis-à-vis de z_{S3} . Toutefois, il semble évident que si z_{S3} est identique à z_{S1} ou z_{S2} , on n'en tirera pas de contraintes cosmologiques supplémentaires, puisque ce sont les différentes valeurs de E suivant la position des sources qui rendent compte de cette dépendance. Il est ainsi important de « sonder » une autre partie de la courbe $E(z_S)$ (Figs 1.2).

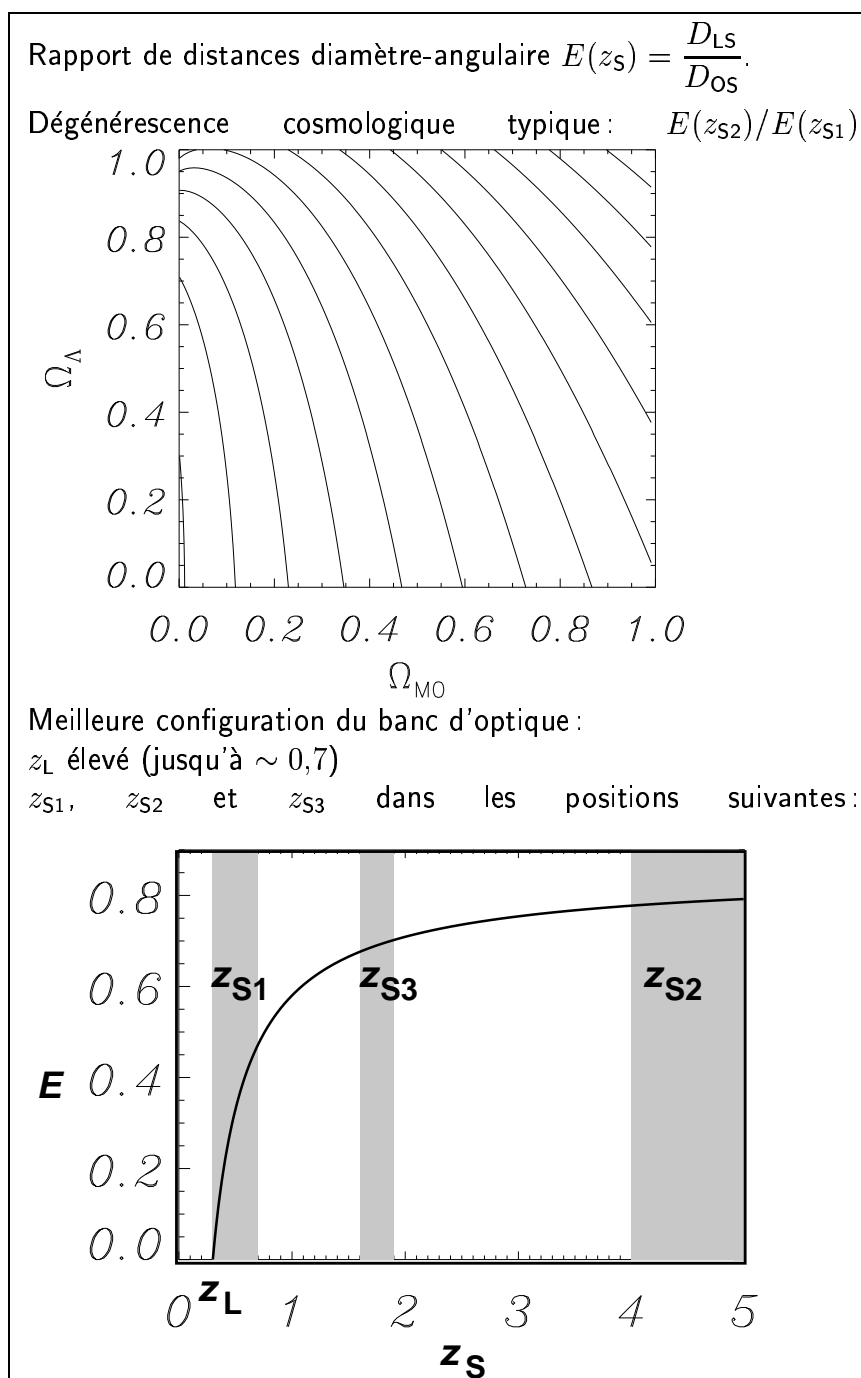
Par conséquent, pour z_L , z_{S1} et z_{S2} donnés, on cherche à maximiser le produit $\varepsilon(z_{S1}, z_{S3}) \varepsilon(z_{S3}, z_{S2})$. Puisque la somme de ces deux termes est constante, on doit donc trouver z_{S3} tel que $\varepsilon(z_{S1}, z_{S3}) = \varepsilon(z_{S3}, z_{S2})$. Pour $z_L = 0,3$, $z_{S1} = 2 z_L$, on a ainsi porté ce décalage z_{S3} et la quantité $\varepsilon(z_{S1}, z_{S3})$ correspondante comme fonctions de z_{S2} : Fig. 1.6. Il apparaît alors que la meilleure position pour une troisième famille d'images multiples est telle que son décalage soit plus proche du plus faible des deux systèmes déjà présents. Le banc d'optique est en outre d'autant plus sensible à la cosmologie que z_{S2} est élevé. Dans l'idéal et pour le cas de la Fig. 1.6 ($z_{S1} = 2 z_L$), si z_{S2} se trouve sur la partie asymptotique de E ($z_{S2} = 5$) on trouve $z_{S3} \simeq 1,85$. Cette source permet alors de sonder le « coude » de $E(z_S)$, entre la partie fortement croissante et l'asymptote (Figs 1.2). On a alors

$$\varepsilon(z_{S1}, z_{S3}) = \varepsilon(z_{S3}, z_{S2}) \simeq 2,9 \% \quad (1.11)$$

$$\varepsilon(z_{S1}, z_{S2}) \simeq 5,5 \% \quad (1.12)$$

Compte tenu du paragraphe précédent, les sensibilités cosmologiques seront en

outre d'autant plus grandes que le décalage spectral de l'amas sera élevé.



1.3 Sensibilité cosmologique globale du test

1.3.1 Cadre d'étude

On s'attache désormais à connaître l'influence des paramètres cosmologiques sur la formation des images, comparée à celle des autres variables intervenant dans cet effet, c'est-à-dire les décalages spectraux de la lentille et de la source et les quantités modélisant le potentiel gravitationnel projeté. La précision requise sur ces différents paramètres permettra d'en tirer une estimation des barres d'erreur attendues sur les paramètres cosmologiques en appliquant le test proposé.

La distribution de masse choisie ici est du type *PIEMD* (voir KASSIOLA & KOVNER 1993, et la Partie I, § 5.4.3). Il s'agit en fait d'une combinaison linéaire de deux de ces profils, faisant apparaître deux longueurs caractéristiques : un rayon de cœur $r_c = D_{OL} \theta_c$ et un rayon de troncature $r_t = D_{OL} \theta_t$. La densité volumique de masse est telle que

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r^2}{r_c^2}\right) \left(1 + \frac{r^2}{r_t^2}\right)}. \quad (1.13)$$

Depuis son utilisation pour la modélisation de A 2218 par KNEIB et al. (1995), cette distribution de masse est utilisée avec succès pour la modélisation des amas de galaxies (NATARAJAN et al. 2002b), des galaxies dans les amas (NATARAJAN et al. 2002a) ou des galaxies elliptiques du champ (HJORTH & KNEIB 2002), à partir d'observations fondées sur leurs effets de lentille gravitationnelle.

On considérera dans ce chapitre une distribution de masse sphérique centrée sur la ligne de visée. L'angle de déflexion, la dispersion des vitesses centrale et la masse totale sont alors donnés par (voir les Éqs (5.99), (5.98) et de la Partie I) :

$$\alpha(\theta) = 4\pi \frac{\sigma_0^2}{c^2} \frac{E}{1 - \left(\frac{\theta_c}{\theta_t}\right)^2} \frac{1}{\theta} \left[\theta_t - \theta_c + \sqrt{\theta^2 + \theta_c^2} - \sqrt{\theta^2 + \theta_t^2} \right] \quad (1.14)$$

$$\sigma_0^2 = 2\pi G \rho_0 r_c^2 \quad (1.15)$$

$$M_{\text{tot}} = \pi \frac{\sigma_0^2}{G} \frac{r_t}{1 + r_c/r_t} \quad (1.16)$$

1.3.2 Cas d'un seul système d'images multiples

La dispersion de vitesse centrale σ_0 (ou de façon équivalente la masse de la partie centrale du halo, ou la masse totale dans le profil considéré ici – voir Éq. (1.16)) est clairement le facteur prépondérant influençant la position de l'image : voir l'Éq. (1.8) dans le cas général et l'Éq. (1.14) pour la distribution présente.

Si l'on ne dispose que de l'observation d'un seul système d'images multiples à un décalage z_s , on peut simplement contraindre le produit $\sigma_0^2 E(z_s)$ sans pouvoir démêler

l'information sur les paramètres cosmologiques de celle sur la normalisation absolue de la masse (voir Figs 1.7). L'erreur systématique commise sur la dispersion de vitesse centrale en utilisant cette méthode est ainsi de l'ordre de 5 % (entre des modèles EdS et Λ CDM).

Par conséquent, si l'on peut mesurer la masse contenue à l'intérieur du rayon d'Einstein indépendamment d'une étude de lentille gravitationnelle et avec une précision meilleure que quelques pourcents, il est en principe possible de poser des contraintes cosmologiques, en particulier sur Ω_Λ (voir Figs 1.7). Ce test a été évoqué par KNEIB et al. (1993) : une mesure indépendante de la dispersion de vitesse du halo proche du grand arc dans A 370 et la contrainte éventuelle d'une constante cosmologique élevée pourraient permettre de rendre compte de la position de l'arclet A5, si son décalage est bien de 1,306 comme l'avaient proposé MELLIER et al. (1991). Observationnellement, deux situations pourraient permettre de démêler l'influence des paramètres cosmologiques de celle de la masse absolue :

- dans le cas d'un amas-lentille pour lequel des données X sont très précises, en particulier en évaluant la distribution de température du gaz (sous l'hypothèse d'équilibre hydrostatique) ;

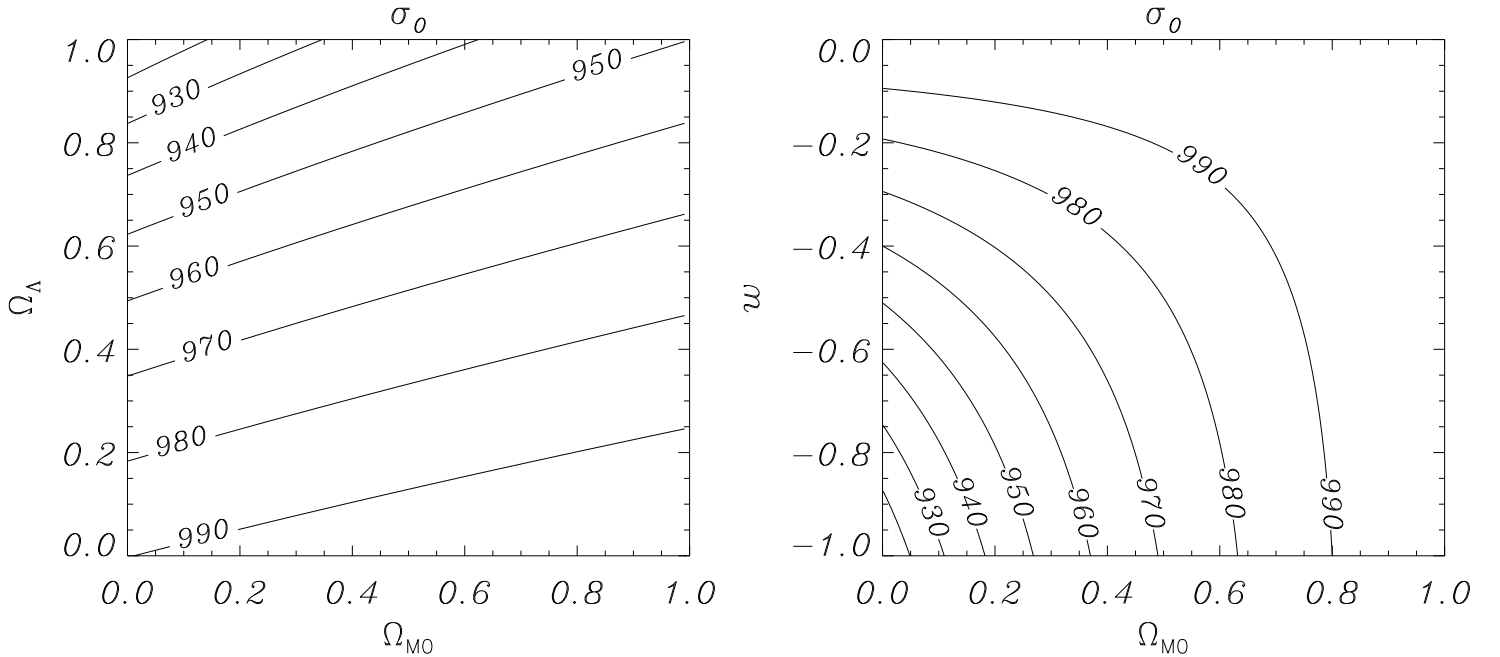


FIG. 1.7 – Variation de la dispersion de vitesse centrale σ_0 d'un halo en fonction des paramètres cosmologiques, en supposant que le produit $\sigma_0^2 E(z_S)$ est constant (contraint par la présence d'un système d'images multiples). On a fixé $\sigma_0 = 1000 \text{ km s}^{-1}$ pour un modèle EdS ($\Omega_{M0} = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$ et $w = 0$). **À gauche :** $\sigma_0(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. **À droite :** $\sigma_0(\Omega_{M0}, w)$ en supposant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$). Le modèle EdS correspond alors à tous les points tels que $\Omega_{M0} = 1$ et $w = 0$. On a choisi un halo à $z_L = 0,3$ et une source à $z_S = 1$.

- dans le cas d'un système d'images multiples autour d'une galaxie-lentille pour laquelle il est possible de mesurer précisément la dispersion de vitesse stellaire (TONRY & FRANX 1999).

Il s'agit toutefois dans les deux cas d'un défi observationnel demandant les instruments les plus puissants. SERENO (2002) a toutefois récemment proposé de tirer des contraintes cosmologiques de l'observation d'un système d'images multiples dans un amas de galaxies et de la détermination indépendante de sa dispersion de vitesse. L'étude effectuée dans cet article semble néanmoins trop optimiste :

- SERENO (2002) considère des modèles relativement simples de potentiel, symétriques et ne prenant en compte ni les sous-structures ni les galaxies individuelles de l'amas. Une analyse fondée sur les fortes déformations gravitationnelles, au centre des amas, doit être relativement précise, d'autant plus si l'on souhaite en tirer des contraintes cosmologiques, dont l'influence dans ce test est de l'ordre de 5 % ;
- seule une incertitude sur la normalisation absolue de la masse est prise en compte. Un modèle paramétrique inclut d'autres variables auxquelles sont également associées des barres d'erreur ;
- enfin, dans l'application qui est faite à l'amas Cl 0024+1654, la détermination indépendante de la dispersion de vitesse choisie est celle obtenue par DRESSLER et al. (1999) : $\sigma = 1\,050 \pm 75 \text{ km s}^{-1}$, soit environ 7 % d'erreur. Cette dernière est purement statistique et ne tient pas compte de mouvements intrinsèques. La connaissance de cet amas a évolué depuis les observations de CZOSKE et al. (2001), et il semblerait que Cl 0024+1654 soit le résultat d'une collision récente à grande vitesse de deux amas le long de la ligne de visée (CZOSKE et al. 2002), bien que les observations X mettraient en évidence une morphologie régulière (SOUCAIL et al. 2000). L'amas choisi semble donc polémique pour appliquer cette méthode.

Bien que les différentes sources d'erreur affectant l'angle de déflexion $\alpha(\theta_1) = \theta_1 - \theta_5$ (Éq. (1.14)) soit dominées par l'incertitude sur la masse totale (ou de manière équivalente la dispersion de vitesse, Éq. (1.16)), on peut déterminer l'influence relative des autres paramètres pour en tirer la sensibilité de la position d'une image gravitationnelle vis-à-vis des paramètres cosmologiques. L'erreur relative sur l'angle de déflexion $\alpha(\theta_1)$ dépend ainsi d'une part de σ_0 , θ_c , θ_t et θ_1 pour le potentiel gravitationnel, et d'autre part de z_L , z_S , Ω_{M0} et Ω_Λ pour le terme E . L'erreur relative sur α peut donc s'exprimer selon les notations suivantes :

$$\frac{d\alpha}{\alpha} = \frac{dE}{E} + a_{\sigma_0} \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} + a_{\theta_c} \frac{d\theta_c}{\theta_c} + a_{\theta_t} \frac{d\theta_t}{\theta_t} + a_{\theta_1} \frac{d\theta_1}{\theta_1} \quad (1.17)$$

$$\frac{dE}{E} = a_{\Omega_{M0}} \frac{d\Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} + a_{\Omega_\Lambda} \frac{d\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} + a_{z_L} \frac{dz_L}{z_L} + a_{z_S} \frac{dz_S}{z_S} \quad (1.18)$$

Suivant l'Éq. (1.14), les coefficients a_{θ_c} (Fig. 1.8), a_{θ_t} (Fig. 1.8) et a_{θ_1} (Fig. 1.9) ont des expressions analytiques, tandis que $a_{\sigma_0} = 2$. Ces différentes courbes ont été

représentées en fonction de θ_1/θ_c et dans le cas où le rapport $\theta_t/\theta_c = 10$, ce qui constitue une valeur caractéristique pour un amas de galaxies (NATARAJAN et al. 2002b). Comme attendu, l'influence des rayons de cœur et de coupure et celle de la position des images sont inférieures à la sensibilité vis-à-vis de la dispersion de vitesse, sans que l'erreur sur ces paramètres soit toutefois négligeable.

Dans le cas le plus général a_{z_L} , a_{z_S} , $a_{\Omega_{M0}}$ et a_{Ω_Λ} (voir globalement la Fig. 1.10) se calculent numériquement. La connaissance précise des décalages spectraux de la lentille et de la source est d'autant plus importante que cette dernière est proche du défecteur. La source ne doit toutefois pas se trouver trop près de la lentille afin qu'un système d'images multiples puisse se former et soit détectable; il est donc peu vraisemblable que les coefficients a_{z_L} et a_{z_S} dépassent 1 en valeur absolue. *A contrario*, lorsque la source est distante, l'angle de déflexion dépend beaucoup moins de la précision sur z_L et z_S . On atteint alors en effet la valeur asymptotique de $E(z_S)$ (voir Fig. 1.2). Les coefficients a_{z_L} et a_{z_S} sont donc dans le cas général du même ordre de grandeur que ceux caractérisant le potentiel, soit a_{θ_c} , a_{θ_t} et a_{θ_1} .

Enfin, la sensibilité vis-à-vis des paramètres cosmologiques est du second ordre par rapport aux quantités étudiées précédemment (Fig. 1.10). Le phénomène de formation des images est bien plus dépendant de la constante cosmologique que de la densité de matière, comme le montraient les différentes courbes $E(z_S)$ (Figs 1.2), la dépendance cosmologique de E (Figs 1.4) et l'indétermination intrinsèque de la dispersion de

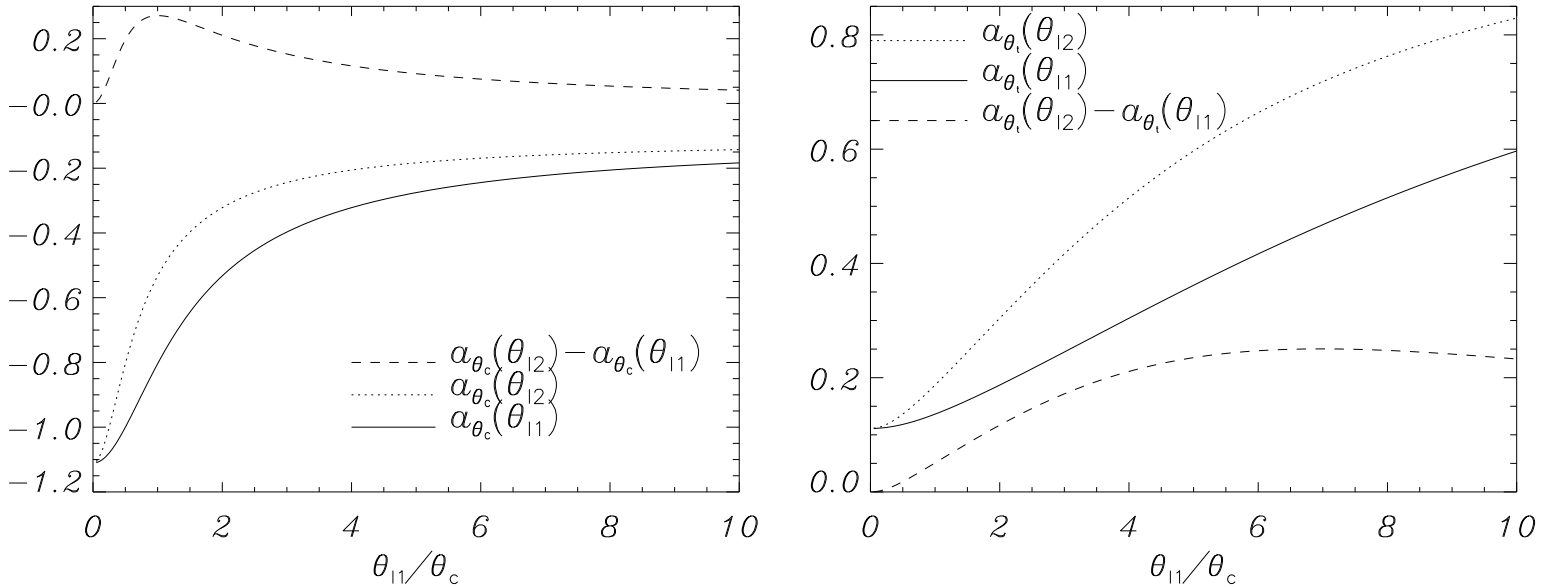


FIG. 1.8 – Paramètres a_{θ_c} et a_{θ_t} . Ils traduisent respectivement la sensibilité de l'angle de déflexion envers les rayons de cœur et de coupure pour un modèle PIEMD (voir l'Éq. (1.17)). **À gauche :** $a_{\theta_c}(\theta_{11})$, $a_{\theta_c}(\theta_{12})$ et $a_{\theta_c}(\theta_{12}) - a_{\theta_c}(\theta_{11})$. **À droite :** $a_{\theta_t}(\theta_{11})$, $a_{\theta_t}(\theta_{12})$ et $a_{\theta_t}(\theta_{12}) - a_{\theta_t}(\theta_{11})$. On a posé dans les deux cas $\theta_t/\theta_c = 10$ et $\theta_2/\theta_{11} = 2$.

vitesse (Figs 1.7). On remarque également que le coefficient $a_{\Omega_{M0}}$ change de signe vers $z_S \simeq 3$ (pour les valeurs $z_L = 0,3$ et $\Omega_\Lambda = 0,7$ choisies à la Fig. 1.10). Pour un décalage spectral du système d'images multiples plus faible, E diminue avec la densité de matière de l'Univers, il augmente dans le cas contraire. La conséquence principale de ce comportement sera de modifier l'orientation des dégénérescences de la dispersion des vitesses $\sigma_0(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ (Fig. 1.7). Pour $z_S \simeq 3$, σ_0 ne dépendra quasiment pas de Ω_{M0} .

Afin de quantifier l'influence relative des différents paramètres lorsqu'un seul système d'images multiples est considéré, on va expliciter l'expression de l'erreur relative $d\alpha/\alpha$ dans le cas où le déflecteur est un amas de galaxies et celui où il s'agit d'une galaxie individuelle.

Amas de galaxies

Dans le cas d'un amas, on considère les valeurs suivantes des différents paramètres : $\theta_t/\theta_c = 10$, $\theta_l/\theta_c = 4$, $z_L = 0,3$, $z_S = 5$, $\Omega_{M0} = 0,3$ et $\Omega_\Lambda = 0,7$. La relation (1.14) permet alors, par calculs analytiques ou numériques, d'exprimer l'Éq. (1.17) sous la

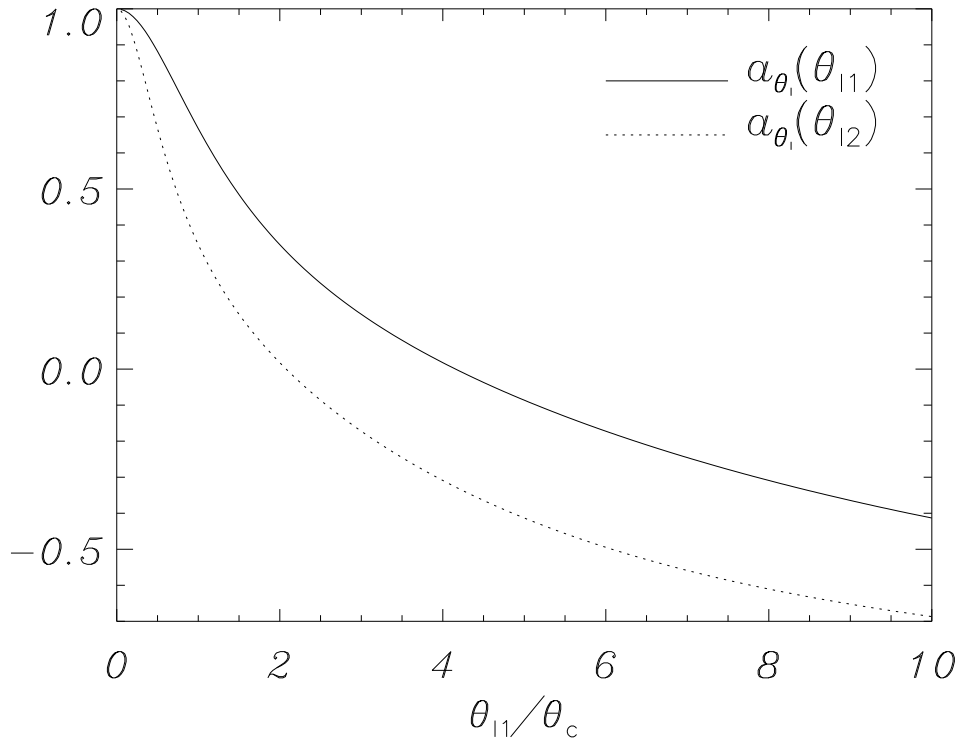


FIG. 1.9 – $a_{\theta_i}(\theta_{l1})$ et $a_{\theta_i}(\theta_{l2})$. Le paramètre a_{θ_i} traduit la dépendance de l'angle de déflexion envers la position de l'image formée dans le cas d'un modèle PIEMD (Éq. (1.17)). On a posé $\theta_t/\theta_c = 10$ et $\theta_{l2}/\theta_{l1} = 2$.

forme suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{\alpha} = & 2 \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} - 0,32 \frac{d\theta_c}{\theta_c} + 0,30 \frac{d\theta_t}{\theta_t} + 0,018 \frac{d\theta_l}{\theta_l} \\ & - 0,17 \frac{dz_L}{z_L} + 0,062 \frac{dz_S}{z_S} + 0,012 \frac{d\Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} + 0,14 \frac{d\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Supposons idéalement que nous connaissions parfaitement l'allure du profil de masse, c'est-à-dire que $\delta\theta_c = \delta\theta_t = 0$. En négligeant la sensibilité en Ω_{M0} , on se demande alors quelle précision serait nécessaire sur la dispersion de vitesse afin de contraindre la constante cosmologique à 50 % près. On peut estimer les différentes sources d'erreurs :

- la précision $\delta\theta_l$ sur le centre des images se calcule en utilisant le premier moment du flux $f(\boldsymbol{\theta})$ sur une image donnée \mathcal{I} :

$$\boldsymbol{\theta}_l = \frac{\int_{\mathcal{I}} \boldsymbol{\theta} f(\boldsymbol{\theta}) d^2\boldsymbol{\theta}}{\int_{\mathcal{I}} f(\boldsymbol{\theta}) d^2\boldsymbol{\theta}}, \quad (1.20)$$

ce qui donne une erreur de l'ordre de grandeur de la résolution spatiale de

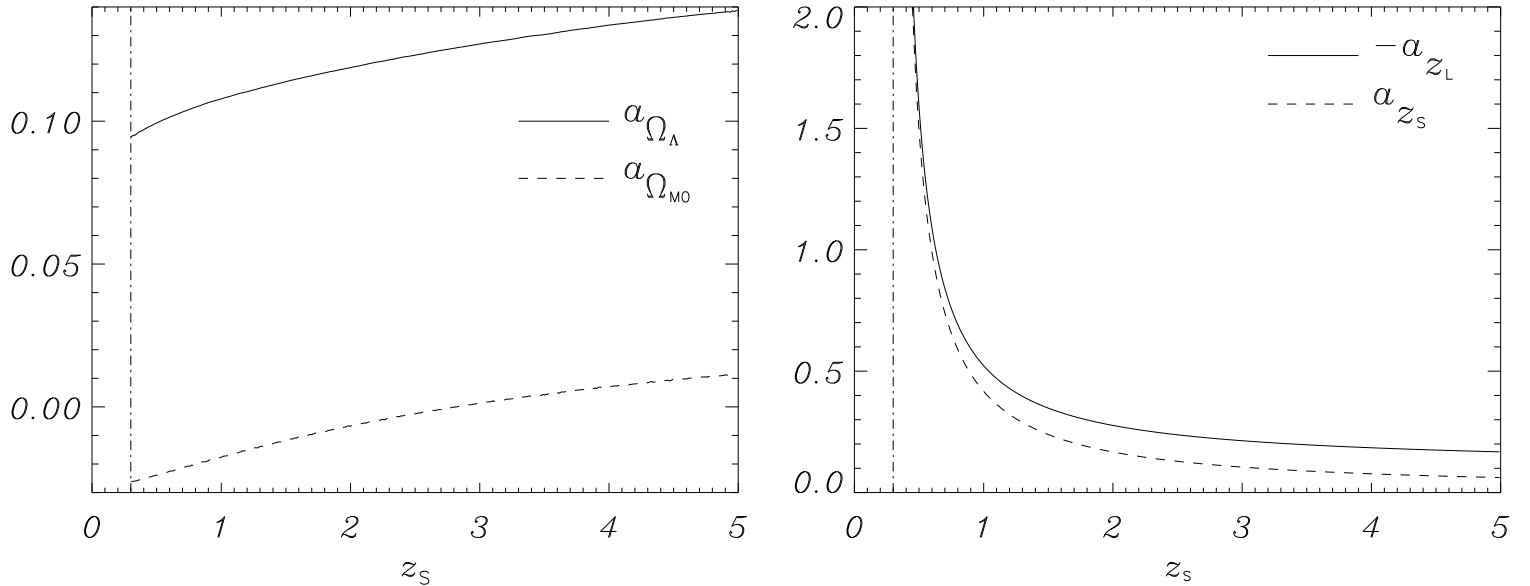


FIG. 1.10 – Paramètres $a_{\Omega_{M0}}$, a_{Ω_Λ} , a_{z_L} et a_{z_S} . Ils traduisent respectivement la sensibilité du rapport de distances diamètre-angulaire E , et donc de l'angle de déflexion α (voir Éqs (1.14) et (1.17)), envers la densité de matière, la constante cosmologique réduite et les décalages spectraux de la lentille et de la source (Éq. (1.18)). **À gauche :** $a_{\Omega_{M0}}(z_S)$ et $a_{\Omega_\Lambda}(z_S)$. **À droite :** $-a_{z_L}(z_S)$ et $a_{z_S}(z_S)$. On a posé $z_L = 0,3$.

l'instrument. La méthode présentée nécessite la qualité des observations *HST* (LINK & PIERCE 1998), soit $\delta\theta_I = 0,1''$;

- afin de réduire l'incertitude sur la connaissance des différents décalages spectraux, on suppose qu'ils sont déterminés spectroscopiquement, de sorte que $\delta z_L = \delta z_S = 0,001$;
- il faut enfin déterminer l'erreur relative sur l'angle de déflexion $\alpha = \theta_I - \theta_S$. Il faudrait donc en principe connaître la position de la source, qui n'est pas une observable. Toutefois, attendu qu'un système d'images multiples se forme dans le régime des fortes déformations, on peut supposer que $\theta_S \ll \theta_I$. Par conséquent, $\alpha \simeq \theta_I$ et $\frac{d\alpha}{\alpha} \simeq \frac{d\theta_I}{\theta_I}$ sont directement reliés à des quantités observables.

En prenant en compte tout ce qui précède et pour une image située à $40''$ du centre, on en déduit d'après l'Éq. (1.19) qu'il faudrait connaître la dispersion de vitesse centrale σ_0 avec une précision de 3,5 % pour espérer contraindre Ω_Λ à 50 % près. Une telle détermination n'est pas actuellement accessible dans le cas des amas de galaxies.

Recemment, CHIBA & TAKAHASHI (2002) ont conduit des calculs d'erreurs similaires dans le cas de profils SIS et NFW. Ils retrouvent également que la dépendance de l'angle de déflexion envers les paramètres cosmologiques (Ω_{M0} et w dans leur étude) est bien moindre que par rapport aux paramètres physiques (dispersion de vitesse et rayon caractéristique). Leur application à l'amas CL 0024+1654 montre honnêtement qu'aucune contrainte cosmologique n'est possible avec un seul système d'images dans un amas de galaxies, tant que son modèle de potentiel n'est pas plus précis.

Galaxie-lentille

Pour une galaxie jouant le rôle de déflecteur, on considère typiquement les valeurs suivantes : $\theta_t/\theta_c = 200$, $\theta_I/\theta_c = 200$ (rapports issus de la modélisation de HST 14176+5226 par HJORTH & KNEIB (2002)), $z_L = 0,3$, $z_S = 5$, $\Omega_{M0} = 0,3$ et $\Omega_\Lambda = 0,7$. En utilisant l'Éq.(1.14) on peut alors donner les valeurs des coefficients de l'Éq. (1.17) :

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{\alpha} &= 2 \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} - 0,0086 \frac{d\theta_c}{\theta_c} + 0,50 \frac{d\theta_t}{\theta_t} - 0,50 \frac{d\theta_I}{\theta_I} \\ &- 0,17 \frac{dz_L}{z_L} + 0,062 \frac{dz_S}{z_S} + 0,012 \frac{d\Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} + 0,14 \frac{d\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda} \end{aligned} \quad (1.21)$$

Par rapport au cas d'un amas, on remarque en particulier que la connaissance précise du rayon de cœur θ_c est bien moins importante que celle du rayon de troncature θ_t , qui – avec la dispersion de vitesse – permet de décrire le profil de masse des galaxies (NATARAJAN et al. 2002a).

On considère ici aussi que dans l'idéal le profil de masse est parfaitement connu, on prend les mêmes erreurs observationnelles que dans le cas d'un amas de galaxies

et on pose la valeur caractéristique $\theta_1 = 1''$. L'Éq. (1.21) permet alors de déduire qu'il est nécessaire d'obtenir indépendamment une précision relative de 8,3 % sur σ_0 si l'on souhaite déterminer la constante cosmologique à 50 % près par l'observation d'un système d'images multiples formé par une galaxie. Pour une galaxie typique, cela représente une erreur absolue d'environ 15 km s^{-1} . WARREN et al. (1998) ont mesuré une dispersion de vitesse du déflecteur du l'anneau d'Einstein 0047–2808 à 30 km s^{-1} près. Dans ce système la galaxie-lentille est à un décalage $z_L = 0,485$ et la source a été confirmée à $z_S = 3,595$ (WARREN et al. 1996). En modélisant la galaxie par un profil EIS, et suivant le test exposé ci-dessus, FUTAMASE & HAMAYA (1999) ont pu simplement conclure que $\Omega_\Lambda \leq 1,2$. Une meilleure précision pourra être obtenue en observant des raies d'absorption fortes sur des télescopes de 10 m, ou avec l'instrument *FOCAS* (« *faint object camera and spectrograph* ») monté sur *SUBARU* (KASHIKAWA et al. 2000). Cette simple méthode serait suffisante pour confirmer l'accélération de l'Univers.

1.3.3 Cas de deux systèmes d'images multiples

Avec un second système d'images multiples, une autre zone de la courbe $E(z_S)$ (Fig. 1.2) est alors sondée, les paramètres physiques de la lentille demeurant inchangés. Dans ce cas, et en supposant toujours que dans le régime des fortes déformations $\theta_S \ll \theta_1$, la quantité pertinente est le rapport entre les deux angles de déviation de deux images θ_{I1} et θ_{I2} appartenant à des systèmes de décalages spectraux z_{S1} et z_{S2} . Les angles de déflexion $\alpha_1 \simeq \theta_{I1}$ et $\alpha_2 \simeq \theta_{I2}$ rendent compte de la position des deux lignes critiques correspondantes. On définit alors le rapport $R_{12} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$. Cette fonction a l'avantage de ne plus dépendre de σ_0 (voir Éq. (1.14)), ce qui n'est pas propre au profil *PIEMD* considéré pour l'application (voir Éq. (1.6)). Suivant la définition (1.17), on peut alors écrire

$$\begin{aligned} \frac{dR_{12}}{R_{12}} &= \frac{dE(z_{S2})}{E(z_{S2})} - \frac{dE(z_{S1})}{E(z_{S1})} + \alpha_{\theta_I}(\theta_{I2}) \frac{d\theta_{I2}}{\theta_{I2}} - \alpha_{\theta_I}(\theta_{I1}) \frac{d\theta_{I1}}{\theta_{I1}} \\ &+ \left(\alpha_{\theta_c}(\theta_{I2}) - \alpha_{\theta_c}(\theta_{I1}) \right) \frac{d\theta_c}{\theta_c} + \left(\alpha_{\theta_t}(\theta_{I2}) - \alpha_{\theta_t}(\theta_{I1}) \right) \frac{d\theta_t}{\theta_t} \end{aligned}$$

L'application numérique se fonde sur les valeurs typiques suivantes : $\theta_t/\theta_c = 10$, $\theta_{I2}/\theta_c = 4$, $\theta_{I1}/\theta_c = 2$, $z_L = 0,3$, $z_{S1} = 0,6$ et $z_{S2} = 5$; on se place enfin dans le cadre cosmologique ΛCDM , soit $\Omega_{M0} = 0,3$ et $\Omega_\Lambda = 0,7$. Le calcul des différents coefficients (voir aussi les Figs 1.8, 1.9 et 1.10) donne la relation

$$\begin{aligned} \frac{dR_{12}}{R_{12}} &= 0,22 \frac{d\theta_c}{\theta_c} + 0,11 \frac{d\theta_t}{\theta_t} - 0,35 \frac{d\theta_{I1}}{\theta_{I1}} - 0,018 \frac{d\theta_{I2}}{\theta_{I2}} \\ &+ 0,92 \frac{dz_L}{z_L} - 0,99 \frac{dz_{S1}}{z_{S1}} + 0,062 \frac{dz_{S2}}{z_{S2}} + 0,034 \frac{d\Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} + 0,037 \frac{d\Omega_\Lambda}{\Omega_\Lambda}. \end{aligned} \quad (1.22)$$

La contribution des paramètres physiques de l'amas-lentille dans ce bilan d'erreurs est fortement atténuée par rapport au cas où une seule famille d'images est présente (Éq.(1.19)). Il n'y a plus de dépendance en σ_0 et la sensibilité au profil de masse (θ_c, θ_t) se réduit d'un facteur 2 environ. Ceci correspond simplement à la variation du potentiel entre les positions θ_{I^1} et θ_{I^2} , la normalisation absolue étant éliminée. La forme de la distribution de masse constitue toutefois la principale source d'incertitude puisqu'on ne peut pas espérer contraindre θ_c et θ_t à mieux que 1,5 et 2 % respectivement (voir § 2.3.3).

En ce qui concerne les décalages spectraux, l'application numérique a considéré une des sources à proximité de la lentille ($z_{S1} = 2 z_L = 0,6$), afin d'augmenter la sensibilité cosmologique (voir § 1.2.4). Comme on l'a vu toutefois, les coefficients a_{z_L} et $a_{z_{S1}}$ correspondants sont donc importants. Une estimation très précise, par spectroscopie ($\delta z \simeq 0,001$), des valeurs des décalages spectraux est donc essentielle. Une estimation photométrique¹ ne serait pas suffisante puisqu'on ne peut alors espérer une précision meilleure que 10 % dans la plupart des cas ($\delta z \simeq 0,1-0,2$, BOLZONELLA et al. 2000).

On conserve pour la position des images la précision donnée par le télescope spatial : $\delta\theta_t = 0,1''$. Dans l'approximation des fortes déformations, on a $\frac{dR_{12}}{R_{12}} \simeq \frac{d\theta_{I^2}}{\theta_{I^2}} - \frac{d\theta_{I^1}}{\theta_{I^1}}$.

Il est alors possible de réécrire l'Éq. (1.22) sous une forme donnant la quantité $a_{\Omega_{M0}}^{12} \frac{d\Omega_{M0}}{\Omega_{M0}} + a_{\Omega_{\Lambda}}^{12} \frac{d\Omega_{\Lambda}}{\Omega_{\Lambda}}$, et ce *pour tout choix de paramètres cosmologiques*. Dans l'application numérique considérée plus haut, avec $\Omega_{M0} = 0,3$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,7$, les coefficients prennent les valeurs : $a_{\Omega_{M0}}^{12} = 0,034$ et $a_{\Omega_{\Lambda}}^{12} = 0,037$. On souhaite maintenant déterminer, pour l'ensemble des valeurs physiquement acceptables de Ω_{M0} et Ω_{Λ} , la précision avec laquelle on peut en théorie contraindre ces paramètres à partir de l'observation de deux systèmes d'images multiples dans un amas de galaxies.

Toutes choses étant égales par ailleurs, la sensibilité envers les paramètres et variables du potentiel gravitationnel ($\theta_c, \theta_t, \theta_{I^1}$ et θ_{I^2}) ne change pas et les coefficients correspondants demeurent ceux de l'Éq. (1.22). Seules les dépendances par rapport aux décalages spectraux et aux paramètres cosmologiques sont modifiées lorsqu'on parcourt le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. On calcule alors numériquement ces coefficients pour chaque cosmologie.

Il faut en outre disposer de la dégénérescence $\frac{\partial\Omega_{M0}}{\partial\Omega_{\Lambda}}$ afin d'obtenir soit $\delta\Omega_{M0}$ soit $\delta\Omega_{\Lambda}$. Les paramètres cosmologiques sont en effet dégénérés suivant les iso-contours du rapport

$$e(z_{S1}, z_{S2}) = \frac{E(z_{S2})}{E(z_{S1})} \quad (1.23)$$

1. fondée sur l'observation de l'objet dans différents filtres colorés ; z est alors déterminé par la comparaison relative des différents flux obtenus avec ceux de modèles de galaxies, décalés spectralement d'une valeur optimale.

(Fig. 1.4). En considérant – pour z_L , z_{S1} et z_{S2} donnés – deux points $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et $(\Omega_{M0} + d\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda + d\Omega_\Lambda)$ se trouvant sur un iso-contour du rapport e , on a la relation $e(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda) = e(\Omega_{M0} + d\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda + d\Omega_\Lambda)$. On en tire l'expression de la dégénérescence entre la densité de matière et la constante cosmologique dans le cadre de cette étude :

$$\frac{\partial \Omega_{M0}}{\partial \Omega_\Lambda} = - \frac{\frac{\partial e(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)}{\partial \Omega_\Lambda}}{\frac{\partial e(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)}{\partial \Omega_{M0}}} \quad (1.24)$$

Finalement, les erreurs $\delta\Omega_{M0}$ et $\delta\Omega_\Lambda$ sont portées sur la Fig. 1.11 pour une suite continue de modèles d'Univers. On constate tout d'abord que la contrainte des paramètres cosmologiques par ce test est très forte. On obtient par exemple les résultats suivants pour deux modèles d'Univers classiques :

$$\Lambda CDM : \quad \Omega_{M0} = 0,30 \pm 0,04 \quad \Omega_\Lambda = 0,70 \pm 0,09 \quad (1.25)$$

$$EdS : \quad \Omega_{M0} = 1,00 \pm 0,07 \quad \Omega_\Lambda = 0,00 \pm 0,19 \quad (1.26)$$

L'estimation de la géométrie de l'Univers par l'étude de plusieurs systèmes d'images multiples dans les amas-lentilles est par conséquent une méthode à explorer. Elle peut permettre de préciser les paramètres cosmologiques avec des barres d'erreur faibles

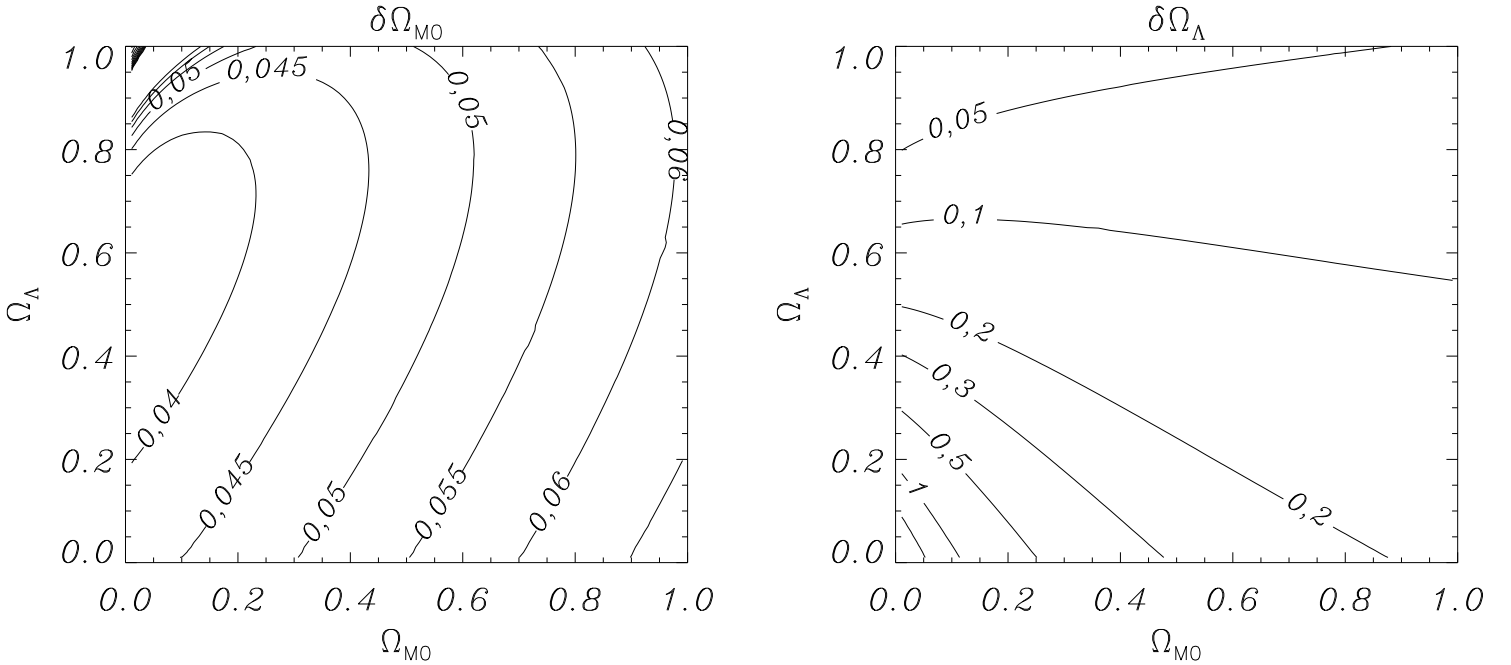


FIG. 1.11 – Erreurs sur la densité de matière $\delta\Omega_{M0}$ (à gauche) et sur la constante cosmologique $\delta\Omega_\Lambda$ (à droite) en fonction de $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. Ces contraintes sont attendues suite à l'observation de deux systèmes d'images multiples dans un amas de galaxies dans la configuration idéale typique décrite au § 1.3.3.

et comparables à celles issues d'autres tests. Il est toutefois clair que l'application numérique sur laquelle se fondent ces résultats a considéré un cas idéal. L'amas de galaxies n'est décrit que par un profil symétrique simple de position absolue supposée connue, alors qu'en réalité une telle distribution de masse est elliptique (avec une ellipticité, une orientation et un centre dont les valeurs ne sont pas connues avec précision et que l'on doit modéliser), présente des sous-structures et possède une contribution des galaxies individuelles de l'amas, soit autant de paramètres supplémentaires qui handicapent d'autant plus la sensibilité cosmologique. Les barres d'erreurs reportées à la Fig. 1.11 sont sans aucun doute sous-estimées, le but de ce développement n'étant que d'évaluer typiquement la sensibilité cosmologique du test proposé. Il semble de ce point de vue assez encourageant pour demander une étude approfondie.

En étudiant plus en détail la Fig. 1.11, on remarque que la méthode est en général plus sensible à la densité de matière qu'à la constante cosmologique, pour laquelle les barres d'erreurs sont plus élevées. Cela peut *a priori* paraître contradictoire avec le fait que l'effet de lentille gravitationnelle est davantage sensible à la Ω_Λ qu'à Ω_{M0} . En ce qui concerne les statistiques d'images multiples, il s'agit d'un test dépendant du volume cosmologique qui dépend fortement de Ω_Λ . Quant à l'effet de lentille proprement dit, le rapport de distances diamètre-angulaire E – qui intervient directement dans l'angle de déflexion et la position des lignes critiques – est en effet très sensible à la constante cosmologique (voir la Fig. 1.3 et le § 1.3.2). La méthode présentée ici se fonde toutefois sur l'observation de plusieurs systèmes d'images, et contraint donc des rapports de termes E pour des sources différentes ; cette quantité dépend quant à elle principalement de la densité de matière actuelle (voir la Fig. 1.4).

On remarque encore que l'erreur attendue sur Ω_{M0} dépend peu de la cosmologie, hormis pour une densité de matière très faible et $\Omega_\Lambda \sim 1$. L'ordre de grandeur est $\delta\Omega_{M0} \sim 0,05$. L'amplitude de variation de $\delta\Omega_\Lambda$ est plus large, les plus mauvaises déterminations ayant lieu si l'Univers est de type ouvert, avec Ω_{M0} et Ω_Λ tous deux assez faibles.

Enfin, les estimations obtenues ici requièrent la précision des images *HST* des amas et des observations spectroscopiques profondes afin de déterminer le décalage spectral des arcs multiples. Cela étant considéré comme acquis, le chapitre suivant va se fonder sur des simulations numériques de lentilles et de systèmes d'images multiples et étudier l'influence du potentiel de l'amas et de sa modélisation sur les contraintes cosmologiques.

Chapitre 2

Contraintes cosmologiques : simulations numériques

2.1 Existence de plusieurs systèmes d'images multiples

De nombreux amas-lentilles sont connus pour exhiber plusieurs systèmes d'images multiples, dont les décalages ont été obtenus spectroscopiquement ou photométriquement. Un modèle de lentille gravitationnelle peut alors être mis en place avec une bonne précision ; il permet ainsi de prévoir l'existence d'autres familles d'images et d'estimer leur décalage spectral. Lorsque ces images sont ensuite identifiées et soumises à des observations spectroscopiques, un processus itératif permet de modéliser la distribution de masse projetée de la lentille avec finesse ; les paramètres caractérisant le potentiel sont alors très fortement contraints. Ce procédé a été appliqué avec succès dans quelques amas, tels :

- A 2218 (KNEIB et al. 1996) ;
- A 370 (KNEIB et al. 1993; SMAIL et al. 1996; BÉZECOURT et al. 1999) ;
- AC 114 (NATARAJAN et al. 1998; CAMPUSANO et al. 2001).

Afin d'appliquer plus systématiquement la méthode proposée ici, on se demande si ces quelques amas-lentilles sont représentatifs de configurations générales ou bien s'ils reflètent des cas particuliers et improbables. Pour y répondre, on simule un amas typique à $z = 0,2$ avec les caractéristiques suivantes. Le halo principal est décrit par un profil *PIEMD* (dont l'Éq. (1.13) donne la densité volumique de masse) pour lequel on a pris un rayon de cœur $r_c = 50 \text{ kpc}$ et un rayon de troncature $r_t = 500 \text{ kpc}$. Ces valeurs sont typiques des amas-lentilles à ce décalage spectral (SMITH et al. 2001). On fait varier la dispersion de vitesse centrale de $\sigma_0 = 800$ à $1\,400 \text{ km s}^{-1}$, et par conséquent le rayon d'Einstein R_E correspondant. En outre, suivant la recommandation de NATARAJAN & KNEIB (1996), 12 galaxies individuelles viennent compléter la distribution, pour une contribution de 30 % à la masse totale de l'amas. Les dispersions de vitesse σ de ces galaxies sont mises à l'échelle suivant leur luminosité L d'après la relation de FABER & JACKSON (1976) :

$$\sigma = \sigma_* \left(\frac{L}{L_*} \right)^{1/4} \quad (2.1)$$

avec $\sigma_* = 150 \text{ km s}^{-1}$ (d'après FABER et al. 1997). Quant aux rayons de cœur et de troncature pour les galaxies, on les prend tels que

$$\theta_c = \theta_{c*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^{1/2} \quad (2.2)$$

$$\theta_t = \theta_{t*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^{1/2} . \quad (2.3)$$

Ceci fixe le rapport M/L pour toutes ces galaxies (voir BRAINERD et al. 1996; NATARAJAN & KNEIB 1997, et la Partie I, § 5.4.3, Profil *PIEMD*).

Pour simuler la population de sources d'arrière-plan, on utilise l'image du *HDF* acquise par le télescope spatial *HST* (WILLIAMS et al. 1996). FERNÁNDEZ-SOTO et al. (1999) ont extrait 946 galaxies dans la zone la plus profonde de l'image *F814W* jusqu'à une magnitude limite $m_{AB(8140)} = 28,0$ et sur un champ de $3,92''^2$. Les auteurs fournissent un catalogue de décalages spectraux photométriques pour tous ces objets. En outre, un décalage spectroscopique est disponible pour environ 10 % de ces galaxies. On utilise cette distribution en z (préférentiellement les décalages spectroscopiques s'ils sont disponibles) comme échantillon de galaxies-sources subissant l'influence gravitationnelle des amas simulés. Afin que le test soit statistiquement significatif, on génère un catalogue source de même distribution en z mais contenant dix fois plus de galaxies que celles extraites de l'image *HDF*. Ces sources sont alors placées aléatoirement sur un champ de $40 \times 40''^2$ centré sur l'amas de galaxies simulé. On vérifie que cette région contient la ligne caustique radiale, de sorte qu'on n'omet pas d'éventuelles images multiples. On normalise enfin les résultats pour que la densité numérique de sources soit celle du *HDF*.

La Tab. 2.1 présente le nombre de systèmes d'images multiples suivant leur multiplicité pour chaque valeur de la dispersion de vitesse centrale du halo principal. On a aussi déterminé le nombre de familles dont chaque image puisse être détectable, c'est-à-dire telle que $m_{AB(8140)} < 24,5$ (ce qui correspond à un temps d'intégration typique de 10 ks sur le *HST*). Toutefois, des objets tels que $m_{AB(8140)} > 28,0$ (et donc non contenus dans ce catalogue profond de l'image *HDF*) pourraient être observés grâce à l'effet de « télescope gravitationnel » si l'amas les amplifie d'un facteur supérieur à 25. On néglige ces rares cas dans cette simulation.

Ainsi, pour un amas suffisamment massif (soit $\sigma_0 \geq 1\,200\text{ km s}^{-1}$, ce qui correspond à $M_{\text{tot}} \geq 2\,10^{14} M_{\odot}$ pour le potentiel choisi) de nombreux systèmes d'images multiples (principalement triples) sont formés et une partie significative est observable.

Bien que cette simulation soit assez simple et ne puisse pas être utilisée pour des statistiques rigoureuses de formation d'images, il est toutefois clair que l'utilisation de plusieurs systèmes d'images multiples pour la contrainte des paramètres cosmologiques est réaliste et potentiellement applicable à un grand nombre d'amas riches.

2.2 Méthode et algorithme

2.2.1 Profils de masse

Dans la plupart des cas, les amas de galaxies présentent une ellipticité globale dans leur profil de lumière ou la distribution de gaz mise en évidence par les isophotes X. Il est admis que cette asymétrie est liée à une ellipticité de la distribution de masse. Plusieurs amas-lentille ont été modélisés de la sorte, par exemple MS 2137–23 (MELLIER et al. 1993) ou A 2218 (KNEIB et al. 1996). Les amas choisis pour les

σ_0	(km s^{-1})		800	1000	1200	1400	
R_E	(arcsec)		5	14	28	40	
j	0	$n_0^{(1)}$	78	73	69	65	
		n_0^*	0	0	0	0	
	1	$n_1^{(2)}$	107	107	99	66	
		$n_1^{*(3)}$	29	34	34	26	
	2	n_2	0	0,068	0,14	0,10	
		n_2^*	0,11	0,41	2,3	13	
	3	n_3	0,12	0,60	8,0	41	
		n_3^*	0,034	0,068	1,7	3,9	
	4	n_4	0,034	0,011	0,034	0,057	
		n_4^*	0,011	0,011	0,034	0,011	
	5	n_5	0,022	0,011	0,11	0,011	
		n_5^*	0,011	0	0	0,011	
	6	n_6	0,011	0	0	0,011	
		n_6^*	0	0	0	0,011	
	7	n_7	0,011	0	0,011	0,011	
		n_7^*	0	0,011	0	0	
	8	n_8	0	0,011	0	0	
		n_8^*	0	0	0	0	
	total	$(j \geq 2)$	n_{tot}	0,18	0,70	8,3	41
			n_{tot}^*	0,17	0,50	4,0	17

⁽¹⁾dont 0,6 galaxie à $z \leq 0.2$.

⁽²⁾dont 5,2 galaxies à $z \leq 0.2$.

⁽³⁾dont 4,6 galaxies à $z \leq 0.2$.

TAB. 2.1 – Nombre de systèmes d’images multiples obtenus en présence d’un amas-lentille simulé. On génère différents défecteurs en modifiant la valeur de la dispersion de vitesse σ_0 du halo principal (on donne le rayon d’Einstein R_E correspondant pour $z_S = 1$). Le profil de masse de l’amas comprend en outre 12 galaxies individuelles. Les sources suivent la distribution en z du HDF et leur position est tirée aléatoirement dans un champ central de $40 \times 40''$. n_j est le nombre de systèmes contenant j images. n_j^* est le nombre de systèmes de j images dont la magnitude $m_{\text{AB}(8140)} < 24,5$, c’est-à-dire observationnellement détectables. Ainsi, chaque système est compté à la fois dans n_i et n_j^* (avec $j \leq i$) lorsque simplement j images parmi les i sont détectables. Les systèmes comptabilisés dans n_0 ne contiennent aucune image détectable. Finalement $n_1 + n_{\text{tot}} = n_0 + n_1^* + n_{\text{tot}}^*$, ce qui correspond au nombre de galaxies dans le champ.

simulations numériques présenteront donc un profil elliptique.

Deux distributions principales de masse vont être utilisées : les profils *PIEMD* et *NFW* (voir Partie I, § 5.4.3). Ils diffèrent notablement au centre : le premier possède un cœur plat, alors que le second montre une singularité. On crée un modèle elliptique de la distribution *PIEMD* en remplaçant, dans l'expression de la densité surfacique de masse circulaire (Partie I, Éq. (5.96)), la coordonnée radiale $R = (X_\Delta, Y_\Delta)$ par $R_{\epsilon, \theta}$ tel que (KASSIOLA & KOVNER 1993; NATARAJAN & KNEIB 1997)

$$R_{\epsilon, \theta} = \left(\frac{X_\Delta \cos \theta + Y_\Delta \sin \theta}{1 + \epsilon} \right)^2 + \left(\frac{-X_\Delta \sin \theta + Y_\Delta \cos \theta}{1 - \epsilon} \right)^2. \quad (2.4)$$

Les dimensions $X_\Delta = X - X_0$ et $Y_\Delta = Y - Y_0$ sont définies par référence au centre de l'amas (X_0, Y_0) . La densité surfacique de masse Σ possède alors une ellipticité ϵ et le grand axe de ses contours est orienté d'un angle θ par rapport à une direction absolue dans le ciel. En notant a le grand axe et b le petit axe d'un contour de Σ , l'ellipticité est telle que $\epsilon = \frac{a - b}{a + b}$. Le potentiel gravitationnel projeté ϕ pris pour modèle est donc complètement décrit par 7 paramètres, soit X_0 , Y_0 , ϵ et θ pour l'aspect géométrique, et σ_0 , θ_c et θ_t en ce qui concerne la partie physique.

Pour le profil de masse universel NFW, on utilise le modèle elliptique d'angle de déflexion développé à la Partie I (§ 5.5) et appliqué à cette distribution (Partie I, § 5.5.4). On rappelle que l'ellipticité s'introduit alors dans l'angle de déflexion et qu'elle est équivalente à celle du potentiel gravitationnel projeté. L'ellipticité de la densité surfacique de masse qui en découle est environ deux fois plus élevée. On peut décrire plus généralement le potentiel gravitationnel correspondant par 6 paramètres : X_0 , Y_0 , ϵ et θ pour sa géométrie, et σ_c et θ_s pour l'allure du profil. θ_s est le rayon angulaire caractéristique de la distribution ($\theta_s = D_{OL} r_s$). Quant à la dispersion des vitesses, elle tend vers 0 au centre ; on peut toutefois définir la valeur caractéristique suivante (voir Partie I, § 5.4.3 et Éq. (5.75)) :

$$\sigma_c^2 = G \delta_c \rho_c r_s^2. \quad (2.5)$$

2.2.2 Algorithme et calcul du χ^2

Afin de simuler une configuration de lentille gravitationnelle, on doit fixer, outre le potentiel du déflecteur, son décalage spectral z_L et les valeurs des paramètres cosmologiques – $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0)$ ou bien (Ω_{M0}^0, w^0) en se plaçant alors dans un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$). Le code d'optique gravitationnelle *LENSTOOL* développé par KNEIB (1993) permet alors de retrouver la source mère d'une image ou bien, par une méthode inverse, de déterminer les images données par une galaxie-source elliptique située à un décalage connu z_S .

Les données dont on suppose disposer, comme dans un cas réel, consistent alors en différents jeux d'images multiples à divers décalages spectraux. Dans tous les cas, les images centrales désamplifiées calculées par le code ne seront pas prises en

considération en tant qu'observables. Elles sont en effet assez faibles et souvent dans l'axe de visée direct du cœur de l'amas, et par conséquent non détectables.

Ces observables vont permettre, *pour tout point fixé d'une grille* $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ ou (Ω_{M0}, w) , de contraindre des paramètres choisis décrivant le potentiel. La vraisemblance de l'ajustement des données par le modèle est obtenue via une minimisation de χ^2 , suivant une méthode parabolique ou de type Monte Carlo. Le χ^2 est calculé dans le plan source de la façon suivante :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \frac{[\mathcal{A}_j^i(\boldsymbol{\theta}_{S_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{SG^i})]^2}{\sigma_{I_j^i}^2} \quad (2.6)$$

L'indice supérieur i fait référence à un système donné (il y en a n au total), et l'indice inférieur j sert à désigner les différentes images de cette famille qui en compte n_i . Il y a donc un total de $\sum_{i=1}^n n_i = N$ images, et $\sum_{i=1}^n 2(n_i - 1) = 2(N - n) = N_C$ contraintes sur le modèle. N_C n'est pas directement égal au double¹ du nombre d'images. La position de la source est en effet nécessaire pour relier les coordonnées d'une image au modèle de potentiel (voir l'Éq. (1.1)). Celle-ci étant inconnue, il faut l'éliminer en combinant deux équations des lentilles pour deux images issues de cette même source. Ceci enlève donc deux contraintes par système et conduit à l'expression de N_C .

Ensuite, dans l'expression (2.6) du χ^2 , $\boldsymbol{\theta}_{S_j^i}$ est la position de la source associée à l'image $\boldsymbol{\theta}_{I_j^i}$ dans le processus d'inversion de l'équation des lentilles, et ce pour le modèle optimum. Tous ces points du plan source devraient idéalement être à la même position lorsqu'ils correspondent à des images d'un système donné. Ce n'est en fait pas exactement le cas, et la vraisemblance d'un ajustement par un modèle est calculée pour être d'autant meilleure que les différentes positions des sources issues d'images d'une même famille sont les plus proches possible.

Ainsi, $\boldsymbol{\theta}_{SG^i}$ est le barycentre – sur l'indice j – des points du plan source $\boldsymbol{\theta}_{S_j^i}$. Pour estimer la pertinence du modèle, les écarts entre $\boldsymbol{\theta}_{S_j^i}$ et $\boldsymbol{\theta}_{SG^i}$ doivent être comparés à une contrainte observationnelle. Attendu que le plan source est inconnu, ces différences doivent être ramenées dans le plan image afin de les comparer à la résolution spatiale du cliché.

On pourrait alors penser à inverser l'équation des lentilles (1.1) afin de déterminer les positions des images que forme le barycentre $\boldsymbol{\theta}_{SG^i}$, et de les comparer aux différents $\boldsymbol{\theta}_{I_j^i}$. Cette méthode est en fait très coûteuse en temps de calcul. En outre, comme la relation entre les plans source et image n'est pas bijective pour un amas surcritique, l'inversion peut ne pas donner systématiquement toutes les images attendues.

On va en fait utiliser la matrice d'amplification \mathcal{A}_j^i à la position de l'image $\boldsymbol{\theta}_{I_j^i}$. Ses éléments sont en effet directement calculables à ce stade du processus. Notons $\boldsymbol{\theta}_{IG_j^i}$ l'image de $\boldsymbol{\theta}_{SG^i}$ située à proximité de l'observable $\boldsymbol{\theta}_{I_j^i}$. C'est ainsi à $\boldsymbol{\theta}_{I_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{IG_j^i}$

1. la position d'une image pose deux contraintes de coordonnées

qu'il faut comparer la résolution spatiale de l'image. Même si l'on ne connaît pas la position $\boldsymbol{\theta}_{\text{IG}_j^i}$, on montre que $\boldsymbol{\theta}_{\text{I}_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{\text{IG}_j^i} = \mathcal{A}_j^i (\boldsymbol{\theta}_{\text{S}_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{\text{SG}^i})$.

En effet, $\boldsymbol{\theta}_{\text{S}_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{\text{SG}^i} \equiv \boldsymbol{\delta S}_j^i$ et $\boldsymbol{\theta}_{\text{I}_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{\text{IG}_j^i} \equiv \boldsymbol{\delta I}_j^i$ sont supposés être négligeables devant l'échelle de variation de la matrice d'amplification \mathcal{A}_j^i . Par définition même, la transformation locale entre le plan source et le plan image s'écrit $\boldsymbol{\delta I}_j^i = \mathcal{A}_j^i \boldsymbol{\delta S}_j^i$. Par conséquent, l'expression (2.6) du χ^2 peut se réécrire sous la forme

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(\boldsymbol{\theta}_{\text{I}_j^i} - \boldsymbol{\theta}_{\text{IG}_j^i})^2}{\sigma_{\text{I}_j^i}^2}. \quad (2.7)$$

Le numérateur fait apparaître la différence entre la position observée de l'image et celle donnée par le modèle de lentille (en supposant que la galaxie-source est au barycentre des points du plan source issus des images d'un même système). On compare alors naturellement cette quantité à la résolution mesurée sur la position du centre de l'image considérée. Pour les simulations numériques, on prendra la valeur constante $\sigma_{\text{I}_j^i} \equiv \sigma_{\text{I}} = 0,1''$, ce qui correspond à la résolution spatiale du *HST*.

Si N_{P} est le nombre de paramètres à ajuster pour le potentiel de l'amas, il y a un total de $N_{\text{L}} = N_{\text{P}} + 2$ paramètres libres si l'on inclut les paramètres cosmologiques (soit $(\Omega_{\text{M}0}, \Omega_{\Lambda})$ soit $(\Omega_{\text{M}0}, w)$). Attendu qu'il y a N_{C} contraintes indépendantes, on calcule donc une distribution de χ^2 pour $\nu = N_{\text{C}} - N_{\text{P}}$ degrés de liberté. Pour chaque cosmologie fixée, un χ^2 rendra compte de la vraisemblance de l'ajustement pour le modèle le plus adéquat issu de l'optimisation. Si χ_{min}^2 est la valeur minimum du χ^2 sur l'ensemble des valeurs prises par les paramètres cosmologiques, on tirera – p. ex. dans le cas sans autre énergie noire que Λ – des contours de $\chi^2(\Omega_{\text{M}0}, \Omega_{\Lambda}) - \chi_{\text{min}}^2$ les niveaux de confiance sur la densité de matière et la constante cosmologique.

En pratique, les simulations seront effectuées en considérant comme paramètres libres du potentiel ceux qui portent une signification physique, c'est-à-dire la dispersion de vitesse et les rayons de cœur ou de coupure. Ces rayons seront exprimés de manière angulaire (θ en $''$), et non physique ($R = D_{\text{OL}} \theta$) puisque ce dernier paramètre dépend de la cosmologie. On fixe $H_0 = 65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}$ pour toute la suite.

2.3 Simulations numériques

2.3.1 Cas d'un halo simple

L'amas de galaxies est ici simulé par un halo simple du type NFW pseudo elliptique (voir Partie I, § 5.5.4) à un décalage spectral $z_{\text{L}} = 0,3$. Les quatre paramètres géométriques de l'amas prendront les valeurs fixées : $X_0 = 0$, $Y_0 = 0$, $\theta = 0^\circ$ et $\epsilon = 0,1$. Pour la génération des images, la dispersion des vitesses caractéristique (Éq. (2.5)) sera $\sigma_{\text{c}} = 1225 \text{ km s}^{-1}$, et le rayon d'échelle de la distribution tel que $\theta_{\text{s}} = 31,3''$ (soit $r_{\text{s}} = 150 \text{ kpc}$). La cosmologie choisie est enfin celle d'un Univers plat ΛCDM :

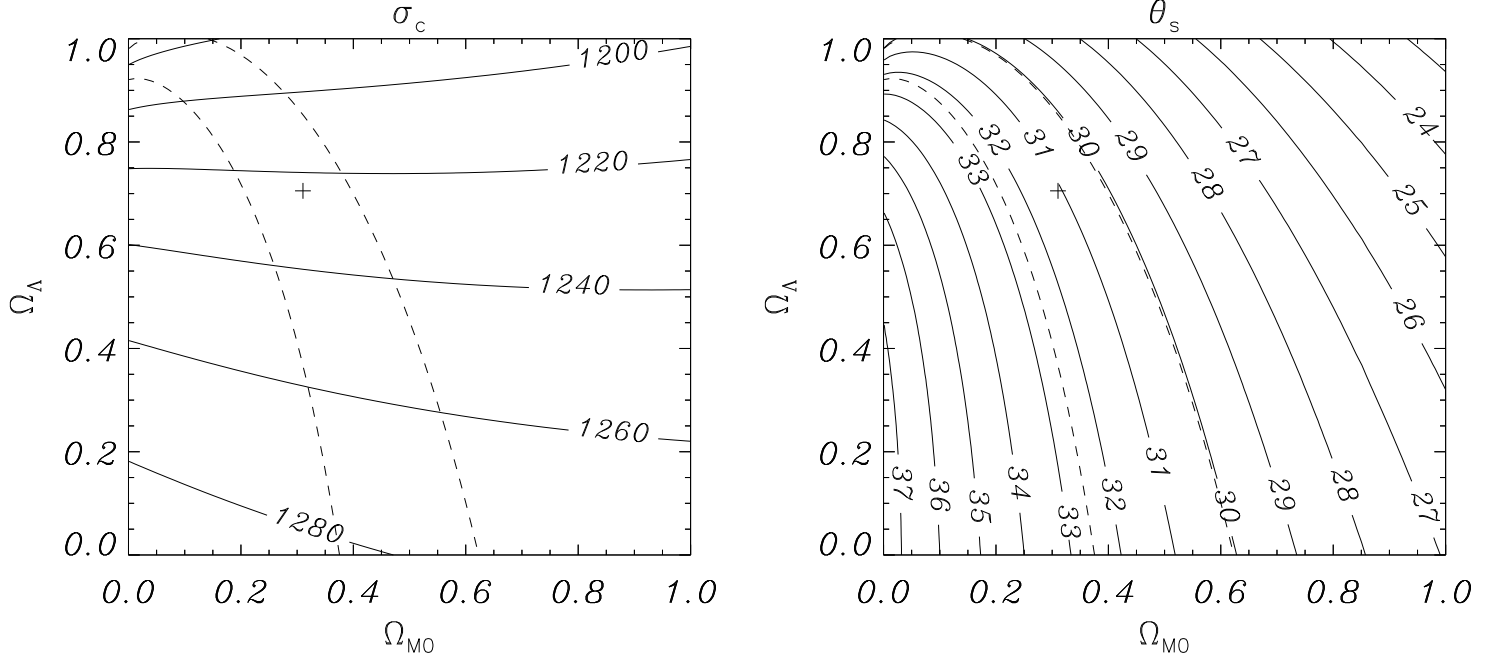


FIG. 2.1 – Paramètres σ_c (à gauche) et θ_s (à droite) obtenus pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 2.3, en fonction de $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. La croix (+) représente la valeur initiale choisie pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$, $\sigma_c = 1\,225\text{ km s}^{-1}$ et $\theta_s = 31,3''$. On a superposé en traits pointillés le contour à 1σ de la Fig. 2.4.

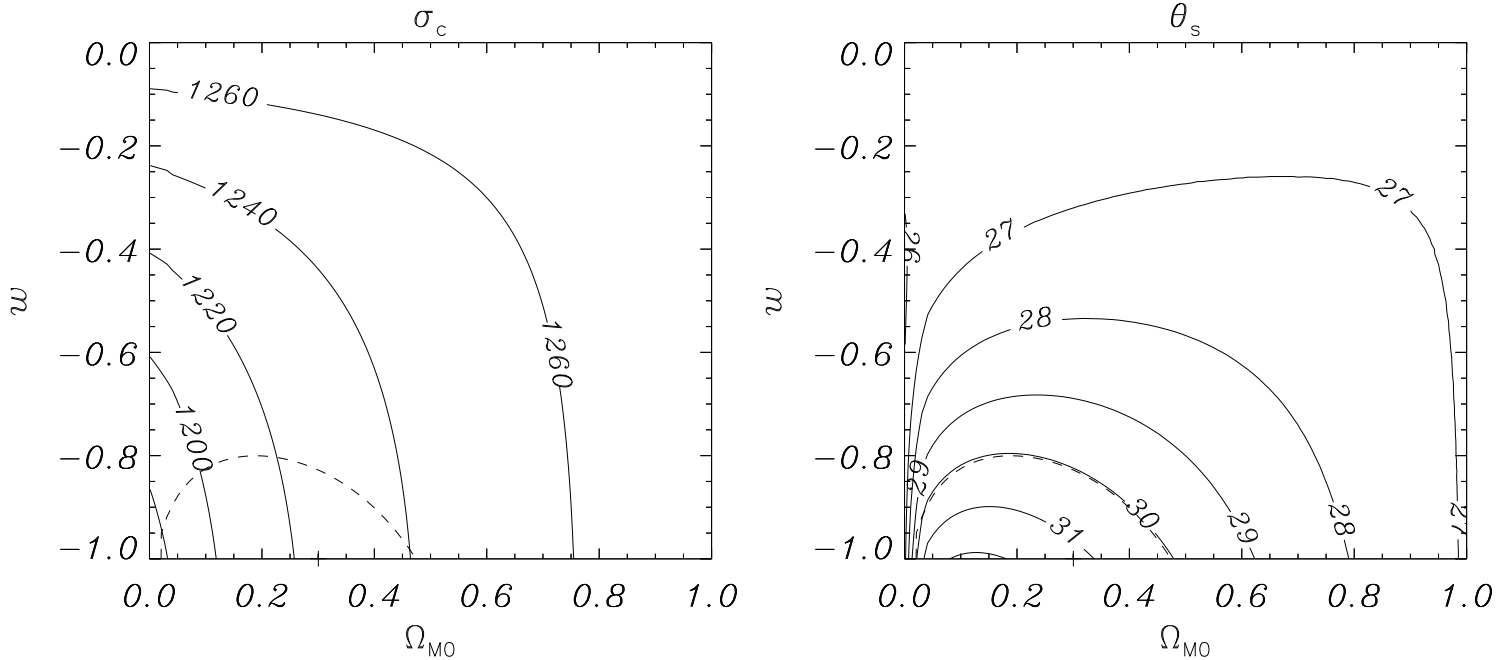


FIG. 2.2 – Paramètres σ_c (à gauche) et θ_s (à droite) obtenus pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 2.3, en fonction de (Ω_{M0}, w) . La croix (+) représente la valeur initiale choisie pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, w^0) = (0,3; -1)$, $\sigma_c = 1\,225\text{ km s}^{-1}$ et $\theta_s = 31,3''$. On a superposé en traits pointillés le contour à 1σ de la Fig. 2.4.

$(\Omega_{\text{M}0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$, ce qui équivaut à $(\Omega_{\text{M}0}^0, w^0) = (0,3; -1)$ en termes d'énergie noire.

Cette configuration permet de simuler trois familles d'images multiples (Fig.2.3) dont les caractéristiques sont reportées à la Tab. 2.2. Les décalages spectraux choisis visent à maximiser la sensibilité cosmologique (voir § 1.2.4). Deux systèmes tangentiels et un radial ont été générés pour un nombre total de contraintes sur le modèle $N_{\text{C}} = 16$. $N_{\text{P}} = 2$ paramètres vont être ajustés pour le potentiel (σ_{c} et θ_{s}) à chaque cosmologie choisie. Par conséquent $N_{\text{L}} = 4$ et le nombre de degrés de liberté est $\nu = N_{\text{C}} - N_{\text{L}} = 12$.

Pour chaque point définissant une cosmologie, les paramètres du potentiel σ_{c} et θ_{s} sont optimisés de telle sorte que le χ^2 donné par l'Éq. (2.6) soit le plus faible possible. Ce processus a été effectué dans deux cas : lorsque les paramètres cosmologiques choisis sont $(\Omega_{\text{M}0}, \Omega_{\Lambda})$ ou bien $(\Omega_{\text{M}0}, w)$, en considérant dans ce dernier cas un Univers plat ($\Omega_{\text{M}0} + \Omega_{\text{X}0} = 1$). Les Figs 2.1 donnent ainsi les courbes $\sigma_{\text{c}}(\Omega_{\text{M}0}, \Omega_{\Lambda})$ et $\theta_{\text{s}}(\Omega_{\text{M}0}, \Omega_{\Lambda})$ obtenues, et les Figs 2.2 leurs pendants $\sigma_{\text{c}}(\Omega_{\text{M}0}, w)$ et $\theta_{\text{s}}(\Omega_{\text{M}0}, w)$ dans le cadre d'Univers avec énergie noire.

Dans les deux cas, la dispersion des vitesses caractéristique σ_{c} possède au premier ordre la dégénérescence attendue, c'est-à-dire du type $E(z_{\text{S}})$ (voir Figs 1.7). En outre, les contours du rayon de cœur montrent, dans les deux cadres d'Univers, la dégénérescence cosmologique attendue, soit du type $E(z_{\text{S}2})/E(z_{\text{S}1})$ (voir Figs 1.4). Ceci découle directement de l'Éq. (1.8) appliquée au cas présent. La fonction générale \mathbf{f} ne dépend plus ici que d'une seule variable, soit θ_{s} . Pour un même rapport de termes E , une valeur identique du rayon de cœur donnera à nouveau la même égalité (1.8), et par conséquent minimisera également le χ^2 .

Enfin, on peut tracer, dans chaque cadre cosmologique, la valeur du χ^2 (Éq. (2.6)) et les niveaux de confiance correspondants pour $\nu = 12$ degrés de liberté : Figs 2.4. La trajectoire du minimum inclut bien le point initial choisi pour générer les images – $(\Omega_{\text{M}0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$ ou bien $(\Omega_{\text{M}0}^0, w^0) = (0,3; -1)$ – avec une valeur associée $\chi_{\text{min}}^2 = 0$. On retrouve ainsi pour ces points particuliers, puisque l'ajustement est parfait, les valeurs initiales prises pour le potentiel, soit $\sigma_{\text{c}} = 1\,225 \text{ km s}^{-1}$ et $\theta_{\text{s}} = 31,3''$

Système	Type	n_i	z_{Si}	N_{Ci}
$i = 1$	Tangentiel	4	0,6	6
$i = 2$	Radial	3	1.	4
$i = 3$	Tangentiel	4	4.	6

TAB. 2.2 – Caractéristiques des 3 systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations des § 2.3.1 et 2.3.2 et engendrés par un potentiel NFW pseudo elliptique (voir Fig. 2.3). n_i représente le nombre d'images de chaque système, sans inclure la centrale désamplifiée qui est générée dans le cas tangentiel. N_{Ci} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{\text{Ci}} = 2(n_i - 1)$.

(Figs 2.1 et 2.2). La dégénérescence des niveaux de confiance est celle qui avait été mise en avant pour ce test, c'est-à-dire du type $E(z_{S2})/E(z_{S1})$ (voir Figs 1.4). Dans le cadre d'un Univers avec constante cosmologique, cette dernière est bien plus mal contrainte que ne l'est la densité de matière (Figs 2.4). Et en se fondant sur des modèles plats avec énergie noire, les deux paramètres sont bien contraints, en particulier w . À 2σ (soit avec une probabilité de 95,5 %), on a ainsi $0 \leq \Omega_{M0} \leq 0,52$ et $-1 \leq w \leq -0,77$.

On a reporté sur les contours des paramètres du potentiel obtenus lors de l'optimisation (Figs 2.1 et 2.2) la courbe du niveau de confiance à 1σ (soit une probabilité de 68,3 %) des Figs 2.4. On peut ainsi donner des barres d'erreur sur σ_c et θ_s : Tab. 2.3. Elles sont plus faibles dans le cas plat avec énergie noire que dans le cadre d'un Univers avec constante cosmologique. Ces erreurs ne représentent toutefois que la variation des paramètres ajustés lorsqu'on balaye les plans $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ ou (Ω_{M0}, w) durant le processus d'optimisation.

Cette simulation préliminaire correspond au cas idéal où l'on modélise l'amas par le même type de potentiel que celui utilisé pour engendrer les systèmes d'images multiples. En outre, la morphologie de la distribution est très régulière et ne contient pas de sous-structures ni de galaxies individuelles. Une famille d'images radiales fait de plus partie des systèmes générés, et ce type d'images est connu pour sonder efficacement le centre des amas. Enfin, la distribution en décalages spectraux des trois sources est assez large et optimisée du point de vue de la sensibilité cosmologique. On peut se demander si cette configuration se rapproche d'un amas-lentille déjà détecté. Il semble que MS 2137–23, à un décalage $z_L = 0,313$, soit un bon candidat (MELLIER et al. 1993). Il présente au moins trois familles d'images multiples, dont une radiale (FORT et al. 1992). Les décalages de ces systèmes sont longtemps restés inconnus, et viennent d'être mesurés très récemment (SAND et al. 2002). Malheureusement, le grand arc et l'arc radial s'avèrent être issus de sources très proches : $z_{S1} = 1,501$ et $z_{S2} = 1,502$.

Cadre cosmologique	σ_c (km s ⁻¹)	θ_s (")
$(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$	$1\,225^{+58}_{-51}$	$31,3^{+1,3}_{-1,3}$
(Ω_{M0}, w)	$1\,225^{+16}_{-25}$	$31,3^{+0,9}_{-1,3}$

TAB. 2.3 – Valeurs des paramètres libres σ_c et θ_s , ainsi que les barres d'erreur correspondantes, retrouvées lors de la simulation du § 2.3.1. L'écart-type est tiré du niveau de confiance à 1σ des Figs 2.4 reporté sur la variation des paramètres suivant $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ ou (Ω_{M0}, w) (Figs 2.1 et 2.2).

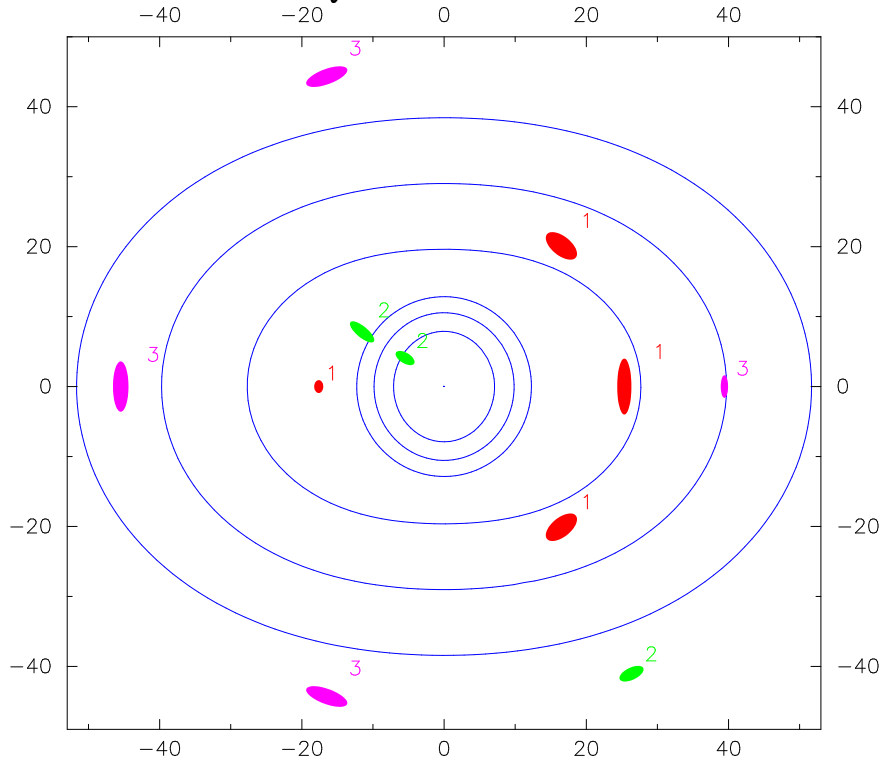


FIG. 2.3 – Images multiples générées par un amas de profil NFW pseudo elliptique à $z_L = 0,3$ et avec les paramètres : $\sigma_c = 1\,225\text{ km s}^{-1}$, $\theta_s = 31,3''$ (soit $r_s = 150\text{ kpc}$) et $\epsilon = 0,1$. Près de leurs lignes critiques respectives, on identifie trois systèmes d'images multiples : un tangential à $z_{S1} = 0,6$, un radial à $z_{S2} = 1,0$ et un autre tangential à $z_{S3} = 4$. Les unités sont données en secondes d'arc.

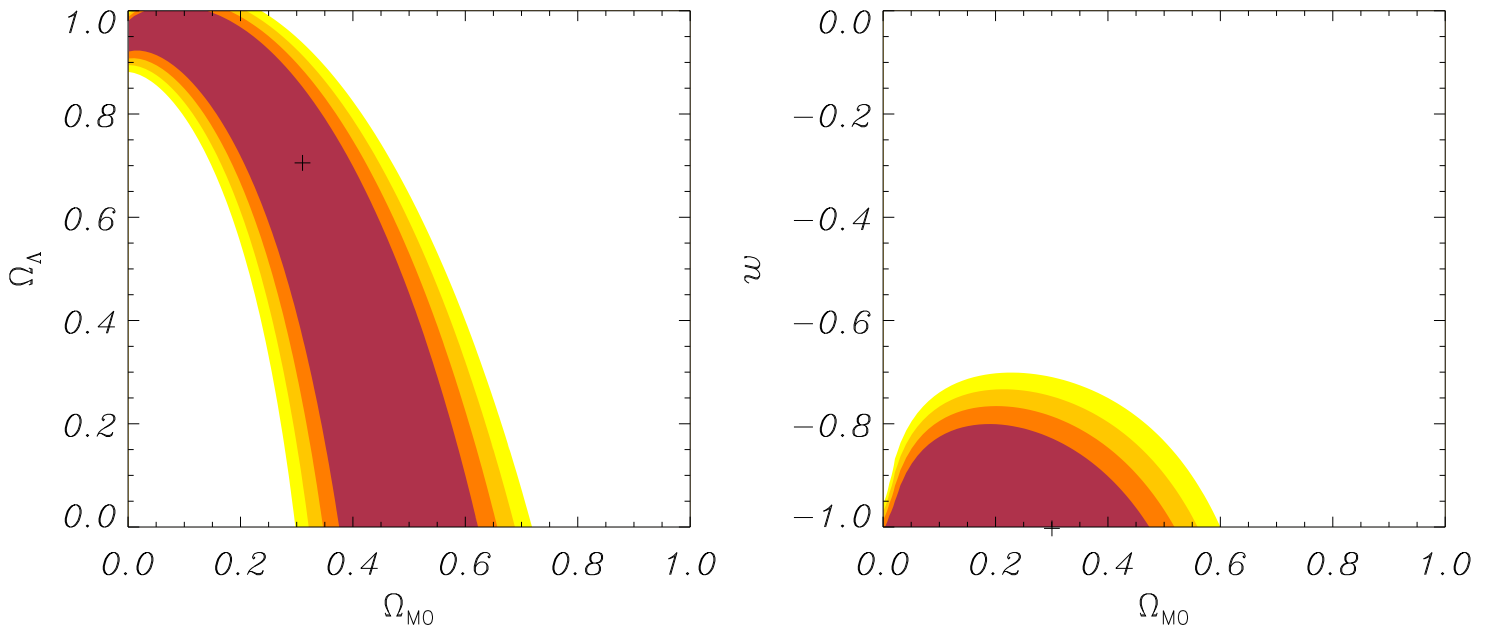


FIG. 2.4 – Niveaux de confiance obtenus dans les plans $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ (à gauche) et (Ω_{M0}, w) (à droite) pour un χ^2 à $\nu = 12$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.3 par un potentiel NFW pseudo elliptique où σ_c et θ_s sont des paramètres libres (Figs 2.1 et 2.2). La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$ ou $(\Omega_{M0}^0, w^0) = (0,3; -1)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

2.3.2 Ajustement par un profil différent

Afin de tester la sensibilité de la méthode au type de profil choisi pour l’ajustement, on va ici utiliser une autre distribution de masse pour rendre compte des images de la Fig. 2.3 générées par un potentiel NFW pseudo elliptique. Il s’agit du profil *PIEMD* (Eq. (1.13)) ; sa densité centrale constante le différencie sensiblement du halo NFW utilisé au paragraphe précédent. Le processus d’optimisation du potentiel va considérer trois paramètres ajustables : la dispersion de vitesse centrale σ_0 , le rayon de cœur θ_c et le rayon de coupure θ_t .

Les paramètres géométriques du potentiel seront fixés durant cette optimisation. Leurs valeurs, conduisant au meilleur ajustement possible, ne sont toutefois pas forcément les mêmes que celles prises pour le halo NFW pseudo elliptique qui a servi à engendrer les images de la Fig. 2.3, soit un centre $(X_0, Y_0) = (0, 0)$, une ellipticité $\epsilon = 0,1$ et un angle d’orientation $\theta = 0^\circ$. Une première étape va donc consister à préciser ces valeurs. Afin d’éviter un effet de biais, on va balayer grossièrement le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ (par pas de 0,1) et déterminer pour chaque point le meilleur modèle de potentiel rendant compte de la position des images, en ajustant *tous les paramètres* du profil *PIEMD*. Pour les paramètres cosmologiques et le modèle révélant le plus faible χ^2 par ce processus, on ne retient que les paramètres géométriques qui seront fixés pour la suite. On pourrait en fait penser à ajuster, comme on vient de le faire ici, tous les paramètres du potentiel avec un maillage plus fin en $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$, afin d’optimiser au mieux le modèle et d’en tirer les niveaux de confiance correspondants sur les paramètres cosmologiques. Il y aurait toutefois alors trop de paramètres libres eu égard au nombre de contraintes, de sorte qu’avec un tel potentiel multi-dimensionnel les niveaux de confiance se rapprocheraient les uns des autres en balayant le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. Les paramètres cosmologiques ne seraient dans ce cas pas contraints. En outre, le temps de calcul augmenterait sensiblement, et les jeux de paramètres libres conduisant au meilleur modèle seraient dégénérés.

On fixe ainsi les paramètres géométriques aux valeurs reportées à la Tab. 2.4, alors que les paramètres ajustables du potentiel seront σ_0 , θ_c et θ_t . Le centre (X_0, Y_0) du profil *PIEMD* diffère peu du NFW pseudo elliptique ayant servi à générer les images.

Paramètres fixés				Paramètres ajustables		
X_0 (")	Y_0 (")	ϵ	θ (°)	σ_0 (km s ⁻¹)	θ_c (")	θ_t (")
0,059	0,063	0,280	-0,063	$1\,230^{+50}_{-50}$	$4,6^{+0,2}_{-0,1}$	190^{+20}_{-10}

TAB. 2.4 – Paramètres du profil *PIEMD* ajustant au mieux la configuration d’images de la Fig. 2.3 (engendrée par un modèle NFW pseudo elliptique). Les paramètres géométriques résultent d’une optimisation préalable avec une maille large sur le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et sont fixés par la suite. Les paramètres physiques sont issus de l’ajustement principal. Les barres d’erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.5).

L'ellipticité est différente ($\epsilon = 0,280$ au lieu de $0,1$), mais cela n'est pas étonnant si l'on se rappelle de sa signification physique dans le cas d'une distribution NFW pseudo elliptique (Partie I, § 5.5.4). ϵ est équivalente à l'ellipticité du potentiel et celle de la distribution surfacique de masse vaut environ deux fois cette valeur. Et pour le profil *PIEMD*, ϵ représente bien l'ellipticité de la distribution de masse projetée. L'orientation θ de cette asymétrie varie enfin peu par rapport au potentiel choisi au paragraphe précédent.

Les niveaux de confiance pour le χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 11$ degrés de liberté (on considère un paramètre ajustable de plus qu'au § 2.3.1) correspondant à l'optimisation de σ_0 , θ_c et θ_t sur la grille $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ sont reportés à la Fig. 2.5. Le χ^2 minimum réduit (c.-à-d. divisé par $\nu = 11$) prend la valeur $\chi^2_{\min} = 5$, ce qui est raisonnable mais pas assez proche de 1. Même si le profil *PIEMD* peut reproduire la configuration d'images générée par une distribution NFW pseudo elliptique (Fig. 2.3), l'ajustement n'est pas parfait. Cependant, même avec un potentiel différent, les contraintes sur les paramètres cosmologiques (Fig. 2.5) reprennent celles du paragraphe précédent et incluent le point $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda) = (0,3; 0,7)$ ayant servi à engendrer les images, avec la dégénérescence attendue.

Enfin, les valeurs des paramètres ajustables du modèle d'amas se retrouvent en transposant le contour à 1σ de la Fig. 2.5 sur les courbes $\sigma_0(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$, $\theta_c(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et $\theta_t(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ obtenues lors de l'optimisation du potentiel pour chaque cosmologie. On obtient les valeurs et les barres d'erreurs reportées à la Tab. 2.4. Pour la cosmologie optimale, les valeurs angulaires des rayons de cœur et de coupurent se traduisent respectivement par les distances physiques : $r_c = 22$ kpc, $r_t = 911$ kpc. Le rayon de cœur du modèle *PIEMD* – ajustant au mieux les images engendrées par un profil NFW pseudo elliptique – est donc relativement faible. Finalement, la dispersion de vitesse centrale σ_0 est tout à fait équivalente à la dispersion de vitesse caractéristique σ_c du modèle NFW qui avait été définie *ad hoc* à la Partie I, § 5.4.3.

La méthode précédente a été appliquée à différents profils, tant pour générer les systèmes d'images multiples que pour ajuster les configurations ainsi engendrées. Cinq distributions différentes ont été utilisées :

- le profil *PIEMD* (voir § 1.3.1 et Partie I, § 5.4.3) ;
- le profil de KING (1962) (voir Partie I, § 5.4.3) ;
- le profil d'ellipsoïde isotherme avec rayon de cœur (EIC, voir Partie I, § 5.2.4) ;
- le profil NFW pseudo elliptique (voir Partie I, § 5.4.3 et 5.5.4) ;
- et le profil d'ellipsoïde isotherme singulier (EIS, voir Partie I, § 5.2.4 et 5.4.3).

Les trois premiers potentiels ne sont pas singuliers et sont caractérisés par un rayon de cœur, tandis que les deux derniers divergent au centre. Pour chaque modèle de masse, on génère trois systèmes d'images multiples suivant la configuration de la Tab. 2.2 (excepté dans le cas du profil EIS pour lequel le système radial ne consiste qu'en deux images). Ces images sont alors ajustées par les quatre autres modèles de masse. Tous les paramètres décrivant les différents potentiels sont laissés libres dans cette optimisation afin d'obtenir les divers χ^2 réduits minimums. Attendu qu'on sou-

haite ici simplement comparer le comportement des différents profils, les ajustements ont été effectués en conservant les valeurs initiales des paramètres cosmologiques ayant servi à la génération des images.

Les résultats sont présentés à la Tab. 2.5. On remarque que les profils à centre plat (en particulier les modèles *PIEMD* et King) peuvent bien plus facilement rendre compte des images générées par d'autres modèles. Dans l'ajustement des systèmes produits par une lentille singulière, le rayon de cœur peut en effet se réduire à une valeur très faible pour simuler une pente élevée du profil de densité. Ce n'est pas le cas pour les modèles divergeants qui ne peuvent imiter des distributions à centre plat et donc reproduire des images gravitationnelles générées par de tels profils.

On retiendra qu'il vaudra mieux modéliser une situation concrète par un profil à centre plat, quitte à choisir ensuite une distribution singulière si l'optimisation donne un rayon de cœur très faible.

Génération	Ajustement					
		<i>PIEMD</i>	King	EIC	NFW	EIS
<i>PIEMD</i>		0.	23.	72.	460.	4500.
King		33.	0.	33.	150.	1500.
EIC		23.	0.26	0.	87.	2800.
NFW		6.2	21.	18.	0.	680.
EIS		0.14	0.011	0.28	76.	0.

TAB. 2.5 – χ^2_{\min} réduits issus de l'ajustement par les potentiels cités horizontalement de systèmes d'images multiples (ayant la configuration de la Tab. 2.2) générés par les profils cités verticalement.

2.3.3 Influence du nombre de systèmes d'images

Dans les deux paragraphes précédents, on a considéré trois systèmes d'images multiples. Comme le test proposé est fondé sur la différence de rapports de distances diamètre-angulaire pour divers plans sources, on va étudier l'influence du nombre de systèmes d'images multiples. Pour ces simulations, on modélise l'amas par un halo de type *PIEMD* à $z_L = 0,3$ et de paramètres suivants : $\sigma_0 = 1\,400\text{ km s}^{-1}$, $\theta_c = 13,5''$ (soit $r_c = 65\text{ kpc}$), $\theta_t = 146''$ (soit $r_t = 700\text{ kpc}$) et $\epsilon = 0,2$.

Dans le cas de deux systèmes d'images, on ne considère que deux paramètres libres pour le modèle de potentiel (la dispersion des vitesses et le rayon de cœur) puisqu'il n'y a pas suffisamment d'observables pour ajuster davantage de variables. Dans les autres situations (3 et 4 familles d'images), on pourra considérer trois paramètres libres pour le profil de masse, soit σ_0 , θ_c et θ_t .

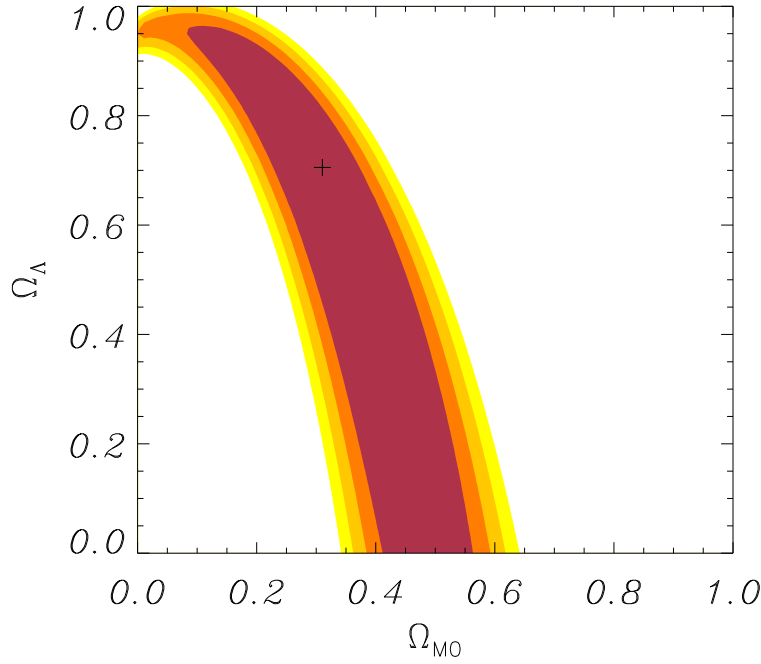


FIG. 2.5 – Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 11$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.3 par un potentiel PIEMD (différent de celui qui les génère) où σ_0 , θ_c et θ_t sont des paramètres libres (voir la Tab. 2.4). $\chi^2_{\min} = 5$. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

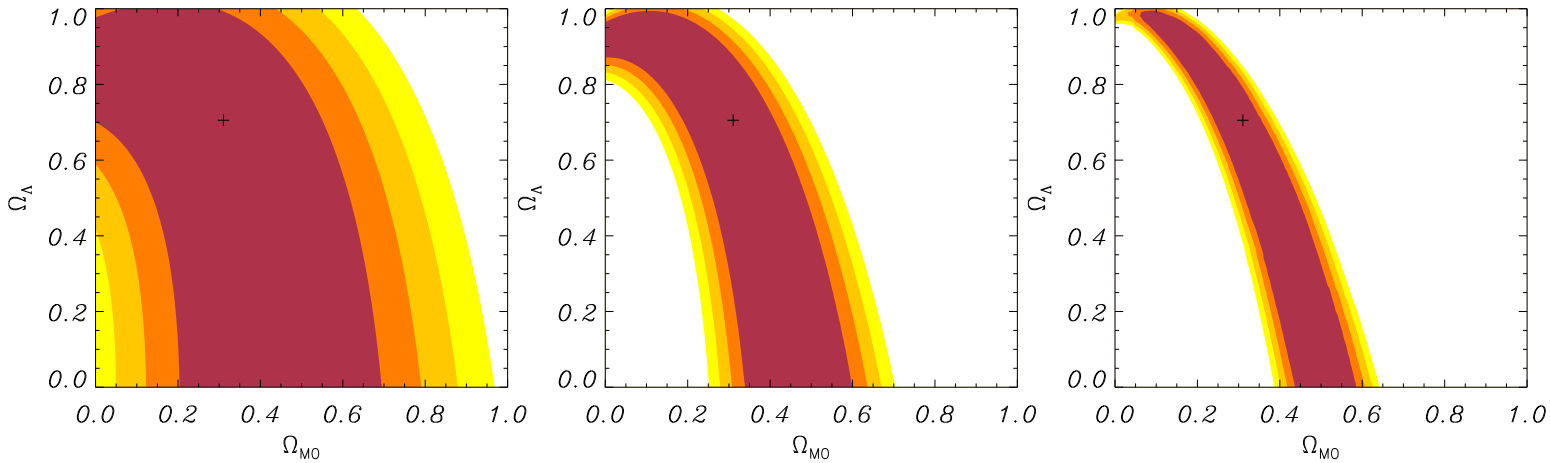


FIG. 2.6 – Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour différentes configurations. **À gauche :** 2 systèmes d'images et χ^2 à $\nu = 6$ degrés de liberté. **Au centre :** 3 systèmes d'images et $\nu = 11$. **À droite :** 4 systèmes d'images et $\nu = 15$. La Tab. 2.6 précise les diverses configurations. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images générées dans les différents cas par le même type de profil PIEMD dont certains paramètres sont laissés libres. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

Les diverses configurations, les décalages spectraux de chaque système et le type des images engendrées sont synthétisés à la Tab. 2.6. Le procédé global d'optimisation (voir § 2.2.2 et 2.3.1) est appliqué pour les différentes configurations et avec les nombres de degrés de liberté suivants : $\nu = N_C - N_L = 10 - 4 = 6$ (2 systèmes), $\nu = N_C - N_L = 16 - 5 = 11$ (3 systèmes) et $\nu = N_C - N_L = 20 - 5 = 15$ (4 systèmes). On obtient ainsi les niveaux de confiance représentés à la Fig. 2.6. Le nombre de systèmes d'images multiples influence ainsi fortement la contrainte obtenue sur les paramètres cosmologiques. La présence de deux familles d'images de décalages spectraux donnés à la Tab. 2.6 ne conduit qu'à une information marginale sur la densité de matière et la constante cosmologique. Au contraire, si quatre systèmes – dont les décalages ont pu être mesurés spectroscopiquement – sont connus dans le halo modélisé ici, des barres d'erreur très serrées sur Ω_{M0} et une dégénérescence très précise du couple $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ est accessible. Il va de soi que les quatre décalages spectraux des sources choisies sont très bien répartis (Tab. 2.6) eu égard aux conclusions du § 1.2.4, et que l'amas est ici modélisé par un simple halo.

Enfin, comme dans les paragraphes précédents, on donne dans la Tab. 2.7 les valeurs des paramètres ajustables du potentiel ainsi que les barres d'erreurs associées. Celles-ci sont déterminées en reportant les niveaux de confiance à 1σ des Figs 2.6 sur les différentes courbes $\sigma_0(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$, $\theta_c(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et $\theta_t(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ obtenues lors de l'optimisation du profil *PIEMD* pour chaque cosmologie. Bien entendu, on retrouve les valeurs prises pour engendrer les différents systèmes d'images lorsque $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda) = (\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$. Les écarts-types n'évoluent guère suivant le

n	Système	Type	n_i	z_{Si}	N_{Ci}	N_L	ν
2	$i = 1$	Tangentiel	4	0,6	6	4	6
	$i = 2$	Radial	3	1.	4		
3	$i = 1$	Tangentiel	4	0,6	6	5	11
	$i = 2$	Radial	3	1.	4		
	$i = 3$	Tangentiel	4	2.	6		
4	$i = 1$	Tangentiel	4	0,6	6	5	15
	$i = 2$	Radial	3	1.	4		
	$i = 3$	Tangentiel	4	2.	6		
	$i = 4$	Radial	3	5.	4		

TAB. 2.6 – *Caractéristiques des différents systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations du § 2.3.3 et engendrés par les potentiels de la Tab. 2.7. Pour chaque configuration, n est le nombre de systèmes, n_i représente le nombre d'images de chaque système (sans inclure la centrale désamplifiée qui est générée dans le cas tangentiel). N_{Ci} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{Ci} = 2(n_i - 1)$. N_L est le nombre de paramètres libres et ν le nombre de degrés de liberté pour chacune des configurations.*

n	σ_0 (km s ⁻¹)	θ_c (")	θ_t (")
2	$1\,400^{+60}_{-60}$	$13,5^{+0,25}_{-0,15}$	—
3	$1\,400^{+70}_{-60}$	$13,5^{+0,30}_{-0,20}$	146^{+2}_{-2}
4	$1\,400^{+60}_{-60}$	$13,5^{+0,30}_{-0,20}$	146^{+14}_{-6}

TAB. 2.7 – Paramètres libres du profil *PIEMD* ajustant au mieux les diverses configurations synthétisées à la Tab. 2.6 et générées par ce même type de potentiel. n représente le nombre de systèmes d’images multiples. Les barres d’erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.6) .

nombre de systèmes. La paramétrisation de l’amas est en fait déjà bien contrainte par une simple famille d’images multiples, des systèmes supplémentaires étant justement utiles pour contraindre les paramètres du second ordre que sont Ω_{M0} et Ω_Λ .

2.3.4 Prise en compte des galaxies individuelles

Les paragraphes précédents ont considéré un amas simplement décrit par un halo de morphologie régulière. On va tester ici l’influence des galaxies individuelles, qu’il importe de prendre en compte dans une analyse de fortes déformations gravitationnelles (NATARAJAN & KNEIB 1996). On considère ainsi un amas dont le potentiel est constitué d’une part d’un halo central de profil *PIEMD* tel que $\sigma_0 = 1\,400$ km s⁻¹, $\theta_c = 13''$, $\theta_t = 150''$ et $\epsilon = 0,2$, et d’autre part de 12 galaxies individuelles représentant 30 % de la masse totale de l’amas. Ces galaxies sont également modélisées par un profil *PIEMD*, avec des ordres de grandeur différents pour les paramètres (voir § 1.3.2). Leurs valeurs sont mises à l’échelle suivant leur luminosité, on prend ici $\sigma_{0*} = 150$ km s⁻¹, $\theta_t = 2,5''$ (soit $r_t = 12$ kpc) et $\theta_c = 0,027''$ (soit $r_t = 128$ pc) (voir § 2.1 et Partie I, § 5.4.3). En fixant dans un premier temps la cosmologie à $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$ et en choisissant des positions de sources adaptées, cette lentille permet d’engendrer trois systèmes d’images multiples dont les caractéristiques sont reportées à la Tab. 2.8 : Fig. 2.7.

Système	Type	n_i	z_{Si}	N_{Ci}
$i = 1$	Tangentiel	4	0,6	6
$i = 2$	Radial	3	1.	4
$i = 3$	Tangentiel	4	2.	6

TAB. 2.8 – Caractéristiques des 3 systèmes d’images multiples utilisés dans les simulations du § 2.3.4 (resp. 2.3.5), engendrés par le potentiel de la Tab. 2.9 (resp. 2.12) et portés sur la Fig. 2.7 (resp 2.11). n_i représente le nombre d’images de chaque système, sans inclure la centrale désamplifiée qui est générée dans le cas tangentiel. N_{Ci} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{Ci} = 2(n_i - 1)$.

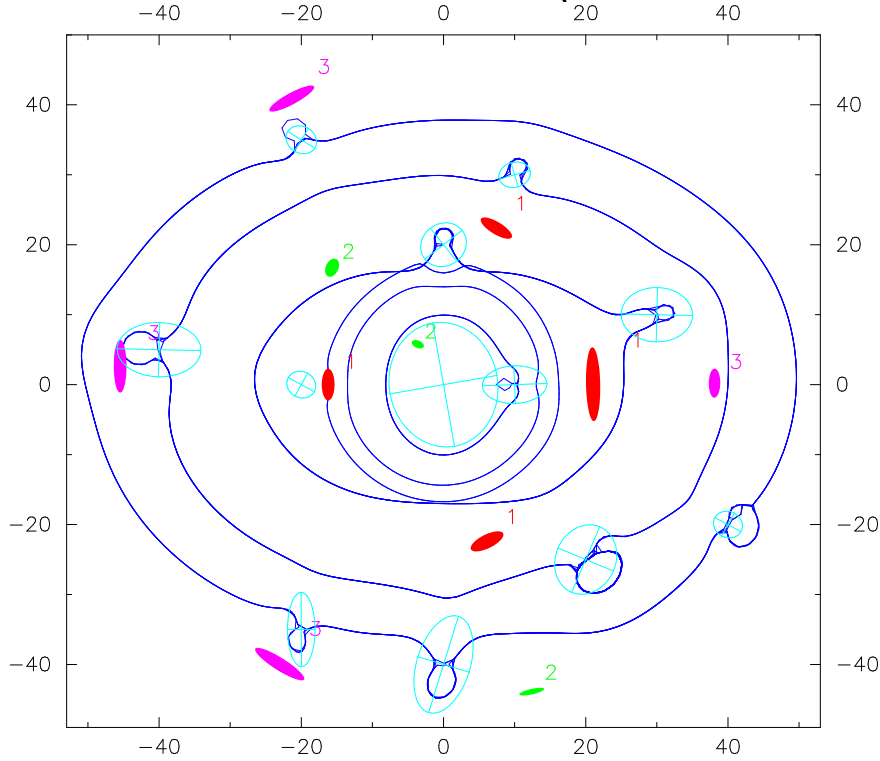


FIG. 2.7 – Images multiples générées par un amas à $z_L = 0,3$ consistant en un halo PIEMD principal (voir les paramètres à la Tab. 2.9) et en 12 galaxies individuelles supplémentaires (symbolisées en ellipses croisées). Près de leurs lignes critiques respectives, on identifie trois systèmes d'images multiples: un tangentiel à $z_{S1} = 0,6$, un radial à $z_{S2} = 1,0$ et un autre tangentiel à $z_{S3} = 2$. Les unités sont données en secondes d'arc.

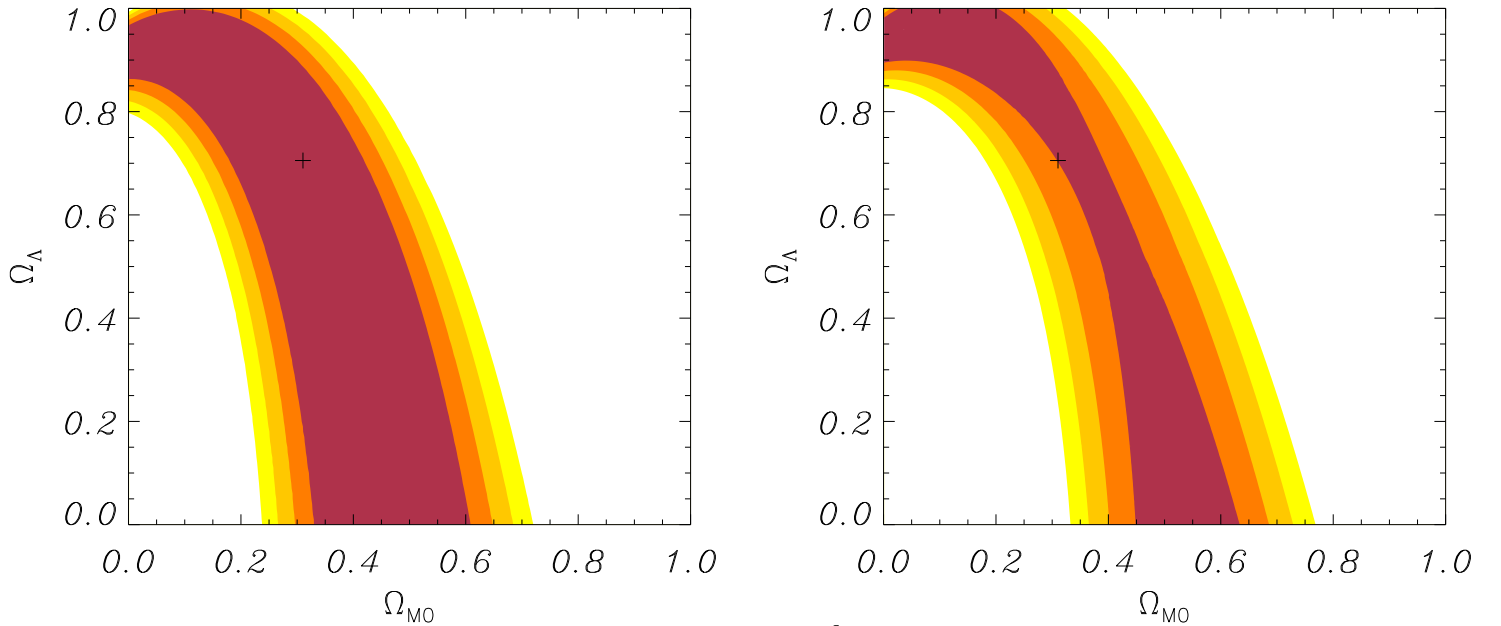


FIG. 2.8 – Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = 11$ degrés de liberté lors des simulations du § 2.3.4. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.7 d'une part par le même potentiel ayant servi à les engendrer, soit en considérant un halo PIEMD principal et les galaxies individuelles (**à gauche**), et d'autre part en tenant simplement compte du halo central (**à droite**). Les χ^2 minimums réduits sont respectivement de $\chi^2_{\min} = 0$ et 16. Dans les deux cas, les paramètres ajustables sont les variables physiques du halo, soit σ_0 , θ_c et θ_t (voir Tab. 2.9). La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images: soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_L^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

Suivant l'algorithme général (§ 2.2.2), on rend ensuite compte de cette configuration d'images en ajustant sa formation, pour un couple donné $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$, par les mêmes types de halo central et de galaxies individuelles. On considère comme paramètres libres la dispersion de vitesse centrale σ_0 , le rayon de cœur θ_c et le rayon de coupure θ_t du halo principal. En outre, on fera varier la normalisation σ_{0*} de la dispersion de vitesse centrale des galaxies proportionnellement au paramètre libre σ_0 . La valeur absolue de la masse est en effet dégénérée au premier ordre à cause de la présence de termes en $\sigma_0^2 E(z_S)$ (voir § 1.2.3 et 1.3.2), que ce soit pour le halo principal ou pour les galaxies individuelles. Poser directement $\sigma_{0*} \propto \sigma_0$ ($\propto 1/\sqrt{E}$ en première approximation) évite de considérer un paramètre ajustable supplémentaire. On obtient ainsi les niveaux de confiance pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 16 - 5 = 11$ degrés de liberté : Fig. 2.8. L'ajustement est parfait pour les valeurs initiales $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$ ayant été utilisées pour engendrer les images de la Fig. 2.7, ainsi que pour la dégénérescence associée. En outre, les contours de χ^2 de la Fig. 2.8 sont à rapprocher des niveaux de confiance de la Fig. 2.6 dans le cas où l'on considère 3 familles d'images. Dans ce cas-là, la configuration des systèmes (Tab. 2.6) est en effet la même que celle considérée ici (Tab. 2.8). La différence entre les deux situations provient du potentiel qui a produit les trois familles ; au § 2.3.3 il ne consiste qu'en un simple halo, alors qu'on considère en plus des galaxies individuelles dans ce paragraphe. Toutefois, les contraintes obtenues sur les paramètres cosmologiques sont aussi serrées avec la distribution plus complexe construite ici. Par conséquent, la prise en compte des galaxies individuelles en plus du halo de matière noire à plus grande échelle ne détériore pas la sensibilité cosmologique.

Enfin, les valeurs et les barres d'erreurs sur les paramètres ajustables σ_0 , θ_c et θ_t du potentiel principal sont précisées à la Tab. 2.9. Les valeurs initiales conduisant à un ajustement parfait sont bien retrouvées, et le niveau de confiance à 1σ de la

	Paramètres fixés				Paramètres ajustables		
Simulation	X_0 (")	Y_0 (")	ϵ	θ (°)	σ_0 (km s ⁻¹)	θ_c (")	θ_t (")
avec les galaxies	0	0	0,2	0	$1\,400_{-55}^{+60}$	$13_{-0,30}^{+0,30}$	151_{-1}^{+1}
sans les galaxies	0,227	0,060	0,193	-0,748	$1\,380_{-65}^{+70}$	$11,9_{-0,20}^{+0,30}$	180_{-3}^{+3}

TAB. 2.9 – Paramètres du profil PIEMD ajustant au mieux la configuration d'images de la Fig. 2.7. On considère le cas où l'on prend en compte – comme pour la génération des images – en plus du halo PIEMD principal les galaxies individuelles, et celui où on ne les considère pas. Les paramètres géométriques résultent d'une optimisation préalable avec une maille large sur le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et sont fixés par la suite (quand on inclut les galaxies dans le potentiel, il s'agit bien entendu des mêmes valeurs fixées pour former les images de base). Les paramètres physiques sont issus de l'ajustement principal. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Figs 2.8) .

Fig. 2.8, reporté sur les variations des différents paramètres ajustables suivant la cosmologie, conduit à des barres d'erreurs comparables au cas d'un potentiel simple (voir Tab.2.6).

Le plus intéressant afin de tester l'influence de la prise en compte des galaxies individuelles sur la méthode est de conduire un processus d'ajustement avec un modèle de distribution de masse qui ne contient que le halo *PIEMD* principal. Pour ce faire, on optimise tout d'abord tous les paramètres de ce profil central sur une grille à maille large en $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. Les variables géométriques seront alors fixées aux valeurs ayant conduit au meilleur ajustement ; celles-ci sont synthétisées à la Tab. 2.9. Le centre (X_0, Y_0) du halo correspondant diffère peu de la position $(0,0)$. L'ellipticité est légèrement plus faible ; il est possible que le halo simule ainsi l'absence de la galaxie *cD* (de l'anglais « *cluster Dominant* ») présente au centre dans la distribution originelle (voir Fig. 2.7).

Le processus d'optimisation globale (§ 2.2.2) de $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ se fonde sur l'ajustement de la dispersion de vitesse centrale, du rayon de cœur et du rayon de coupure du halo *PIEMD* qui modélise seul l'amas. Les niveaux de confiance pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 16 - 5 = 11$ degrés de liberté sont reportés à la Fig. 2.8. Le χ^2 minimum réduit est $\chi^2_{\min} = 16$; le modèle choisi n'est donc pas optimum pour la reconstruction des images. En outre, le niveau de confiance à 1σ n'est pas celui attendu, ce qui pourra permettre de déceler une mauvaise modélisation du potentiel déflecteur lors d'une application réelle. Enfin, le modèle cosmologique utilisé pour engendrer les images ($\Omega_{M0} = 0,3$, $\Omega_{\Lambda} = 0,7$) est marginalement exclu. Les contraintes de la Fig. 2.8 obtenues en modélisant l'amas par un simple halo principal sans prendre en compte les galaxies ne sont pas complètement à rejeter et sont grossièrement satisfaisantes en tant que test cosmologique. Ces contours montrent toutefois que l'influence de la prise en compte du potentiel des galaxies individuelles de l'amas est importante. Attendu qu'on ne rajoute pas de paramètres ajustables dans l'optimisation en les considérant (on prend $\sigma_{0*} \propto \sigma_0$), il est judicieux de les inclure dans la distribution de masse afin d'obtenir des résultats robustes, des barres d'erreurs crédibles et un modèle fin de potentiel. L'inconvénient réside en un temps de calcul plus important. L'influence des galaxies individuelles devient quoi qu'il en soit essentielle dans des cas plus complexes et lorsqu'une simple galaxie perturbe fortement la position et la forme d'une image (SMITH et al. 2001).

Quant aux paramètres ajustables du halo *PIEMD* central recouverts dans le processus d'optimisation, ils conservent l'ordre de grandeur des valeurs décrivant ce même halo constituant, avec les galaxies, la distribution de masse initiale (Tab. 2.9). La distribution de vitesse centrale du profil général décrivant l'amas est en particulier bien estimée. Les barres d'erreurs sur ces paramètres (en se fondant sur l'écart-type à 1σ des paramètres cosmologiques, Fig. 2.8) sont légèrement plus élevées que lors de l'ajustement prenant en compte la distribution complète (Tab. 2.9).

2.3.5 Distributions de masse bimodales

Cas de deux halos identiques

On a considéré jusqu'à présent des amas simples, dominés par une seule composante massive. En réalité, la plupart des amas de galaxies ne sont pas complètement virialisés et présentent des sous-structures, résultant de processus d'accrétion ou d'une phase de regroupement (« *merging* » en anglais). Dans ces cas-là, la distribution de masse est plus complexe à décrire, il peut se former des types d'images gravitationnelles particuliers et les systèmes se distribuent spatialement sur une plus grande échelle. On va ici étudier l'influence sur les contraintes cosmologiques d'une configuration d'images formée par une telle distribution de masse, plus réaliste pour décrire des amas réels.

On considère ainsi un amas se composant de deux halos de même masse. Chacun d'eux est décrit par un profil *PIEMD* elliptique, suivant les paramètres précisés à la Tab. 2.11. Cette distribution permet, en choisissant certaines positions de sources et en fixant $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) = (0,3; 0,7)$, de former trois systèmes d'images multiples – dont les caractéristiques sont précisées à la Tab. 2.10 – qui sondent la densité de matière sur toute l'étendue centrale de la lentille : Fig. 2.9. On a également représenté sur cette dernière figure les lignes caustiques pour un plan source à z_{S3} . Le type de courbe obtenue est caractéristique des potentiels bimodaux. De même, ce type de distribution permet de générer des arcs « droits » (de type tangentiel), c'est le cas du système n° 2. On observe par exemple de tels arcs dans A 370 (KNEIB et al. 1993).

Les systèmes d'images qu'on a formés par ce profil ne contiennent chacun que trois images. Le nombre de contraintes sur le modèle de potentiel est donc moins élevé que ceux issus des configurations étudiées aux § 2.3.1 ou 2.3.4, qui comprenaient également trois familles. Il ne sera donc pas possible, dans le processus d'optimisation, d'ajuster tous les paramètres physiques décrivant la densité de masse projetée. On considérera donc comme paramètres libres les dispersions de vitesse centrales et les rayons de cœur des deux halos de matière noire, soit σ_{01} , σ_{02} , θ_{c1} et θ_{c2} , qui constituent les variables prédominantes du potentiel.

Système	Type	n_i	z_{Si}	N_{Ci}
$i = 1$	Tangentiel (<i>cusp</i>)	3	0.7	4
$i = 2$	Tangentiel (<i>fold</i>)	3	1.	4
$i = 3$	Tangentiel (<i>cusp</i>)	3	2.	4

TAB. 2.10 – Caractéristiques des 3 systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations du § 2.3.5 et engendrés par le potentiel de la Tab. 2.11 (voir Fig. 2.9). n_i représente le nombre d'images de chaque système. N_{Ci} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{Ci} = 2(n_i - 1)$.

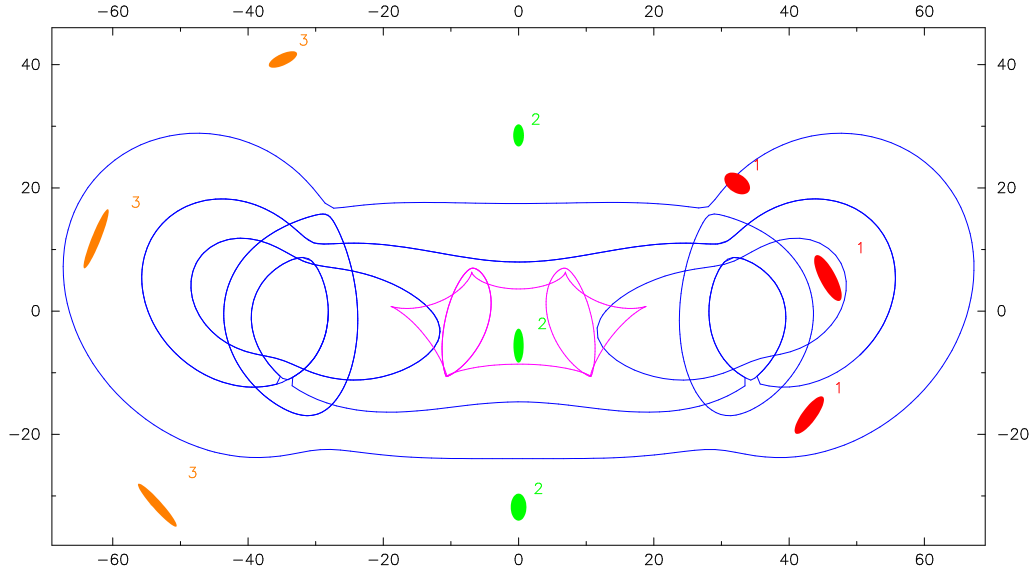


FIG. 2.9 – Images multiples générées par un amas à $z_L = 0,3$ consistant en deux halos PIEMD identiques dont les paramètres sont reportés à la Tab. 2.11. Près de leurs lignes critiques respectives (courbes extérieures, —), on identifie trois systèmes d'images multiples à $z_{S1} = 0,7$, $z_{S2} = 1,0$ et $z_{S3} = 2$. On a également tracé les lignes caustiques pour le plan source à z_{S3} (astroïde centrale, —). Les unités sont données en secondes d'arc.

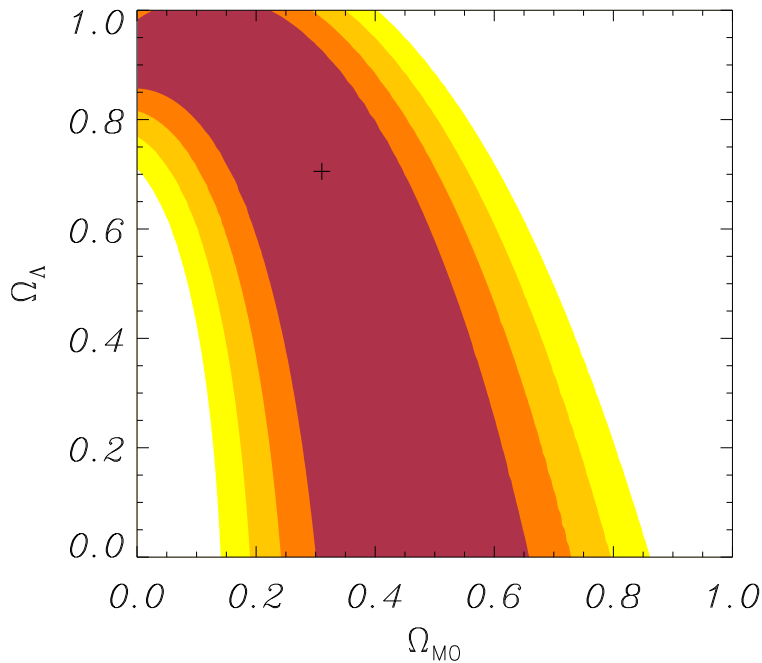


FIG. 2.10 – Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 6$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.9 par le même potentiel ayant servi à les engendrer, soit en considérant deux halos PIEMD. Les paramètres ajustables sont les dispersions de vitesse centrales et les rayons de cœur de chacun d'eux (voir la Tab. 2.11). La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

On peut alors, suivant l'algorithme décrit au § 2.2.2, procéder à l'optimisation du modèle de déflecteur pour chaque couple $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ fixé. On obtient alors un $\chi^2(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ à $\nu = N_C - N_L = 12 - 6 = 6$ degrés de liberté qui conduit aux niveaux de confiance de la Fig. 2.10. Par rapport au cas de l'ajustement de trois systèmes d'images multiples (§ 2.3.3 et Tab. 2.6) produits par une lentille consistant en un seul halo (Fig. 2.6), les contours obtenus ici sont plus larges. Les contraintes sur $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ restent toutefois largement acceptables pour un test cosmologique. On retiendra que la complexité de la distribution de masse réduit la précision obtenue sur les paramètres cosmologiques par cette méthode.

La Tab. 2.11 reporte enfin les valeurs et les barres d'erreurs sur les paramètres ajustables σ_{01} , σ_{02} , θ_{c1} et θ_{c2} obtenues lors de l'optimisation du modèle de distribution de masse pour chaque point d'une grille fine en $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. On retrouve bien entendu un ajustement parfait et un χ^2 nul pour $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) = (\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$ (avec dans ce cas les valeurs initiales des variables) ainsi que le long de la dégénérescence associée. Les barres d'erreurs (issus des niveaux à 1σ de la Fig. 2.10) sont assez faibles. Ainsi, trois systèmes d'images bien répartis spatialement dans un amas bimodal permettent, en plus du test cosmologique, de contraindre assez fortement la paramétrisation principale des deux halos.

La configuration d'images considérée dans ce paragraphe peut être rapprochée des différents systèmes observés dans l'amas A 370 ($z_L = 0,375$), modélisé par une distribution de masse bimodale (KNEIB et al. 1993; BÉZECOURT et al. 1999). Seuls deux familles d'images multiples ont vu leurs décalages spectraux déterminés spectroscopiquement, soit le grand arc à $z_{S1} = 0,704$ (SOUCAIL et al. 1988) et la paire d'arcs droits à $z_{S2} = 0,806$ (BÉZECOURT et al. 1999). De plus le « bras de levier » correspondant dans la variation du rapport de distances diamètre-angulaire $E(z_S)$ est assez faible.

Paramètres fixés										Paramètres ajustables			
X_{01}	Y_{01}	X_{02}	Y_{02}	ϵ_1	ϵ_2	θ_1	θ_2	θ_{t1}	θ_{t2}	σ_{01}	σ_{02}	θ_{c1}	θ_{c2}
(")	(")	(")	(")	—	—	(°)	(°)	(")	(")	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(")	(")
-34	0	34	0	0,2	0,2	-45	45	167	167	1100^{+55}_{-50}	1100^{+55}_{-45}	$12^{+0,10}_{-0,10}$	$12^{+0,30}_{-0,20}$

TAB. 2.11 – *Paramètres de la distribution de masse bimodale (2 halos PIEMD) ajustant au mieux la configuration d'images de la Fig. 2.9 (engendrée par le même type de modèle). Les paramètres géométriques et les rayons de coupure restent fixés aux valeurs initiales. Les autres paramètres physiques sont issus de l'ajustement principal. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.10) .*

Cas de deux halos dissymétriques

On considère enfin le cas d'une distribution de masse bimodale à $z_L = 0,3$ consistant en un halo principal de dispersion de vitesse centrale $\sigma_{01} = 1\,400\text{ km s}^{-1}$, et en une sous-structure secondaire située à $102''$ de la première et telle que $\sigma_{02} = 500\text{ km s}^{-1}$. Le plus petit halo contient ainsi 22 % de la masse totale de l'amas, suivant le profil *PIEMD* choisi pour modéliser les deux parties de la distribution (Tab. 2.12). On peut dès lors produire, en fixant la cosmologie à $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$, trois systèmes d'images multiples dont les propriétés sont semblables à celles de la configuration générée au § 2.3.4 (Tab. 2.9). Ces images et les lignes critiques pour les plans sources associés sont portées sur la Fig. 2.11.

On décide alors, pour la procédure d'optimisation, de ne pas prendre en compte le halo de plus faible masse. En effet, on peut avoir affaire dans une situation réelle à une sous-structure ayant des influences gravitationnelles mais sans contrepartie optique (cas des candidats halos noirs, « *dark clumps* »). Ou bien il est simplement possible qu'on ne modélise pas suffisamment précisément dans un premier temps la distribution de masse du déflecteur.

Tous les paramètres du seul halo *PIEMD* central sont donc optimisés dans un premier temps sur une maille large en $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ afin de pallier les problèmes de biais dans les contraintes cosmologiques. On extrait alors du modèle permettant d'ajuster le mieux possible les images de la Fig. 2.11 les paramètres géométriques qui seront fixés dans la procédure d'optimisation générale. Ces variables sont reportées à la Tab. 2.12. Le centre (X_{01}, Y_{01}) se déplace légèrement dans la direction du second halo initial qu'on ne considère plus dans le modèle. Mais on remarque en particulier que l'ellipticité du nouveau modèle de distribution de matière augmente sensiblement. Il semble que ce soit là la réponse de l'ajustement à l'omission d'une sous-structure.

	Paramètres fixés											Paramètres ajustables		
	X_{01}	Y_{01}	X_{02}	Y_{02}	ϵ_1	ϵ_2	θ_1	θ_2	σ_{02}	θ_{c2}	θ_{t2}	σ_{01}	θ_{c1}	θ_{t1}
	(")	(")	(")	(")	—	—	(°)	(°)	(km s ⁻¹)	(")	(")	(km s ⁻¹)	(")	(")
i)	0	0	100	20	0,2	0	0	0	500	5,2	46	1 400	13,5	146
ii)	0,348	0,189	—	—	0,259	—	1,880	—	—	—	—	$1\,400^{+40}_{-70}$	$12,8^{+0,20}_{-0,20}$	169^{+2}_{-2}

TAB. 2.12 – Paramètres de la distribution de masse bimodale (2 halos *PIEMD* dissymétriques) ayant servi à générer la configuration initiale d'images de la Fig. 2.11 (cas i)), et paramètres du halo principal rendant seul compte au mieux de ces mêmes systèmes d'images (cas ii)). Les paramètres géométriques résultent d'une optimisation préalable avec une maille large sur le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ et sont fixés par la suite. Les paramètres physiques du halo principal sont issus de la procédure d'optimisation. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.12).

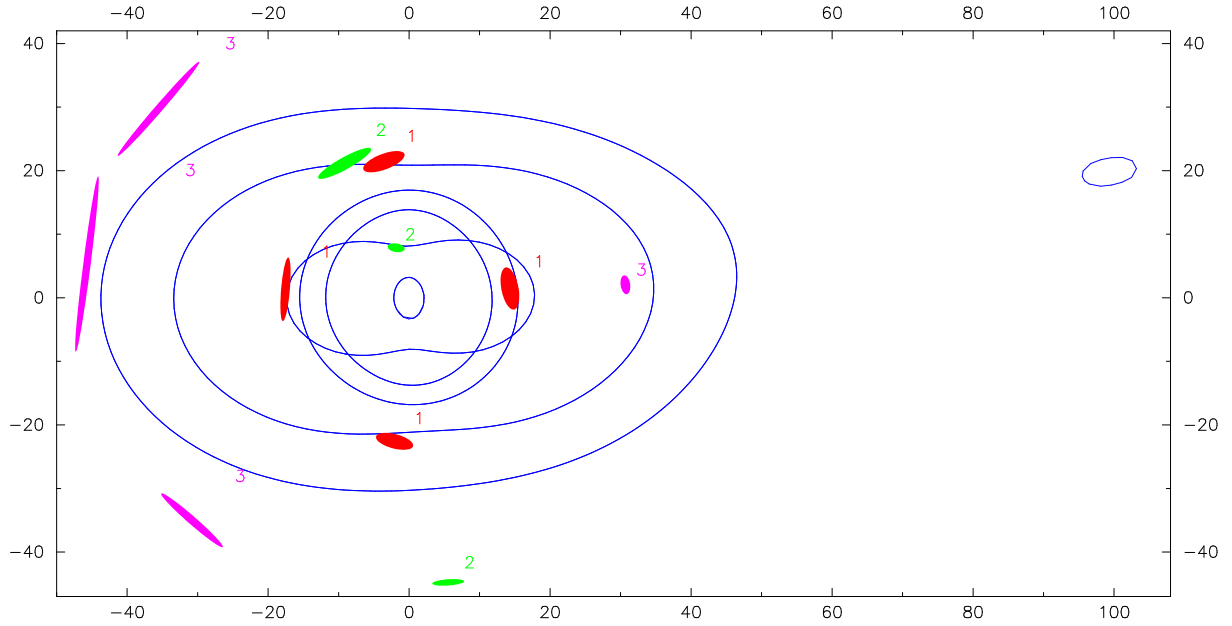


FIG. 2.11 – Images multiples générées par un amas à $z_L = 0,3$ consistant en deux halos PIEMD dissymétriques dont les paramètres sont reportés à la Tab. 2.12. Près de leurs lignes critiques respectives, on identifie trois systèmes d'images multiples: un tangential à $z_{S1} = 0,6$, un radial à $z_{S2} = 1,0$ et un autre tangential à $z_{S3} = 2$. Les unités sont données en secondes d'arc.

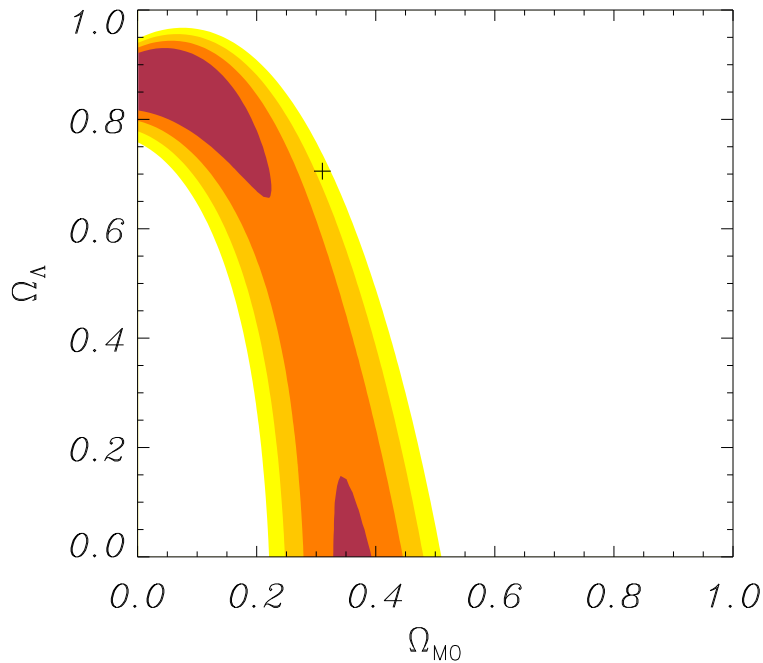


FIG. 2.12 – Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 6$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.9 par le même potentiel ayant servi à les engendrer, soit en considérant deux halos PIEMD. Les paramètres ajustables sont les dispersions de vitesse centrales et les rayons de cœur de chacun d'eux (voir la Tab. 2.11). $\chi^2_{\min} = 9$. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images: soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

Ensuite, avec ces paramètres géométriques fixés et sur un maillage fin en $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, on minimise le χ^2 (Éq. (2.6)) en faisant converger les paramètres ajustables σ_0 , θ_c et θ_t du halo *PIEMD* vers les valeurs optimum. Les niveaux de confiance pour ce $\chi^2(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ à $\nu = N_C - N_L = 16 - 5 = 11$ degrés de liberté sont portés sur la Fig. 2.12. Le χ^2 minimum réduit est de 9. L'ajustement par un seul halo des images de la Fig. 2.11 engendrées par un amas bimodal n'est donc pas optimal. De plus, les valeurs initiales des paramètres cosmologiques sont exclues à plus de 3σ . Il est donc essentiel de modéliser les sous-structures présentes dans un amas afin de tirer des contraintes crédibles sur $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. On remarque que le halo secondaire initial représentait 22 % de la masse totale, alors qu'en omettant la contribution des galaxies au § 2.3.4 – qui constituaient 30 % de la masse de l'amas –, on avait déduit de meilleures contraintes cosmologiques (comparer les Figs. 2.8 et 2.12). Les galaxies ont en fait une distribution de masse dense mais à faible rayon d'action, leur effet est assez local. Au contraire, un halo de matière noire est spatialement beaucoup plus étendu et il est essentiel de bien le modéliser. L'inconvénient est qu'il est alors nécessaire de tenir compte de paramètres ajustables supplémentaires. Enfin, la dégénérescence des niveaux de confiance de la Fig. 2.12 n'est pas celle qu'on attend pour cette méthode, c'est-à-dire suivant les iso-contours de rapports de termes $E(z_S)$. Un tel résultat peut être interprété comme la signature d'une mauvaise modélisation de la distribution de masse. Cette preuve *a posteriori* pourra s'avérer très utile dans des situations concrètes. Inversement, si la procédure d'optimisation conduit à une dégénérescence des paramètres cosmologiques dont l'allure est celle attendue, les contraintes obtenues et le modèle de distribution de masse pourront être considérés comme relativement robustes.

Finalement, les valeurs de la dispersion de vitesse centrale et des rayons de cœur et de coupure du modèle *PIEMD*, ainsi que les barres d'erreurs associées issues de la procédure d'optimisation, sont synthétisées à la Tab. 2.12. Ce modèle n'est pas rigoureusement exact attendu que $\chi^2_{\min} = 9$; σ_0 est tout de même identique à la valeur initiale, θ_c est plus faible et θ_t plus élevé.

2.3.6 Combinaison de contraintes

Il est important de souligner qu'un seul amas-lentille exhibant plusieurs systèmes d'images multiples fournit par lui-même une contrainte sur la géométrie globale de l'Univers. Par ailleurs, la dégénérescence exacte des contraintes dans les plans $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ ou (Ω_{M0}, w) dépend simplement des différents décalages spectraux du banc d'optique gravitationnelle. La combinaison de résultats issus de plusieurs configurations d'amas-lentille peut ainsi permettre de resserrer les incertitudes et de diminuer la zone autorisée pour les paramètres cosmologiques. On pourra ainsi fournir une contrainte par une méthode uniquement fondée sur un effet géométrique global et qui ne considère aucune autre hypothèse discutable.

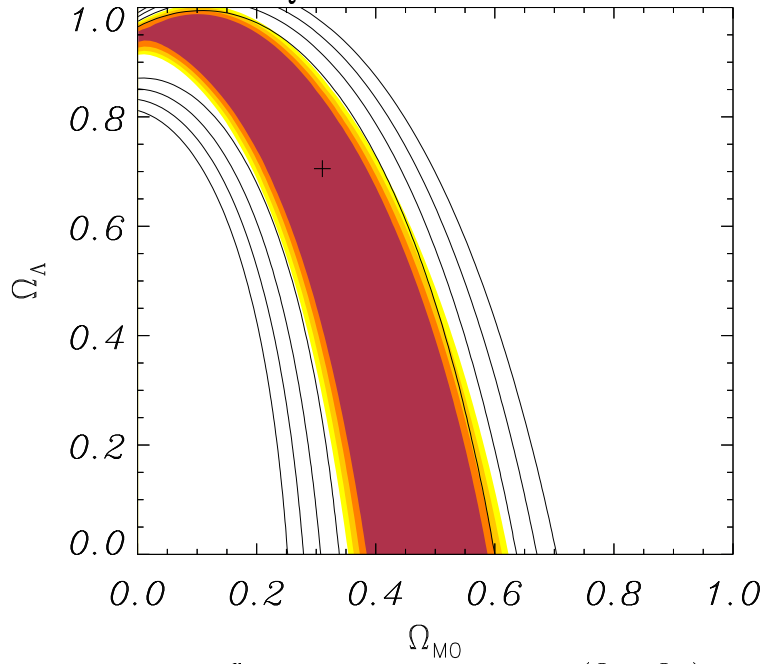


FIG. 2.13 – Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 60$ degrés de liberté. Le χ^2 est obtenu en ajoutant ceux issus des procédures d'ajustement de différentes configurations d'images (Tab. 2.13). Dans chaque cas, l'optimisation se fait avec le même potentiel que celui ayant généré les systèmes d'images, soit un halo PIEMD dont on considère les paramètres physiques (σ_0 , θ_c et θ_t) comme ajustables. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit dans chaque cas $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. On a superposé en traits pleins les mêmes niveaux de confiance obtenus avec un seul amas-lentille (cas $k = 4$ de la Tab. 2.13, voir aussi la Fig. 2.6).

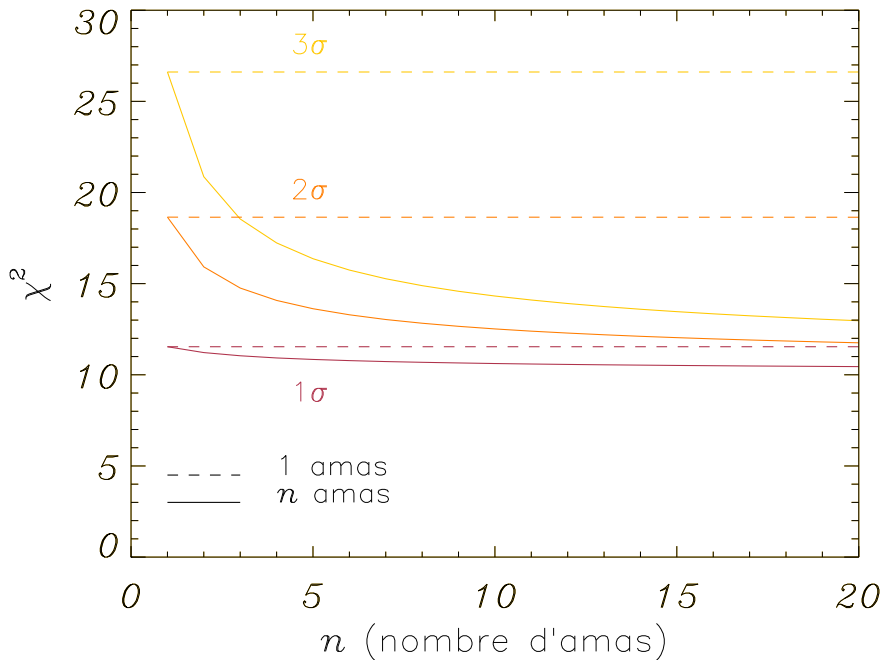


FIG. 2.14 – Evolution des niveaux de confiance suivant le nombre d'amas. Pour comparaison, les χ^2 sont normalisés à une valeur correspondant à 1 seul amas. Les niveaux de confiance à 1, 2 et 3σ sont obtenus en considérant que chaque amas est optimisé avec $\nu = 10$ degrés de liberté. Par rapport à ce qu'on obtiendrait dans le cas d'un amas (---), plus le nombre n d'amas augmente, plus les niveaux de confiance se resserrent (—). En particulier, les niveaux à 2 et 3σ diminuent fortement, alors que celui à 1σ reste assez robuste. Les probabilités à 1, 2 et 3σ sont respectivement de 68,3 %, 95,5 % et 99,7 %.

On a ainsi appliqué le processus de simulation numérique utilisé dans les paragraphes précédents à six différentes configurations dont la Tab. 2.13 précise les décalages spectraux. Trois systèmes d'images multiples, deux tangentiels et un radial, ont été générés dans chaque cas. Suivant la situation, les familles tangentielles peuvent comprendre 3 ou 4 (puisque l'on ne considère pas l'image centrale désamplifiée) images. Le potentiel considéré est un halo *PIEMD* unique et les valeurs initiales choisies sont toujours $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. La procédure d'optimisation considère ce même modèle – avec σ_0 , θ_c et θ_t comme paramètres libres – dans l'ajustement de la position des images lorsqu'on fait varier la cosmologie. C'est donc le même type de simulation qu'au § 2.3.1 (avec un profil NFW pseudo elliptique) ou au § 2.3.3 (avec ce même profil *PIEMD* en en considérant 2, 3 ou 4 systèmes). Le nombre de degrés de liberté ν_k est ainsi spécifié pour chaque configuration k à la Tab. 2.13.

La somme $\sum_{k=1}^6 \chi_k^2(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ va permettre de donner les niveaux de confiance sur les

paramètres cosmologiques pour un χ^2 à $\nu = \sum_{k=1}^6 \nu_k = 60$ degrés de liberté. On

porte ces différentes courbes sur la Fig. 2.13, en y superposant pour comparaison les mêmes niveaux obtenus en considérant un seul amas-lentille (configuration $k = 4$ de la Tab. 2.13, donnant les contraintes de la Fig. 2.6 – cas de trois systèmes). On peut donc obtenir une bien meilleure précision sur les paramètres cosmologiques en combinant simplement les résultats fournis par un nombre limité d'amas-lentilles. Plus précisément, la considération de plusieurs configurations permet de rapprocher entre eux les niveaux de confiance à 1, 2, 3 et 4σ , alors que la zone du plan qui a une probabilité de 68,3% de contenir les paramètres cosmologiques Ω_{M0} et Ω_{Λ} se réduit difficilement (voir la Fig. 2.14).

Enfin, comme on l'a déjà indiqué en revoyant les contraintes cosmologiques issues de combinaisons de différents tests (Partie I, § 4.2.8), les niveaux de confiance de

Configuration	z_L	z_{S1}	z_{S2}	z_{S3}	ν_k
$k = 1$	0,15	0,4	0,8	2,0	9
$k = 2$	0,2	0,5	1,0	3,0	9
$k = 3$	0,25	0,6	0,9	2,0	11
$k = 4$	0,3	0,6	1,0	2,0	11
$k = 5$	0,35	0,6	1,5	3,0	9
$k = 6$	0,4	0,8	1,8	4,0	11

TAB. 2.13 – Configurations d'amas-lentilles utilisées afin de contraindre les paramètres cosmologiques dans chaque cas et d'effectuer une combinaison globale des différents résultats obtenus (voir § 2.3.6 et Fig. 2.13). On précise dans chaque cas le nombre de degrés de liberté pour la configuration et l'ajustement considérés.

la méthode proposée peuvent se composer efficacement avec d'autres résultats. La combinaison sera d'autant plus puissante que les tests se complètent. S'il semble en effet impossible de lever la dégénérescence entre les paramètres cosmologiques par la seule méthode exposée dans ce travail, même en combinant des résultats de plusieurs configurations (Fig. 2.13), on peut la briser en faisant intervenir un test dont les contours sont orthogonaux, comme celui se fondant sur l'étude des SNIa distantes (Partie I, § 4.2.1).

Chapitre 3

Application à des amas-lentilles observés

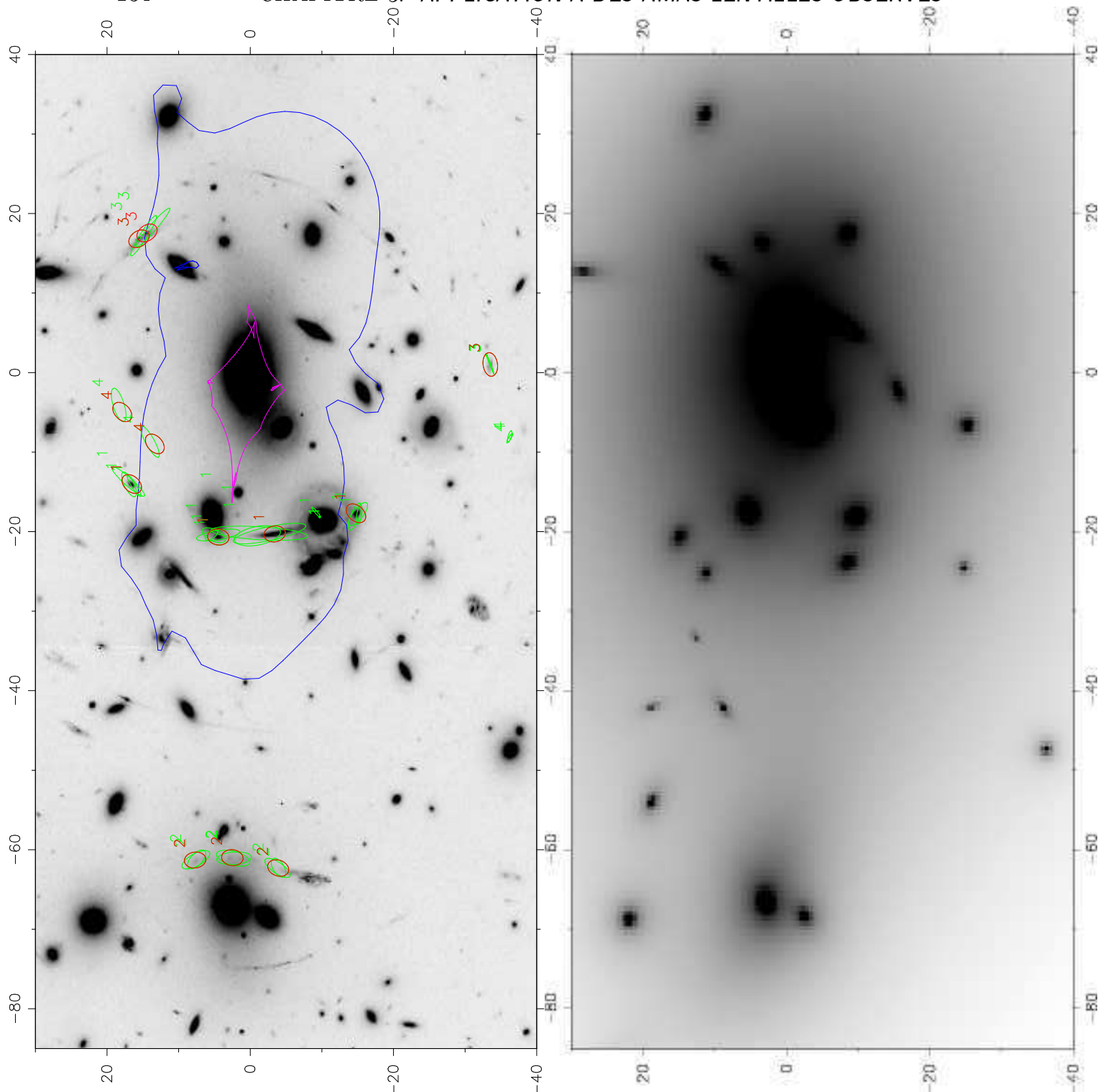


FIG. 3.1 — Amas de galaxies Abell 2218 ($z_L = 0,1756$). **À gauche :** image HST faisant apparaître la structure bimodale (deux halos centrés sur la galaxie cD principale, à l'origine, et sur deux autres galaxies, à une distance d'environ $70''$). On a mis en évidence les quatre systèmes d'images multiples (○) ($z_{S1} = 0,702$, $z_{S2} = 1,034$, $z_{S3} = 2,515$ et $z_{S4} = 5,576$) ainsi que les images redonnées par le meilleur modèle de potentiel (○). On a tracé, pour cette même optimisation, les lignes critiques (—) et caustiques (—) à z_{S3} . **À droite :** Meilleur modèle de masse projetée Σ rendant compte au mieux des positions des images multiples. Il se fonde sur deux halos principaux et considère la contribution des galaxies individuelles. Les niveaux de gris reproduisent les contours de Σ (voir également la Fig. 3.2).

3.1 Abell 2218

3.1.1 Présentation

L'amas de galaxies Abell 2218 est l'un des plus riches du catalogue d'ABELL et al. (1989), il est de classe 4, soit la plus grande. L'analyse photométrique de BUTCHER & OEMLER (1984) le confirme en donnant un *paramètre de concentration*¹ $C = 0,59$ parmi les plus élevés de leur échantillon. Corrélativement, sa luminosité dans la bande X est assez élevée ($L_X = 6 \times 10^{37}$ W, MACHACEK et al. (2002)) et il présente un effet SZ² (TSUBOI et al. 1998). On l'observe en général dans l'hémisphère Nord ; ses coordonnées sont $(\alpha, \delta) = (16 \text{ h } 35 \text{ min } 57 \text{ s}, 66^\circ 12' 38'')$ en Janvier 2000. Les observations spectroscopiques de 66 galaxies de l'amas par LE BORGNE et al. (1992) permettent de calculer un décalage spectral de $z_L = 0,1756 \pm 0,0008$ et une dispersion des vitesses des galaxies $\sigma = 1\,370^{+160}_{-120} \text{ km s}^{-1}$.

PELLÓ-DESCAYRE et al. (1988) ont observé pour la première fois des arcs dans A 2218. Des observations conduites par la même équipe ont permis d'identifier plus tard 32 arcs ou arclets (PELLÓ et al. 1992). Un décalage spectral a pu être établi pour deux de ces arcs : $z_{S1} = 0,702$ et $z_{S2} = 1,034$ (voir Fig. 3.1). Le relevé spectroscopique a également fait apparaître une structure dynamique complexe pour cet amas. Il s'agit d'un système bimodal centré d'une part sur la galaxie *cD* principale et d'autre part sur deux galaxies, à une distance d'environ $70''$.

Après des observations optiques et infra rouge (IR), KNEIB et al. (1995) construisent un modèle précis de potentiel bimodal contraint par deux systèmes d'images multiples. En effet, ils identifient d'une part correctement, et en accord avec leurs données photométriques, trois candidats images multiples formant un système avec l'arc observé par PELLÓ et al. (1992) à un décalage $z_{S1} = 0,702$. Ils détectent d'autre part un arc brisé en deux parties, caractéristique d'images multiples formées par une source présente sur la partie lisse d'une ligne caustique (voir Partie I, § 5.2.4). Cette configuration contraint fortement le modèle de masse projetée, puisque la ligne critique correspondante passe entre les deux parties de l'arc (voir Fig. 3.1). Cela permet d'identifier la position de la contre-image de ce système, située à plus grande distance du centre. Des différences de couleurs compatibles confirment cette hypothèse, ainsi que les décalages spectraux photométriques obtenus. En l'absence, alors, de résultats spectroscopiques sur cette famille d'images, les observations multibandes et des modélisations du spectre de ces galaxies donnent $z_{S3} \simeq 3$.

En considérant ces deux systèmes d'images, KNEIB et al. (1995) ont construit le premier modèle précis du potentiel gravitationnel projeté de A 2218. Il est dominé par deux halos de matière noire centrés sur la galaxie *cD* et sur l'autre elliptique autour

1. Suivant BUTCHER & OEMLER (1984), les amas sont classés suivant leur degré de concentration centrale. Si R_n est le rayon du disque, à partir du centre, contenant $n\%$ de la distribution projetée de galaxies de l'amas, on définit le paramètre de concentration par $C \equiv \log(R_{60}/R_{20})$.

2. Distortion du spectre du FDC par effet Compton inverse sur les électrons du gaz chaud intra-amas (SUNYAEV & ZELDOVICH 1972).

de laquelle d'autres arcs sont observés. Ces deux ensembles massifs (« *clumps* » en anglais) sont décrits par une distribution elliptique de type *PIEMD* (voir § 2.2.1 et Partie I, § 5.4.3), qui présente en particulier un cœur plat non singulier. Comme les modèles d'amas-lentilles de A 370 (KNEIB et al. 1993) et MS 2137–23 (MELLIER et al. 1993) l'avaient déjà souligné, les deux halos de matière noire sont là aussi exactement centrés sur les deux galaxies elliptiques géantes autour desquelles les déformations gravitationnelles fortes sont présentes. Par ailleurs, en première approximation, les isophotes externes de ces galaxies tracent l'orientation et l'ellipticité de la distribution de masse projetée. Les étoiles de leurs halos se déplacent en effet dans le même potentiel de matière noire que celui formant les arcs gravitationnels.

La masse totale donnée par ce modèle de potentiel à l'intérieur de l'arc brisé à z_{S3} est ainsi de $M(R \leq 46 h^{-1} \text{ kpc}) = 6,1 \times 10^{13} M_{\odot}$. L'iso-contour le plus étendu de la distribution de masse où le modèle est encore contraint par la position des deux systèmes d'images multiples considérés atteint la seconde concentration de masse, et conduit à $M(R \leq 139 h^{-1} \text{ kpc}) = 2,7 \times 10^{14} M_{\odot}$ (KNEIB et al. 1995). Outre leur valeur intrinsèque, l'intérêt de ces estimations de masse projetée – obtenues simplement par l'effet de lentille de l'amas – réside dans la comparaison qu'on peut en faire avec les masses totales déduites des observations en X. Cette dernière technique suppose que le gaz intra-amas est en équilibre hydrostatique dans le potentiel gravitationnel ; en outre l'obtention d'une densité de masse volumique sous-entend que l'amas possède la symétrie sphérique et nécessite la connaissance de la distribution de température (PIERRE et al. 1996). Une comparaison des masses obtenues par l'étude des déformations gravitationnelles et les observations en X peuvent donc permettre de tester la validité de ces hypothèses physiques.

A 2218 est connu pour la divergence que présentent les estimations des deux types de masse, celle déduite en considérant l'amas-lentille étant plus de deux fois plus élevée que la masse issue de la modélisation du gaz émetteur en X (MIRALDA-ESCUDE & BABUL 1995; ALLEN 1998). La distribution bimodale proposée par KNEIB et al. (1995) permet de rendre compte de cette différence et donne des indications sur l'état dynamique de l'amas. Ce modèle de lentille suggère qu'une activité de fusion (« *merger* » en anglais) pourrait avoir lieu le long de l'axe joignant les deux halos. Les simulations de formation des amas montrent que ces fusions apparaissent généralement dans les filaments de la structure à grande échelle (THOMAS et al. 1998). La matière noire se situerait alors le long de cette ligne, impliquant un cisaillement tel que la plupart des arcs et arceaux sont perpendiculaires à cette direction. Une analyse fine des données de *ROSAT* a même montré que la distribution du gaz émetteur X présente elle aussi une morphologie bimodale (NEUMANN & BÖHRINGER 1999). La sous-structure subirait sa première chute vers un « choc » central, le gaz s'échappant ensuite du centre suivant le petit axe de la distribution X le long duquel la pression est moindre. La meilleure sensibilité de *Chandra* devrait pouvoir donner des conclusions définitives sur cette hypothèse.

Le gaz intra-amas ne serait ainsi pas en équilibre thermique hydrostatique à cause

d'une récente activité de fusion qui a produit une composante significative de pression d'origine non-thermique au centre et des sous-structures le long de la ligne de visée. Ce dernier point a été confirmé par des données optiques des positions et des décalages spectraux des galaxies de l'amas (GIRARDI et al. 1997), et en X par les observations de *Chandra* (MACHACEK et al. 2002). Une description précise de la distribution de masse projetée fondée sur l'effet de lentille gravitationnelle permet ainsi d'apporter des informations importantes sur l'état dynamique d'un amas.

D'après le modèle de lentille de KNEIB et al. (1995), le décalage spectral du second système d'images multiples qu'ils considèrent est estimé à $z_{S3} = 3,0 \pm 0,2$. EBBELS et al. (1996) ont confirmé pour la première fois une prévision faite par une modélisation d'amas-lentille en mesurant $z_{S3} = 2,515$ pour les images de cette famille.

En outre, la qualité d'image sur A 2218 a considérablement augmenté après la réparation du *HST* (Fig. 3.1). Les observations effectuées par la caméra *WFPC2* à travers le filtre *F702W* ont permis de révéler une quantité d'images gravitationnelles supplémentaires (KNEIB et al. 1996). Les arcs les plus brillants sont ainsi résolus par le télescope spatial et font apparaître des morphologies permettant d'identifier plusieurs systèmes d'images multiples. Outre les familles à $z_{S1} = 0,702$ et $z_{S3} = 2,515$, l'image déjà observée à $z_{S2} = 1,034$ s'avère faire partie d'un système multiple. Quatre autres familles d'images (deux autour de la galaxie *cD*, une au milieu présentant des arcs droits et une dernière déformée par le halo secondaire) sont également identifiées. Ces observations permettent à KNEIB et al. (1996) de construire une distribution de masse très précise, la mieux contrainte parmi toutes celles des amas connus.

Le décalage spectral d'une des paires d'images multiples détectées autour du halo principal a été déterminé par ELLIS et al. (2001) grâce à une forte raie d'émission $\text{Ly}\alpha$ ($\lambda_0 = 1216 \text{ \AA}$): $z_{S4} = 5,576$ (voir Fig. 3.1). La précision sur le profil de masse déduit d'un modèle reproduisant les fortes déformations gravitationnelles produites par l'amas-lentille est excellente. Combinées aux observations des faibles distortions, ces données permettent même de contraindre la distribution de masse des galaxies présentes dans A 2218 (NATARAJAN et al. 2002b). Ces derniers considèrent les 40 galaxies les plus brillantes de l'amas, qu'ils modélisent par un profil *PIEMD* dont les paramètres sont mis à l'échelle suivant les relations (2.1) et (2.3). L'étendue du halo des galaxies, et donc la valeur du rayon de troncature r_t caractéristique, permet de tester la nature de la matière noire, suivant qu'elle est collisionnelle (du type fluide, FURLANETTO & LOEB 2002) ou non (TAYLOR & BABUL 2001). Les résultats montrent que la composante de masse principale des halos de matière noire des galaxies est non-collisionnelle.

En conclusion, l'image *HST* de A 2218 et la détermination de quatre systèmes d'images multiples de décalages mesurés spectroscopiquement (et bien répartis) font de cet amas le mieux connu du point de vue de sa distribution de masse, et le plus adapté au test proposé dans ce travail. En outre, comme on l'a vu, la connaissance précise du potentiel – nécessaire pour une contrainte cosmologique – induit des informations physiques importantes.

3.1.2 Procédure d'optimisation du potentiel

Modèle de potentiel

On applique ici la procédure d'optimisation du potentiel permettant de calculer un $\chi^2(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ – ou $\chi^2(\Omega_{M0}, w)$ – et qui a été mise en œuvre sur des simulations numériques au § 2.

On reprend les caractéristiques du modèle de potentiel de A 2218 trouvées par KNEIB et al. (1995). L'amas est décrit par deux halos de matière noire qui constituent l'essentiel de la masse. Le principal est centré sur la galaxie *cD* et le secondaire sur deux galaxies brillantes autour desquelles un cisaillement important est aussi observé. Le profil de masse de ces halos est du type *PIEMD* (voir Partie I, § 5.4.3). Chacun d'un est caractérisé par 7 paramètres: 4 géométriques (la position du centre (X_0, Y_0) , l'ellipticité ϵ et l'angle d'orientation θ) et 3 physiques (la dispersion de vitesse centrale σ_0 , le rayon de cœur θ_c et le rayon de coupure θ_t). Cette distribution de masse est finie au centre. On a montré par des simulations numériques que les contraintes cosmologiques ne sont pas sensibles au type de modèle de potentiel utilisé (§ 2.3.2), en particulier si l'on utilise un profil non singulier. Dans ce dernier cas, et si la distribution réelle diverge au centre, cela se traduira dans l'ajustement du modèle par un rayon de cœur très faible, ce qui permettra de reconsidérer la description de l'amas.

On rajoute également la contribution des galaxies les plus brillantes, c'est-à-dire en pratique les 37 dont la magnitude dans la bande d'observation centrée sur $\lambda = 702$ nm de l'image *HST* est $m < 19,5$. La distribution de masse de ces galaxies est également modélisée par un profil de type *PIEMD*. Les paramètres géométriques sont fixés en supposant que le centre, l'ellipticité et l'orientation du halo de matière noire des galaxies sont identiques à ceux de leur profil de luminosité. Les paramètres physiques des galaxies (σ_0 , θ_c et θ_t) suivent quant à eux une loi d'échelle selon la valeur de leur luminosité (voir les Éqs (2.1), (2.3) et (2.3)). On utilisera en pratique la magnitude

$m = m_0 - 2,5 \log \frac{L}{L_0}$ pour la bande spectrale centrée autour de $\lambda = 702$ nm. Les relations suivantes sont ainsi considérées:

$$\sigma_0 = \sigma_{0*} 10^{(m_* - m)/10} \quad (3.1)$$

$$\theta_c = \theta_{c*} 10^{(m_* - m)/5} \quad (3.2)$$

$$\theta_t = \theta_{t*} 10^{\alpha(m_* - m)/2,5} \quad (3.3)$$

Ces expressions font apparaître quatre paramètres ajustables pour l'ensemble des galaxies considérées. Il s'agit d'une part des variables σ_{0*} , θ_{c*} et θ_{t*} caractéristiques pour une galaxie de magnitude $m_* = 17,5$. Cette dernière valeur est prise arbitrairement; pour comparaison, la magnitude de la galaxie *cD* est de 16,06 et 6 galaxies sont telles que $m < m_*$. Les valeurs des paramètres physiques des galaxies issus du modèle correspondront donc à une elliptique parmi les plus brillantes de l'amas. L'Éq. (3.3) inclut d'autre part un quatrième paramètre α , déterminant la variation du rayon de

troncature selon la luminosité : $\theta_t = \theta_{t*} \left(\frac{L}{L_*} \right)^\alpha$. Pour le modèle choisi au § 2.1, on a pris $\alpha = 1/2$ (Éq. (2.3)), ce qui assurait un rapport M/L constant pour les galaxies (voir Partie I, Éq. (5.94)). L'introduction du paramètre α rajoute donc un degré de liberté supplémentaire en ne contraignant pas le rapport M/L à rester constant pour les galaxies. On trouve ainsi (en utilisant les Éqs (5.90) et (5.87) de la Partie I) que $M/L \propto L^{\alpha-1/2}$.

Détermination des paramètres fixes

La procédure d'optimisation générale ne prendra pas en compte tous les paramètres du modèle de potentiel. Il y aurait alors trop peu de degrés de liberté pour pouvoir tirer des contraintes cosmologiques; il serait en outre difficile dans ce cas de trouver des valeurs robustes et uniques de tous les paramètres, différentes familles de solution pouvant constituer une dégénérescence et conduire à des discontinuités non physiques des variables lorsqu'on change la valeur des paramètres cosmologiques. Suivant le procédé utilisé aux § 2.3.2, 2.3.4 et 2.3.5 lors des simulations numériques, on va

Paramètres du halo principal						
X_{01}	Y_{01}	ϵ_1	θ_1	σ_{01}	θ_{c1}	θ_{t1}
(")	(")	—	(°)	(km s ⁻¹)	(")	(")
3,92	0,47	0,274	-15,23	1043,9	18,88	197,71
Paramètres du halo secondaire						
X_{02}	Y_{02}	ϵ_2	θ_2	σ_{02}	θ_{c2}	θ_{t2}
(")	(")	—	(°)	(km s ⁻¹)	(")	(")
-65,17	2,93	0,619	-22,33	375,1	7,61	82,14
Cosmologie			Paramètres des galaxies			
Ω_{M0}	Ω_Λ	χ^2_{\min}	σ_{0*}	θ_{c*}	θ_{t*}	α
			(km s ⁻¹)	(")	(")	—
0,001	0,9	6,05	176,8	0,047	11,76	0,836

TAB. 3.1 – Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas A 2218 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda) \in [0,1] \times [0,1]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 6,05$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,001$ et $\Omega_\Lambda = 0,9$.

dans un premier temps balayer les plans $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ et (Ω_{M0}, w) selon une maille large (par pas de 0,1) en optimisant tous les paramètres du modèle suivant une méthode de Monte Carlo. L'utilisation d'une cosmologie arbitraire donnée pour trouver les valeurs des paramètres que l'on fixera par la suite pour l'optimisation globale pourrait en effet introduire un biais dans les contraintes obtenues sur la géométrie de l'Univers.

On prend en compte 2×7 paramètres ajustables pour les deux halos principaux de matière noire, et trois autres (σ_{0*} , θ_{t*} et α) pour décrire l'ensemble des galaxies individuelles. On fixe en effet le paramètre θ_{c*} (Éq. (3.2)). Suivant les applications numériques du § 1.3.2, sa valeur et son influence sont en effet tout à fait négligeables. Les galaxies possèdent pratiquement un profil singulier, et sont caractérisées par leur dispersion de vitesses stellaires et par l'étendue de leur halo. Suivant les valeurs typiques prises par NATARAJAN & KNEIB (1997) ou HJORTH & KNEIB (2002), on pose $\theta_{c*} = 0,047''$, ce qui correspond à une distance physique $r_{c*} = 0,15 \text{ kpc}$ pour $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) = (0,3; 0,7)$ et $H_0 = 65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

Afin d'appliquer la méthode de Monte Carlo, il faut préalablement déterminer pour chaque paramètre les bornes entre lesquelles les tirages aléatoires vont être

Paramètres du halo principal						
X_{01}	Y_{01}	ϵ_1	θ_1	σ_{01}	θ_{c1}	θ_{t1}
(")	(")	—	(°)	(km s^{-1})	(")	(")
4,29	0,35	0,294	-15,88	1039,3	18,52	160,72

Paramètres du halo secondaire						
X_{02}	Y_{02}	ϵ_2	θ_2	σ_{02}	θ_{c2}	θ_{t2}
(")	(")	—	(°)	(km s^{-1})	(")	(")
-65,58	3,21	0,603	-22,02	387,0	8,17	61,28

Cosmologie			Paramètres des galaxies			
Ω_{M0}	w	χ^2_{\min}	σ_{0*}	θ_{c*}	θ_{t*}	α
			(km s^{-1})	(")	(")	—
0,101	-1	6,65	177,8	0,047	12,56	0,996

TAB. 3.2 – Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas A 2218 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour un Univers plat caractérisé par $(\Omega_{M0}, w) \in [0,1] \times [-1,0]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 6,65$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,101$ et $w = -1$.

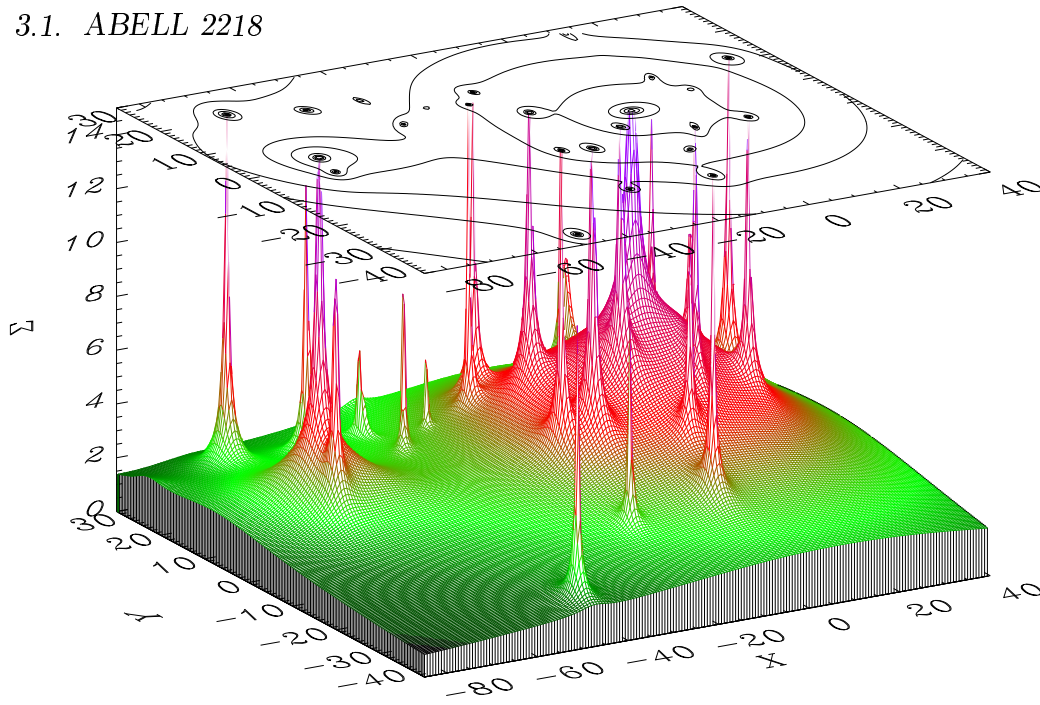


FIG. 3.2 – Modèle de masse projetée Σ (en kg m^{-2}) rendant compte au mieux des positions des images multiples dans A 2218 (voir Fig. 3.1). La figure montre la distribution spatiale et les iso-contours de Σ , en fonction des coordonnées spatiales (X,Y) exprimées en ". Ce modèle se fonde sur deux halos principaux et considère la contribution des galaxies individuelles.

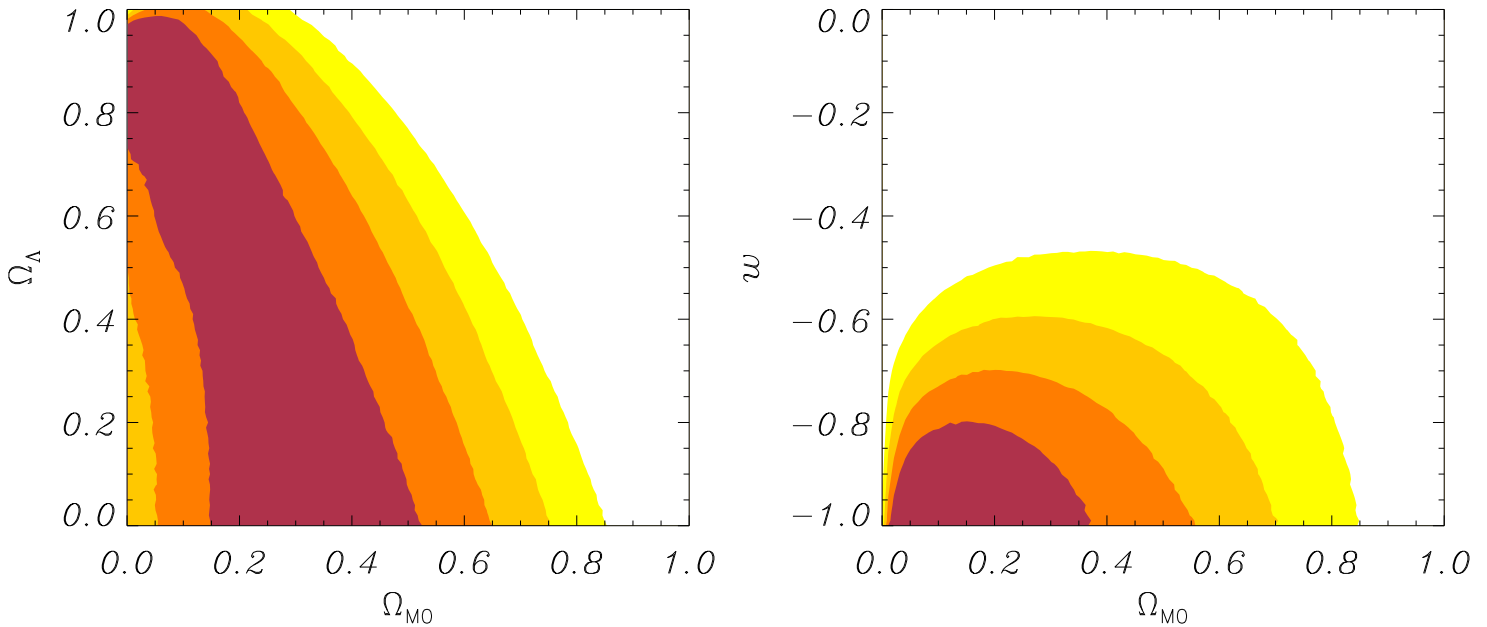


FIG. 3.3 – Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 16 - 6 = 10$ degrés de liberté. Le χ^2 est résulte de l'optimisation, pour chaque cosmologie $((\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ à gauche et (Ω_{M0}, w) à droite), des quatre paramètres libres (σ_{01} , θ_{c1} , σ_{02} et θ_{c2} , voir Figs 3.4 et 3.5) du potentiel gravitationnel décrivant l'amas A 2218. Le meilleur ajustement est obtenu pour le modèle reproduisant au mieux les positions des images multiples (voir Fig. 3.1). Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

effectués. Afin d'estimer l'ordre de grandeur des différentes valeurs, on doit alors préciser une cosmologie afin d'optimiser la potentiel. Afin que cette étape n'introduise aucun biais, ce processus est effectué pour plusieurs jeux de paramètres cosmologiques, soit explicitement $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) = (0,3; 0)$, $(0,3; 0,7)$ et $(1; 0)$. On prendra en outre des intervalles assez larges sur les paramètres ainsi déterminés.

Les résultats de cette optimisation préparatoire sont synthétisés à la Tab. 3.1 lorsqu'on balaye le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, et à la Tab. 3.2 en se plaçant dans un Univers plat décrit par (Ω_{M0}, w) . Les valeurs obtenues pour décrire les deux halos de matière noire et la distribution de masse des galaxies sont tout à fait équivalentes à celles rapportées par KNEIB et al. (1995) et NATARAJAN et al. (2002b). Les positions et les angles sont donnés par rapport au centre et aux axes de l'image *HST* (Fig. 3.1). L'origine de celle-ci est en $(\alpha_0, \delta_0) = (16\text{ h }36\text{ min }05,90\text{ s}, 66^\circ 12' 55,11'')$ et son repère est en rotation de $139,74^\circ$ par rapport à (α, δ) .

Le système massif principal est centré sur la galaxie *cD*, bien que légèrement décalé de quelques secondes d'arc. Le second halo de matière noire est positionné sur la galaxie située à $70''$ de l'origine, autour de laquelle de fortes déformations et un cisaillement important sont observés. Son centre est là aussi décalé de quelques secondes d'arc par rapport à celui du profil de luminosité de la galaxie.

Le halo principal n'est pas exactement orienté suivant le grand axe de l'elliptique centrale: $\theta_1 \simeq -15,5^\circ$, alors que $\theta_{cD} = 3,80^\circ$ pour les isophotes de la galaxie *cD*. En outre, ce système de masse présente une ellipticité bien moindre: $\epsilon_1 \simeq 0,28$ comparé à $\epsilon_{cD} = 0,563$. Ces caractéristiques avaient déjà été relevées dans les modèles précédents fondés sur les effets de lentille d'Abell 2218 (KNEIB et al. 1996; NATARAJAN et al. 2002b). La morphologie du second halo semble au contraire différente si l'on se réfère aux valeurs rapportées dans les Tabs 3.1 et 3.2. Ce système est d'une part orienté vers le halo principal ($\theta_2 \simeq -22,2^\circ$), tout comme ce dernier voit son grand axe dirigé vers le halo secondaire. En outre, son ellipticité est relativement importante suivant ce modèle: $\epsilon_2 \simeq 0,61$.

Il semble ainsi que la distribution surfacique de masse dans A 2218 soit orientée suivant la ligne joignant les deux galaxies les plus brillantes; les grands axes des deux systèmes principaux étant dans ce même alignement. Cette disposition se reflète dans le modèle représenté à la Fig. 3.1, en parallèle de l'observation optique de l'amas. On peut supposer que la phase actuelle de fusion soit responsable de la forte élongation du halo secondaire de plus faible masse, accrété par la condensation principale de matière noire.

Enfin, les valeurs caractérisant la distribution de masse des galaxies (σ_{0*} , θ_{t*} et α) sont tout à fait compatibles avec les valeurs courantes, en particulier celles trouvées par NATARAJAN et al. (2002a) dans l'étude de 6 amas de galaxies. La valeur $\theta_{t*} = 11,76''$ issue de l'optimisation dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ (Tab. 3.1) représente par exemple $r_{t*} = 38,82\text{ kpc}$ pour la cosmologie correspondante et $H_0 = 65\text{ km s}^{-1}\text{ Mpc}^{-1}$. On remarque par ailleurs que le paramètre α que l'on a laissé libre et qui rend compte de la variation du rayon de troncature des galaxies suivant leur magnitude (Éq. 3.3)

est de l'ordre de 0,9. Une valeur $\alpha = 0,5$ assurerait que le rapport M/L est constant pour toutes les galaxies. D'après NATARAJAN et al. (2002b), $\alpha < 0,5$ est rejeté avec un fort niveau de confiance pour les galaxies de A 2218. Dans le modèle qui ressort ici, les galaxies les plus brillantes ont proportionnellement un halo plus étendu que les faibles. Le rapport masse sur luminosité est alors tel que $M/L \propto L^{0,4}$. Par ailleurs, les relations empiriques entre les différentes variables décrivant les galaxies elliptiques et lenticulaires dans le plan fondamental (DRESSLER et al. 1987) impliquent que le rapport M/L est une fonction faiblement dépendante de la luminosité, du type $M/L \propto L^{0,3}$ (JORGENSEN et al. 1996). C'est ce type de comportement qui semble ressortir ici pour les galaxies de l'amas A 2218.

La Fig. 3.2 reprend en trois dimensions le modèle de densité surfacique de masse représenté par des niveaux de gris à la Fig. 3.1. Cette figure permet d'illustrer le fait que les deux halos de matière noire voient leur profil varier continuellement, avec un cœur plat et une extension assez large. Les halos des galaxies apparaissent au contraire comme singuliers et très localisés eu égard à la composante à plus grande échelle de la distribution de masse. Les deux galaxies les plus brillantes introduisent ainsi une singularité dans la partie très centrale de chacune des deux composantes « lisses ». Suivant ce modèle, et pour aborder le problème de la pente logarithmique centrale des amas de galaxies, il semble qu'on puisse décrire un tel halo par une distribution de grande étendue à cœur plat à laquelle se superpose le potentiel plus piqué de l'elliptique géante située dans le puits de matière noire. Toutefois, attendu que la position des images gravitationnelles dépend du gradient de potentiel calculé à l'endroit où elles se forment, il est clair que les paramètres décrivant les galaxies individuelles, très localisées, sont bien moins contraints que ceux décrivant les halos de matière noire. On notera tout de même que SAND et al. (2002) ont modélisé l'amas MS 2137–23 par une composante piquée décrivant la partie lumineuse, superposée à un halo de pente logarithmique centrale plus faible que le profil NFW. Pareillement, BARDELLI et al. (2002) ont décrit la distribution de la brillance de surface dans la bande X de l'amas A 3560 par un profil général elliptique non singulier de KING (1962) (voir Partie I, § 5.4.3) – dont le grand axe est aligné suivant les amas avec lesquels

élément		masse ($10^{14} M_{\odot}$)	fraction de masse
halo principal		3,053	91,1 %
halo secondaire		0,172	5,1 %
galaxies		0,128	3,8 %
total		3,353	100 %

TAB. 3.3 – *Masse des différents éléments constituant le modèle du profil de l'amas A 2218, d'après l'ajustement issu de la procédure d'optimisation préalable (voir Tabs 3.1 et 3.2).*

A 3560 est en interaction – et par une composante piquée et plus faible centrée sur la galaxie dominante.

Les modèles présentés aux Tabs 3.1 et 3.2 permettent en outre de déterminer la masse totale et par composante de A 2218 : voir la Tab. 3.3. Les profils considérés étant en effet tous du type *PIEMD*, leur masse converge et se calcule suivant l'Éq. (5.90) de la Partie I. La masse totale est de $1,886 \times 10^{14} M_{\odot}$. Elle est du même ordre de grandeur que la masse déduite par KNEIB et al. (1995) suite aux observations des fortes déformations, et à celles obtenues par SQUIRES et al. (1996) ou SMAIL et al. (1997) en se fondant sur l'étude des faibles distortions. Dans ces deux derniers cas, la masse totale est également compatible avec leurs estimations issues d'observations du gaz émetteur en X. Le halo principal de matière noire, centré sur la galaxie *cD*, constitue plus de 90 % de cette masse, ce qui est en accord avec les résultats de NATARAJAN et al. (2002b) pour ce même amas. Le second halo, bien que nécessaire pour prévoir la position des images multiples et constituant un élément caractéristique de A 2218 (voir les Figs 3.1 et 3.2), ne représente que 3,5 % de la masse de l'amas. Les galaxies individuelles qui ont été prises en compte dans ce modèle ne sont pas négligeables puisqu'elles constituent environ 5 % de la matière totale. Cette valeur est toutefois plus faible que celle trouvée par NATARAJAN et al. (2002a) ; d'après leur étude du phénomène de lentille galaxie-galaxie dans les amas massifs, entre 10 et 20 % de leur masse serait associée aux galaxies individuelles centrales.

Optimisation du potentiel et contraintes cosmologiques

On va maintenant optimiser les paramètres libres du potentiel gravitationnel par pas de 0,01 sur une grille $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) \in [0,1] \times [0,1]$ ou $(\Omega_{M0}, w) \in [0,1] \times [-1,0]$. On choisit d'ajuster les dispersions de vitesse centrales σ_{01} et σ_{02} et les rayons de cœur θ_{c1} et θ_{c2} des deux halos de matière noire considérés dans le modèle. Les positions des images et les décalages spectraux étant données, ce sont en effet les deux paramètres dont dépend le plus l'effet de lentille (voir les Éqs (1.19) et (1.22) issues de calculs semi-analytiques). Pour la simulation effectuée au § 2.3.4, on en avait en outre considéré une dispersion de vitesse centrale caractéristique pour les galaxies $\sigma_{0*} \propto \sigma_0$, où σ_0 représentait le seul halo de matière noire. On pouvait ainsi remettre à l'échelle la masse des galaxies lorsque, en première approximation, la dispersion de vitesse du halo se modifiait selon $\sigma_0 \propto 1/\sqrt{E}$ en considérant une cosmologie différente. Ce n'est pas le cas de A 2218, puisqu'on modélise cet amas par deux systèmes de masse principaux en plus des galaxies individuelles. Suivant les notations des Éqs. (1.5) et (1.6), on peut exprimer de la façon suivante la séparation angulaire $\Delta\theta = \theta_{I2} - \theta_{I1}$ entre deux images multiples :

$$\Delta\theta = \sigma_{01}^2 E \delta f_1 + \sigma_{02}^2 E \delta f_2 + \sigma_{0*}^2 E \delta f_* \quad (3.4)$$

où $\delta f_1 \equiv \delta f_1(\theta_{I1}, \theta_{I2}; \theta_{c1}, \theta_{t1})$, $\delta f_2 \equiv \delta f_2(\theta_{I1}, \theta_{I2}; \theta_{c2}, \theta_{t2})$ et $\delta f_* \equiv \delta f_*(\theta_{I1}, \theta_{I2}; \theta_{c*}, \theta_{t*}, L_i, L_*)$. Il est dans ce cas difficile d'exhiber *a priori* la dégénérescence que

prendront les paramètres libres, c'est-à-dire les contours représentant les valeurs constantes de σ_{01} et σ_{02} lorsque la cosmologie – et donc le rapport de distances diamètre-angulaire E – varie. D'autant plus que $\delta \mathbf{f}_1$, $\delta \mathbf{f}_2$ et $\delta \mathbf{f}_*$ vont prendre des valeurs très différentes suivant que le système d'images considéré est plus ou moins proche d'un des deux halos ou d'une galaxie. Dans le cas d'un seul halo, et comme la dispersion des vitesses est le paramètre le plus important (Éq. (1.22)), l'équation des lentilles (1.6) montre qu'en première approximation le produit $\sigma_0^2 E$ est constant lorsqu'on varie la cosmologie. On obtient alors une dégénérescence typique (Fig. 1.7) qui dépend peu du décalage spectral de la source z_s auquel $E(z_s)$ est calculé. Comme le montre la Fig. 1.10, $\sigma_0 \propto 1/\sqrt{E(z_s)}$ est toujours assez fortement décroissant avec Ω_Λ tandis qu'il dépend peu de la densité de matière (il décroît avec Ω_{M0} lorsque z_s est faible et augmente pour une source plus lointaine).

L'Éq. 3.4 et la disposition spatiale des images (Fig. 3.1) ne permettent pas ici de prévoir un comportement aussi simple. Afin de ne pas considérer un paramètre libre supplémentaire, on va mettre à l'échelle la dispersion de vitesse caractéristique des galaxies suivant les valeurs optimisées des paramètres libres selon $\sigma_{0*} \propto (\sigma_{01} + \sigma_{02})$. Cette hypothèse permet simplement d'affiner le modèle dans cette optimisation globale, les galaxies ne représentant que 5,1 % de la masse de l'amas (Tab. 3.3). Les dégénérescences cosmologiques obtenues pourront *a posteriori* infirmer ce choix (voir les Figs 2.8).

En ce qui concerne les rayons de cœur, dans le cas du halo simple étudié dans les simulations numériques du § 2.3.1, θ_s possédait la dégénérescence de $E(z_{sb})/E(z_{sa})$, ce qui s'explique par le rapport des séparations d'images multiples pour deux systèmes (Éq.(1.8)). Ce rapport peut ici s'écrire

$$\frac{\|\Delta \boldsymbol{\theta}^b\|}{\|\Delta \boldsymbol{\theta}^a\|} = \frac{E(z_{sb})}{E(z_{sa})} \frac{\|\sigma_{01}^2 \delta \mathbf{f}_1^b + \sigma_{02}^2 \delta \mathbf{f}_2^b + \sigma_{0*}^2 \delta \mathbf{f}_*^b\|}{\|\sigma_{01}^2 \delta \mathbf{f}_1^a + \sigma_{02}^2 \delta \mathbf{f}_2^a + \sigma_{0*}^2 \delta \mathbf{f}_*^a\|} \quad (3.5)$$

Les termes qui interviennent dans cette expression seront très différents suivant les deux systèmes considérés et les deux images dont on prend en compte la séparation dans chacun d'eux. D'après la configuration des images reproduite à la Fig. 3.1, celles de la famille n° 2 conduiront à une prépondérance du terme correspondant au halo secondaire (soit $\sigma_{02}^2 \delta \mathbf{f}_2^i$). Si l'on considère les autres systèmes pour effectuer le rapport (3.5), le terme en $\sigma_{01}^2 \delta \mathbf{f}_1^i$ (décrivant le halo principal) dominera au numérateur et au dénominateur. Ce peut toutefois ne pas être le cas pour trois des images de la famille n° 1 qui sont proches de deux galaxies massives. Il paraît donc difficile d'exhiber *a priori* la dégénérescence de θ_{c1} et θ_{c2} envers les paramètres cosmologiques. En supposant que c'est le halo principal qui domine chacune des sommes de l'Éq. (3.5), on déduit

$$\frac{\|\Delta \boldsymbol{\theta}^b\|}{\|\Delta \boldsymbol{\theta}^a\|} \simeq \frac{E(z_{sb})}{E(z_{sa})} \frac{\|\delta \mathbf{f}_1^b\|}{\|\delta \mathbf{f}_1^a\|}. \quad (3.6)$$

Attendu que les rayons de cœur sont les seuls paramètres libres des $\delta \mathbf{f}_1^i$, ils prendront la dégénérescence du rapport $E(z_{sb})/E(z_{sa})$. L'approximation effectuée revient

en fait à ne considérer qu'un seul halo, ce qui conduit aux mêmes conclusions que celles du § 2.3.1.

L'optimisation du potentiel a été conduite sur deux grilles en $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et (Ω_{M0}, w) . Les niveaux de confiance sur ces paramètres cosmologiques pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 16 - (4 + 2) = 10$ degrés de liberté ont été reproduits aux Figs 3.3. On note tout d'abord qu'on obtient bien les dégénérescences attendues (Figs 1.4), ce qu'avaient déjà montré les simulations numériques (Figs 2.4). En particulier, on peut affirmer *a posteriori* que la modélisation du potentiel de l'amas est correcte. On a vu en effet qu'une mauvaise description de la distribution de masse se traduisait au final par des niveaux de confiance non caractéristiques du test (voir les Figs 2.8 et 2.12). Les largeurs des différents niveaux de confiance sont de l'ordre de ceux déduits de la simulation d'un potentiel comprenant deux systèmes de masse (Figs 2.10), même si l'on a ici considéré 4 familles d'images et non deux. L'amas réel étant plus complexe à décrire, on n'obtient pas de contraintes aussi serrées que celles de la Fig. 2.6.

En ce qui concerne les contraintes cosmologiques elles-mêmes, on obtient les résultats suivants, où les écarts sont donnés pour un niveau de 1σ .

Images multiples & contraintes cosmologiques :
application à A 2218.

z_L	z_{S1}	z_{S2}	z_{S3}	z_{S4}
0,1756	0,702	1,034	2,515	5,576

– cas $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$:

$$\begin{array}{ll} \text{Univers quelconque} & \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \Omega_{M0} \leq 0,54 \\ \Omega_\Lambda \leq 0,99 \\ 0,13 \leq \Omega_{M0} + \Omega_\Lambda \leq 1,09 \\ 0,26 \leq 2\Omega_{M0} + \Omega_\Lambda \leq 1,25 \end{array} \right. \\ \\ \text{Univers plat} & \left\{ \begin{array}{l} 0,01 \leq \Omega_{M0} \leq 0,22 \\ 0,78 \leq \Omega_\Lambda \leq 0,99 \end{array} \right. \end{array}$$

– cas (Ω_{M0}, w) :

$$\text{Univers plat} \quad \left\{ \begin{array}{l} 0,01 \leq \Omega_{M0} \leq 0,37 \\ 0,63 \leq \Omega_{X0} \leq 0,99 \\ w \leq -0,80 \end{array} \right.$$

Un Univers à faible densité de masse est ainsi favorisé. En se plaçant dans le cadre

d'un Univers plat, ce qui semble très probable au vu des résultats issus de l'étude des anisotropies du FDC (voir § 4.2.2), les contraintes sur la densité de matière actuelle, la constante cosmologique et le paramètre d'énergie noire sont assez fines. Les valeurs obtenues sont concordantes avec la plupart de celles issues d'autres méthodes (voir § 4.2 et en particulier § 4.2.8) et s'inscrivent dans le paradigme actuel d'un Univers plat de type Λ CDM, même si elles n'excluent pas à elles seules la possibilité d'un Univers ouvert à faible densité de matière. Un modèle de type EdS est quant à lui largement exclu. On peut souligner le fait que les contraintes obtenues par ce test appliqué à un amas particulier soient tout à fait appréciables. En considérant les moyens nécessaires et les résultats, la méthode semble très efficace. Suivant le procédé utilisé, on peut en outre affirmer que les contraintes des Figs 3.3 ne sont pas biaisées.

Enfin, les paramètres libres dans le processus global d'optimisation du potentiel (c'est-à-dire les dispersions de vitesse centrale et les rayons de cœur des deux halos) sont portés aux Figs 3.4 dans le cadre d'une cosmologie décrite par $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, et aux Figs 3.5 en se plaçant dans un Univers plat avec énergie noire. Comme on l'a souligné précédemment, au vu de la complexité de l'amas, la dégérescence des dispersions de vitesse centrale des deux systèmes de masse n'est pas celle qui apparaîtrait dans le cas d'un amas relaxé simple (Figs 1.7, 2.1 et 2.2). En revanche, les iso-contours de θ_{c1} et θ_{c2} se rapprochent de ceux d'un rapport $E(z_{Sb})/E(z_{Sa})$, comme on l'a expliqué plus haut et en accord avec les simulations numériques (voir les Figs 2.1 et 2.2).

On a superposé aux variations des paramètres libres le niveau de confiance à 1σ tiré du χ^2 des Figs 3.3 : voir les Figs 3.4 ou 3.5 suivant le cadre cosmologique. La Tab. 3.4 reprend les valeurs et les barres d'erreurs sur les paramètres ajustables qu'on peut ainsi déterminer par cette méthode. Le processus d'optimisation du potentiel permet donc d'obtenir également une très bonne précision sur les variables physiques décrivant l'amas de galaxies ; les contraintes sont en outre meilleures pour le cas (Ω_{M0}, w) . Les valeurs reportées sont là aussi fiables puisqu'elles découlent de l'obtention d'une carte globale de χ^2 . Ces résultats confirment que A 2218 peut être modélisé par deux halos de matière noire, dont l'un est largement dominant, et dont les densités de masse centrales ne sont pas singulières.

	Paramètres ajustables			
Cosmologie	$\sigma_{01} \text{ (km s}^{-1}\text{)}$	$\sigma_{02} \text{ (km s}^{-1}\text{)}$	$\theta_{c1} \text{ ("}\text{)}$	$\theta_{c2} \text{ ("}\text{)}$
$(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$	$1\,039^{+76}_{-20}$	383^{+15}_{-29}	$18,60^{+1,30}_{-0,60}$	$8,05^{+0,60}_{-1,88}$
(Ω_{M0}, w)	$1\,035^{+19}_{-14}$	382^{+25}_{-2}	$18,60^{+0,10}_{-0,60}$	$7,93^{+1,01}_{-0,06}$

TAB. 3.4 – *Dispersion de vitesse et rayon de cœur des deux halos principaux de l'amas A 2218 résultant de la procédure générale d'ajustement dans un cadre cosmologique $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ (voir Figs 3.4) et en considérant un Univers plat décrit par (Ω_{M0}, w) (voir Figs 3.5). Les barres d'erreurs sur les paramètres sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (voir les Figs 3.3).*

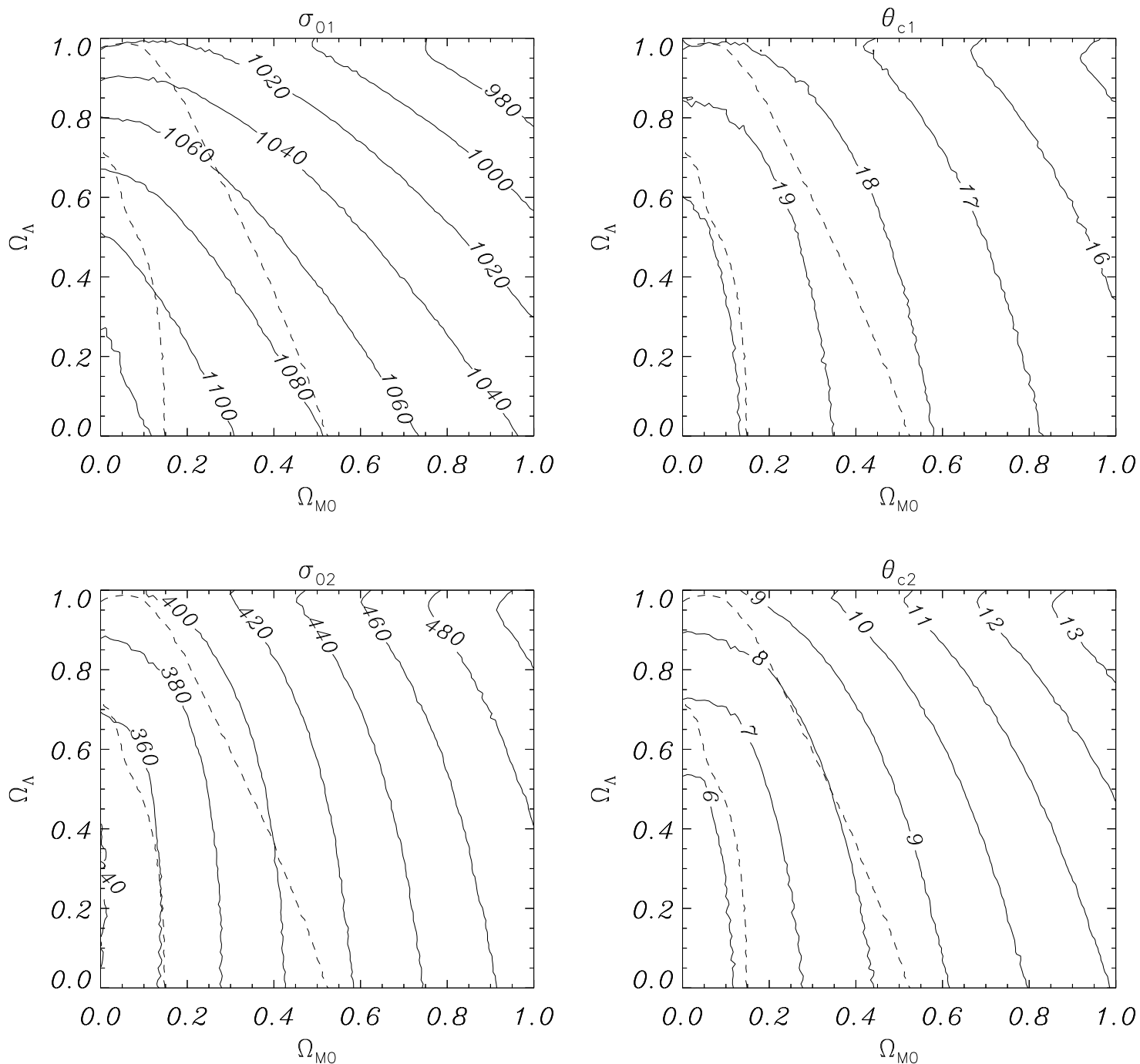


FIG. 3.4 – Paramètres libres σ_0 (à gauche) et θ_c (à droite) correspondant respectivement à la modélisation du halo central (en haut) et du halo secondaire (en bas) de A 2218. Ces valeurs sont obtenues pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 3.1, en fonction de $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ (voir Fig. 3.3).

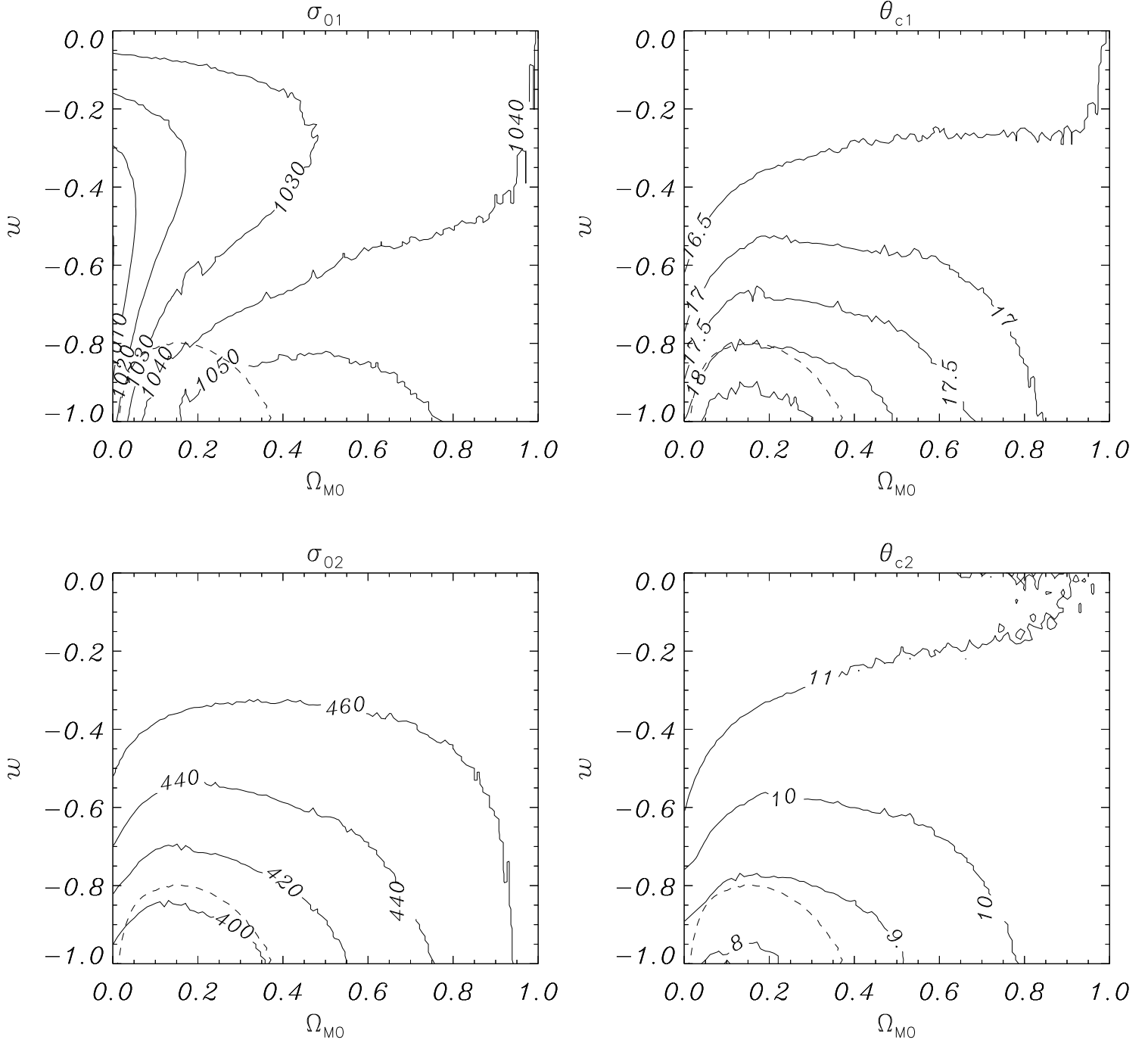


FIG. 3.5 — Paramètres libres σ_0 (à gauche) et θ_c (à droite) correspondant respectivement à la modélisation du halo central (en haut) et du halo secondaire (en bas) de A2218. Ces valeurs sont obtenues pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 3.1, en fonction de (Ω_{M0}, w) (voir Fig. 3.3).

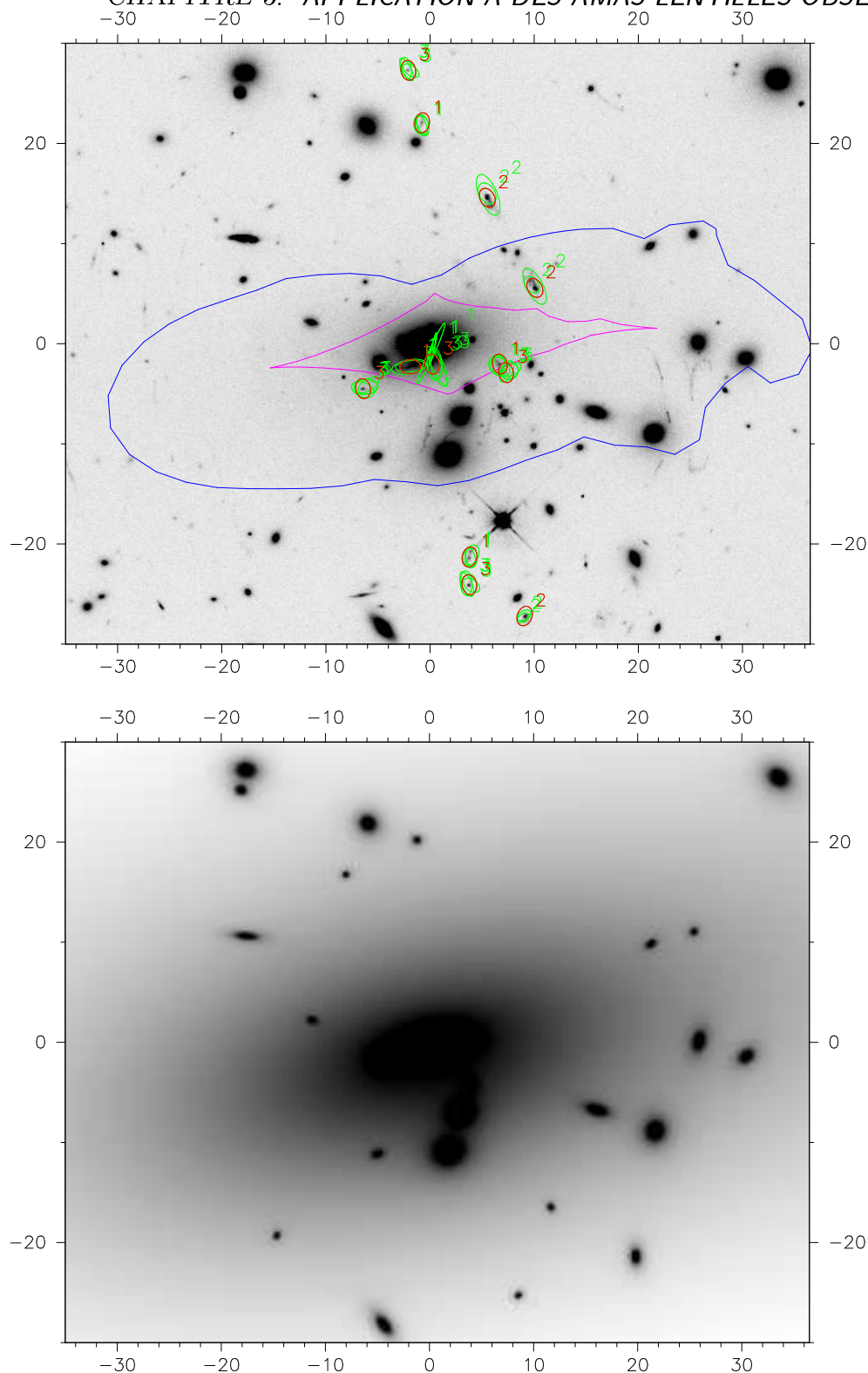


FIG. 3.6 – Amas de galaxies AC114 ($z_L = 0,312$). **En haut :** image HST faisant apparaître un halo de matière noire principal au centre. On a mis en évidence les trois systèmes d'images multiples (○) ($z_{S1} = 1,691$, $z_{S2} = 1,867$ et $z_{S3} = 3,347$ ainsi que les images redonnées par le meilleur modèle de potentiel (○). On a tracé, pour cette même optimisation, les lignes critiques (—) et caustiques (—) à z_{S2} . **En bas :** Meilleur modèle de masse projetée Σ rendant compte au mieux des positions des images multiples. Il se fonde sur un halo principal et deux secondaires ; il considère également la contribution des galaxies individuelles. Les niveaux de gris reproduisent les contours de Σ (voir également la Fig. 3.7).

3.2 AC 114

3.2.1 Présentation

AC 114 (également appelé ACO S1077, ABELL et al. (1989)) est un amas de galaxies de coordonnées $(\alpha, \delta) = (22^{\text{h}} 58^{\text{m}} 48^{\text{s}}, -34^{\circ} 48')$ en Janvier 2000, et situé à un décalage spectral $z_L = 0,312$. Il s'agit d'un amas riche, de paramètre de concentration $C = 0,385$ (COUCH & NEWELL 1984). COUCH & SHARPLES (1987) y ont mesuré une dispersion de vitesses assez importante : $\sigma = 1\,649 \pm 220 \text{ km s}^{-1}$. Le cœur de AC 114 est dominé par une galaxie *cD*, et l'amas global possède une luminosité importante dans la bande X : $L_X = 4 \times 10^{37} \text{ W}$ selon les mesures du satellite *ROSAT*. Cette dernière image montre que AC 114 consiste en un halo principal centré sur la galaxie *cD* et de deux systèmes de masse secondaires situés à environ $70''$ et $100''$ du centre (SMAIL et al. 1995a).

Il est considéré comme une lentille gravitationnelle puissante depuis le relevé de SMAIL et al. (1991). Ces derniers ont observé un grand arc brillant à une assez grande distance du centre (environ $60''$), la plus importante de leur échantillon. Cet arc a vu son décalage mesuré spectroscopiquement à $z_S = 0,639$ (SMAIL et al. 1995a), ce qui impliquerait une masse très importante et une dispersion de vitesse élevée si cette image gravitationnelle était simplement due au halo central. Sa structure droite et sa position suggèrent néanmoins qu'elle se situe sur la « selle » de distribution de masse entre les deux systèmes de matière noire qui l'entourent. Ce dernier arc ne fait malheureusement pas partie d'un système d'images multiples.

La première image *HST* de AC 114 a permis de révéler une quantité d'images gravitationnelles. SMAIL et al. (1995a) ont en particulier détecté une paire symétrique issue d'une galaxie compacte. Des observations spectroscopiques au sol ont montré que ces images ont pour décalage $z_{S2} = 1,867$ (voir Fig. 3.6). Une nouvelle observation par la caméra *WFPC2* du *HST* a permis de déceler la troisième image de ce système – à près de $30''$ du centre et du côté opposé par rapport aux deux premières – qui montre des propriétés de symétrie avec les deux autres arcs très bien résolues (NATARAJAN et al. 1998). D'autres systèmes d'images multiples ont en outre été identifiés sur ce cliché. Le modèle de masse élaboré par NATARAJAN et al. (1998), et fondé sur la présence de la famille de trois images à z_{S2} , a permis d'estimer le décalage spectral de ces autres systèmes. Ils décrivent la distribution de masse de AC 114 par un potentiel central dominant centré sur la galaxie *cD*, d'ellipticité et d'orientation similaires à ses isophotes. Deux systèmes de masse annexes sont aussi considérés. La contribution des galaxies individuelles de l'amas est également considérée. Comme dans le cas de A2218 (§ 3.1), tous ces éléments sont décrits par un modèle de type *PIEMD*. Les halos de matière noire sont donc en particulier à cœur plat. En outre, l'optimisation de ce modèle conduit à un rayon de troncature typique pour les galaxies assez faible, de l'ordre de $r_{t*} = 15 \text{ kpc}$ (NATARAJAN et al. 1998). Cette valeur est un ordre de grandeur plus faible que pour les galaxies en champ vide (BRAINERD et al. 1996). Il semble donc que dans AC 114 les halos de matière noire des galaxies aient été absorbés

par le puits de potentiel de l'amas durant sa formation. Ceci semble confirmé par le fait que les galaxies S0 ont un rayon de troncature plus faible que les elliptiques, elles seraient davantage dépouillées de leur halo car leur distribution de masse est moins dominée par un bulbe compact (NATARAJAN et al. 1998).

Récemment, l'observation spectroscopique d'arcs dans AC 114 a permis d'améliorer la connaissance de cet amas-lentille (CAMPUSANO et al. 2001). Une famille de quatre images multiples détectée par NATARAJAN et al. (1998) sur la nouvelle image *HST* a en effet vu son décalage spectral mesuré à $z_{S1} = 1,691$ (voir Fig. 3.6), en très bon accord avec le z_S estimé d'après le modèle de lentille. Une image gravitationnelle à $z_{S3} = 3,347$ a également été identifiée par une recherche des objets situés près des lignes critiques correspondant à des décalages spectraux élevés. Le modèle de NATARAJAN et al. (1998) prévoit alors les positions des autres images du système correspondant. Ceci a permis de trouver précisément ces objets, soit cinq images multiples au total pour cette famille (CAMPUSANO et al. 2001), voir la Fig. 3.6. Ce système n'avait pas été considéré auparavant car les sources ne sont pas résolues. Les caractéristiques spectrales d'images appartenant à d'autres familles multiples identifiées ne permettent pas de déterminer de façon certaine leur décalage spectral. Des tentatives ne correspondent pas en particulier aux prévisions données par le modèle d'amas-lentille. On ne considérera donc pour la suite que trois systèmes d'images multiples : les cinq images à $z_{S1} = 1,691$, les trois images à $z_{S2} = 1,867$ et les cinq images du système découvert à $z_{S3} = 3,347$.

3.2.2 Procédure d'optimisation du potentiel

Modèle de potentiel et paramètres fixes

La procédure d'optimisation est la même que celle mise en œuvre pour A 2218 (§ 3.1.2). Suivant NATARAJAN et al. (1998) et CAMPUSANO et al. (2001), on modélise AC 114 par un halo principal de matière noire centré sur l'amas ainsi que deux composantes secondaires, respectivement à $123''$ et $68''$ de l'origine sur la Fig. 3.6. On considère également les galaxies individuelles centrales, qui contribuent à la distribution de masse produisant les images multiples. On choisit donc de prendre en compte le potentiel des 27 galaxies centrales les plus brillantes (dont la cD), c'est-à-dire dont la magnitude dans le filtre $F702W$ est inférieure à $m = 21,5$. La dispersion de vitesse centrale σ_0 , le rayon de cœur θ_c et le rayon de troncature θ_t de chacune des galaxies sont mis à l'échelle suivant leur magnitude en utilisant les expressions (3.1), (3.2) et (3.3) où l'on prend $m_* = 18,97$.

La procédure d'optimisation préalable, afin de déterminer les paramètres du potentiel qui resteront fixes pour l'ajustement global, donne les résultats synthétisés à la Tab. 3.5 pour un cadre cosmologique $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$, et à la Tab. 3.6 si l'on choisit de se placer dans un Univers plat décrit par (Ω_{M0}, w) . On note en particulier que le χ^2 minimum réduit est assez faible : $\chi^2_{\min} = 2,40$, le profil choisi rend donc très bien compte des positions des images multiples. On en tire le modèle présenté à la Fig. 3.6,

en parallèle de l'image *HST* de AC114. La Fig. 3.7 décrit quant à elle la distribution surfacique de masse de façon spatiale et à plus grande échelle. On peut en particulier y distinguer les deux halos secondaires de matière noire.

Le modèle fin de distribution de masse présenté ici reprend les caractéristiques de celui proposé par NATARAJAN et al. (1998). Une différence notable concerne le rayon de cœur du troisième halo de matière noire. Il correspond à une distance physique $r_{c3} = 8,5$ kpc dans l'optimisation considérant $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ et $r_{c3} = 31$ kpc pour (Ω_{M0}, w) (en prenant toujours $H_0 = 65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$). La première valeur est en particulier très faible pour un rayon de cœur d'amas de galaxies. D'après les simulations numériques effectuées au § 2.3.2, ceci peut signifier que ce halo possède en fait un

Paramètres du halo principal						
X_{01}	Y_{01}	ϵ_1	θ_1	σ_{01}	θ_{c1}	θ_{t1}
(")	(")	—	(°)	(km s^{-1})	(")	(")
−0,57	−1,63	0,614	13,86	986,0	13,59	368,31

Paramètres du halo n° 2						
X_{02}	Y_{02}	ϵ_2	θ_2	σ_{02}	θ_{c2}	θ_{t2}
(")	(")	—	(°)	(km s^{-1})	(")	(")
−122,46	5,41	0,855	13,45	658,8	18,00	102,50

Paramètres du halo n° 3						
X_{03}	Y_{03}	ϵ_3	θ_3	σ_{03}	θ_{c3}	θ_{t3}
(")	(")	—	(°)	(km s^{-1})	(")	(")
66,41	−13,88	0,623	−61,79	546,6	1,8	86,80

Cosmologie			Paramètres des galaxies			
Ω_{M0}	Ω_{Λ}	χ^2_{\min}	σ_{0*}	θ_{c*}	θ_{t*}	α
			(km s^{-1})	(")	(")	—
0,501	0,5	2,40	226,6	0,030	2,13	0,753

TAB. 3.5 – Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas AC114 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) \in [0,1] \times [0,1]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 2,40$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,501$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,5$.

centre singulier, ce dont le profil *PIEMD* choisi pour la modélisation rendrait compte par un rayon de cœur faible. Cette tendance s’observe très nettement sur la Fig. 3.7, notamment en comparaison du second halo de matière noire. Ce résultat ne saurait toutefois être définitif. Les systèmes d’images multiples dont on dispose ne permettent en effet que de sonder le profil de masse au centre de l’amas, et ne peuvent rendre compte de la pente centrale d’un halo assez éloigné. En outre, seules les galaxies dans la partie centrale de AC114, dans la région des images multiples considérées, ont été modélisées, comme on le voit clairement sur la Fig. 3.7. On n’a par exemple pas pris en compte les galaxies dans les puits de potentiel des deux halos secondaires. Le

Paramètres du halo principal						
X_{01}	Y_{01}	ϵ_1	θ_1	σ_{01}	θ_{c1}	θ_{t1}
(")	(")	—	(°)	(km s ⁻¹)	(")	(")
-0,89	-1,83	0,634	13,27	968,0	13,98	299,33

Paramètres du halo n° 2						
X_{02}	Y_{02}	ϵ_2	θ_2	σ_{02}	θ_{c2}	θ_{t2}
(")	(")	—	(°)	(km s ⁻¹)	(")	(")
-122,41	5,00	0,859	12,33	659,5	11,14	114,49

Paramètres du halo n° 3						
X_{03}	Y_{03}	ϵ_3	θ_3	σ_{03}	θ_{c3}	θ_{t3}
(")	(")	—	(°)	(km s ⁻¹)	(")	(")
64,82	-11,68	0,672	-60,30	566,1	6,2	91,51

Cosmologie			Paramètres des galaxies			
Ω_{M0}	w	χ^2_{\min}	σ_{0*}	θ_{c*}	θ_{t*}	α
			(km s ⁻¹)	(")	(")	—
0,301	-0,9	2,40	231,4	0,030	2,19	0,978

TAB. 3.6 – Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l’amas AC114 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour un Univers plat caractérisé par $(\Omega_{M0}, w) \in [0,1] \times [-1,0]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 2,40$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,301$ et $w = -0,9$.

troisième système de masse peut donc simuler la composante de halo galactique par ce rayon de cœur global faible.

En outre, attendu justement qu'on n'a considéré que les galaxies pertinentes pour notre analyse, afin de ne pas alourdir les calculs, celles-ci ne représentent que 0,4 % de la masse totale calculée pour l'amas (soit $M_{\text{tot}} = 8,8 \times 10^{14} M_{\odot}$, voir Tab. 3.7). Cette valeur serait bien supérieure si l'on avait modélisé l'ensemble des galaxies de AC 114, et non simplement les 27 centrales. NATARAJAN et al. (1998) trouvent ainsi que 11 % de la masse de l'amas est contenue dans les halos galactiques.

Par rapport au modèle de NATARAJAN et al. (1998), on retrouve en revanche que le rayon de troncature typique des galaxies est assez faible : $r_t \simeq 10$ kpc. Quant à la dépendance, pour les galaxies individuelles, du rapport M/L vis-à-vis de L , il semble, puisque $\alpha > 1/2$, que les galaxies les plus brillantes aient un halo plus étendu (voir Éq.(3.3)). On retrouve en cela, comme pour A 2218, les résultats de JORGENSEN et al. (1996).

élément		masse ($10^{14} M_{\odot}$)	fraction de masse
halo principal		7,334	83,3 %
halo n° 2		0,911	10,3 %
halo n° 3		0,531	6,0 %
galaxies		0,033	0,4 %
total		8,809	100 %

TAB. 3.7 – Masse des différents éléments constituant le modèle du profil de l'amas AC 114, d'après l'ajustement issu de la procédure d'optimisation préalable (voir Tab. 3.5).

		Paramètres ajustables	
Cosmologie		σ_0 (km s $^{-1}$)	θ_c (")
$(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$		934^{+82}_{-14}	$13,58^{+0,10}_{-0,09}$
(Ω_{M0}, w)		976^{+23}_{-59}	$13,96^{+0,08}_{-0,13}$

TAB. 3.8 – Dispersion de vitesse et rayon de cœur du halo principal de l'amas AC114 résultant de la procédure générale d'ajustement dans un cadre cosmologique $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ (voir Figs 3.9) et en considérant un Univers plat décrit par (Ω_{M0}, w) (voir Figs 3.10). Les barres d'erreurs sur les paramètres sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (voir les Figs 3.8).

Optimisation du potentiel et contraintes cosmologiques

Enfin, l'optimisation générale considère deux paramètres libres : la dispersion de vitesse centrale et le rayon de cœur du système de masse central. Les contraintes cosmologiques qui s'en déduisent dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ sont présentées aux Figs 3.8, qui représente les niveaux de confiance obtenus pour la minimisation d'un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 18 - (2 + 2) = 14$ degrés de liberté. Dans un cadre cosmologique $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ et par rapport à A 2218 (Fig. 3.3), les contours sont plus larges (ce que l'on peut attribuer au fait que la distribution en décalage spectral des systèmes d'images multiples et ici moins étendue) et sont décalés vers les densités de matière plus élevées. En particulier, un Univers EdS n'est ici que marginalement exclu. Contrairement aux contraintes tirées de l'analyse de A 2218, qui privilégiaient globalement un Univers à faible densité de matière, la tendance affichée par les niveaux de confiance de la Fig. 3.8 est dans l'ensemble favorable à un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = 1$). Or, l'optimisation qui modélise un terme constant d'énergie noire w se place *a priori* dans un espace euclidien. L'ajustement suivant (Ω_{M0}, w) donne donc logiquement des contraintes bien moins serrées (Fig. 3.8) : le paramètre d'énergie noire et la densité de matière actuelle sont bien moins connus ainsi que dans le cas de A 2218 (Fig. 3.3).

Images multiples & contraintes cosmologiques :
application à AC 114.

z_L	z_{S1}	z_{S2}	z_{S3}
0,312	1,691	1,867	3,347

– cas $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$:

$$\text{Univers quelconque} \quad \begin{cases} 0,37 \leq \Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} \leq 1,33 \\ 0,75 \leq 2\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} \leq 1,85 \end{cases}$$

– cas (Ω_{M0}, w) :

$$\text{Univers plat} \quad \begin{cases} 0 \leq \Omega_{M0} \leq 0,84 \\ 0,16 \leq \Omega_{X0} \leq 1 \\ w \leq -0,44 \end{cases}$$

Les paramètres ajustables trouvés lors de cette optimisation sont portés sur les Figs 3.9 dans le cas $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$, et sur les Figs 3.10 dans le cas (Ω_{M0}, w) . Le niveau de confiance à 1σ qui y est superposé (issu des Figs 3.8) permet de donner des barres d'erreurs sur ces variables (Tab. 3.8).

Puisqu'il n'y a ici qu'un seul halo autour duquel les images multiples se forment et que l'on considère simplement celui-ci pour l'optimisation générale, la variation de la dispersion de vitesse est du type $\sigma_0 \propto 1/\sqrt{E}$, comme ce que l'on prévoit (Figs 1.7) et qui se vérifie dans les simulations numériques effectués pour un amas consistant en un seul système de masse (Figs 2.1 et 2.2).

Le rayon de cœur du halo principal est quant à lui dégénéré en fonction des paramètres cosmologiques suivant les iso-contours de rapports $E(z_{\text{sb}})/E(z_{\text{sa}})$, et donc également selon les niveaux de confiance du χ^2 (voir les Figs 3.8, 3.9 et 3.10). C'est bien ce que l'on prévoit dans le cas d'un amas-lentille consistant en un halo simple (§ 2.3.1, Figs 2.1 et 2.2). La Tab 3.8 montre en outre que le rayon de cœur du halo principal de matière noire est très bien connu suite à l'optimisation ; on peut donner sa valeur à mieux que 1 % près dans ce modèle.

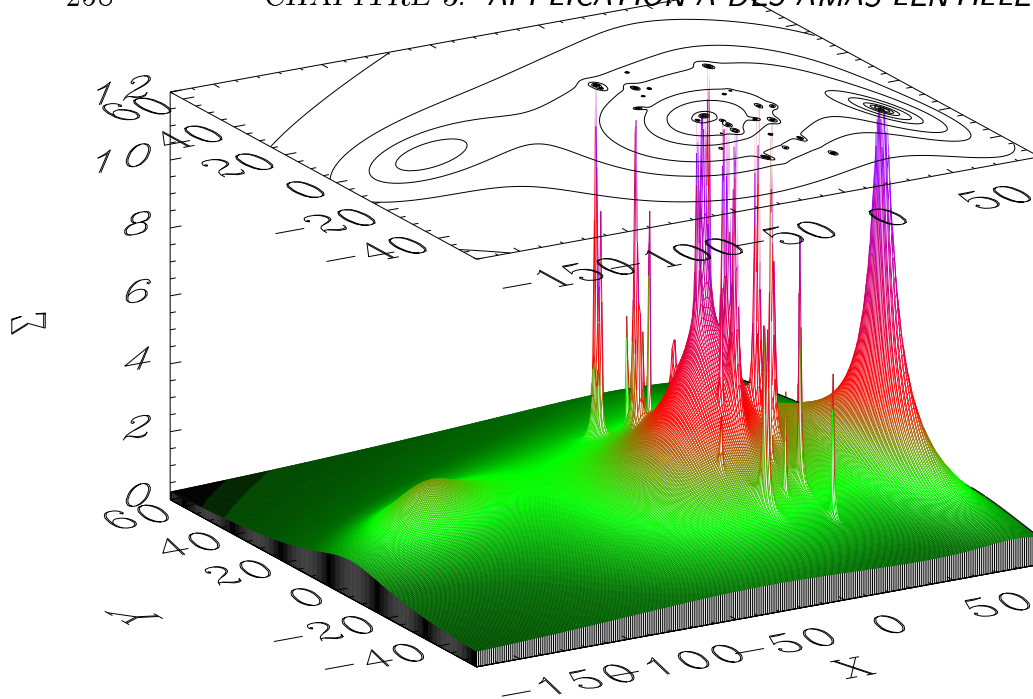


FIG. 3.7 – Modèle de masse projetée Σ (en kg m^{-2}) rendant compte au mieux des positions des images multiples dans AC114 (voir Fig. 3.6). La figure montre la distribution spatiale et les iso-contours de Σ , en fonction des coordonnées spatiales (X, Y) exprimées en ". Ce modèle se fonde sur trois halos principaux et considère la contribution des galaxies individuelles.

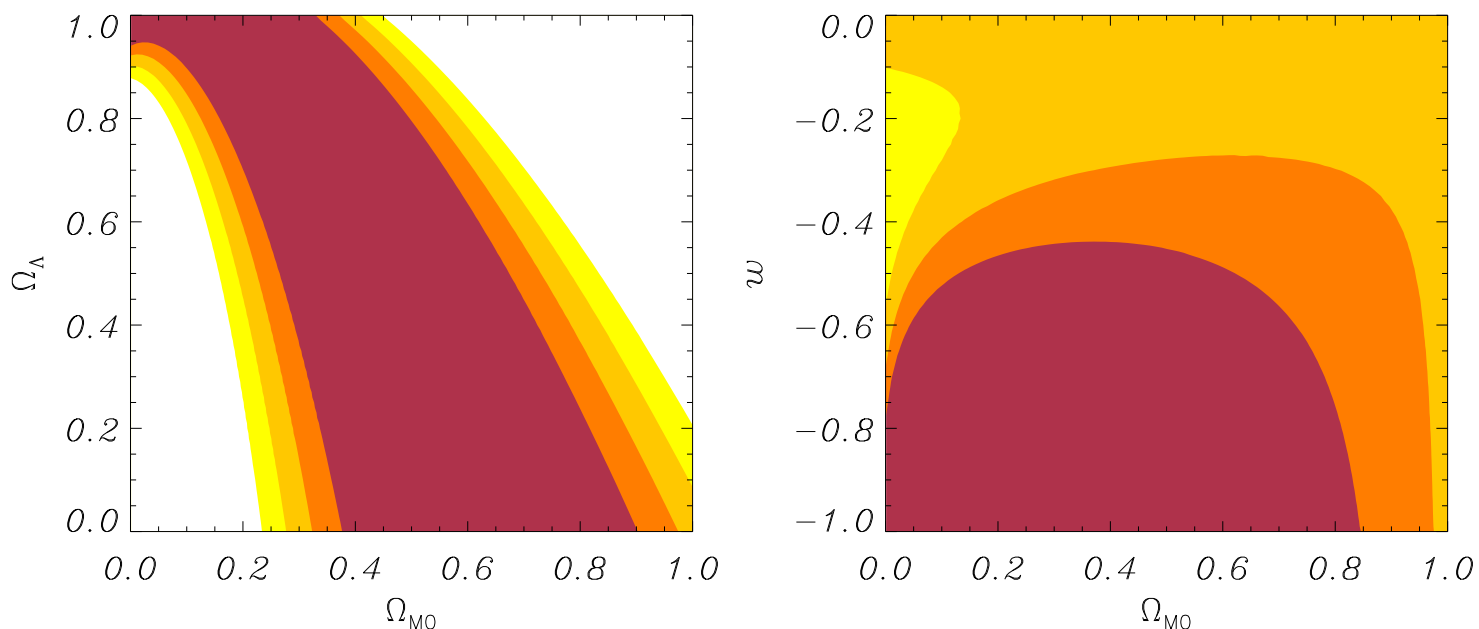
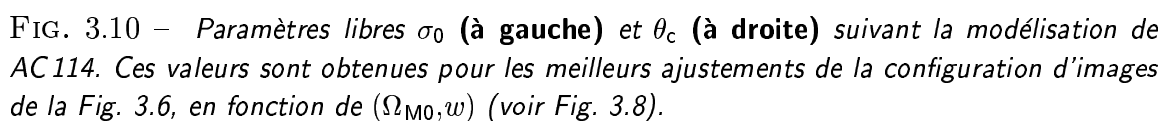
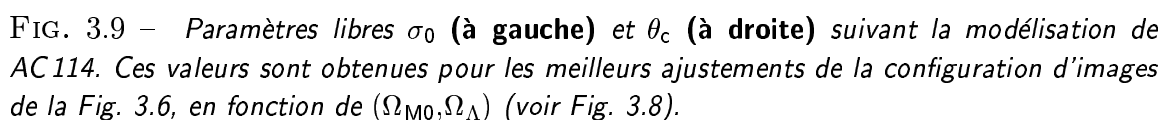


FIG. 3.8 – Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 18 - 4 = 14$ degrés de liberté. Le χ^2 est résulte de l'optimisation, pour chaque cosmologie $((\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ à gauche et (Ω_{M0}, w) à droite) des deux paramètres libres (σ_0 et θ_c , voir Figs 3.9 et 3.10) du potentiel gravitationnel décrivant l'amas AC114. Le meilleur ajustement est obtenu pour le modèle reproduisant au mieux les positions des images multiples (voir Fig. 3.6). Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.



3.3 Combinaison des contraintes

Suivant la méthode proposée au § 2.3.6, il est possible de combiner les résultats cosmologiques obtenus par l'ajustement des positions des différentes images multiples dans les modélisations de la distribution de masse de A 2218 (§ 3.1 et Figs 3.3) et de AC 114 (§ 3.2 et Figs 3.8).

Il serait bien entendu préférable de disposer d'un échantillon statistique d'amas ; on cherchera donc simplement ici à illustrer la méthode de combinaison des contraintes. Les résultats obtenus pour AC 114 sont en effet bien moins précis que ceux issus de l'optimisation du potentiel de A 2218, principalement parce que dans ce premier amas, les systèmes d'images multiples connus ne possèdent pas des décalages spectraux suffisamment bien répartis pour le test cosmologique proposé.

Comme on l'a vu, les contraintes issues de l'analyse de A 2218 favorisent un Univers à faible densité de matière et prévoient un paramètre d'énergie noire $w \leq 0,80$ (Figs 3.3). L'optimisation effectuée sur AC 114 donne quant à elle l'avantage à un Univers plat et ne contraint guère w dans ce cadre (Figs 3.8).

La combinaison des contraintes obtenues pour ces deux amas consiste simplement à ajouter les cartes de χ^2 obtenues (dans un cadre cosmologique décrit par $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ ou (Ω_{M0}, w) respectivement), et de calculer les niveaux de confiance pour $\nu = \nu_{A2218} + \nu_{AC114} = 10 + 14 = 24$ degrés de liberté. Ceci conduit aux résultats reproduits aux Figs 3.11. Le χ^2 minimum réduit correspondant est de

$$\chi_{\min}^2 = \frac{\nu_{A2218}\chi_{A2218}^2 + \nu_{AC114}\chi_{AC114}^2}{\nu_{A2218} + \nu_{AC114}} = 4,1. \quad (3.7)$$

Les contraintes obtenues sont meilleures que dans le cas de AC 114 : les niveaux de confiance sont plus resserrés et l'on peut mieux estimer le paramètre d'énergie noire ($w \leq -0,57$). Si l'on considère un Univers plat et l'existence d'une constante cosmologique, la valeur de Ω_{M0} qu'on trouve ici est plutôt faible.

Cette combinaison de contraintes donne de moins bons résultats qu'en considérant simplement le cas de A 2218. Il faudrait appliquer cette méthode à bien plus d'amas pour aboutir à des résultats significatifs, la contrainte devenant en outre de plus en plus robuste à mesure qu'elle ne dépend plus d'un amas particulier.

Images multiples & contraintes cosmologiques :
combinaison des contraintes données par A 2218 et AC 114.

– cas $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$:

$$\text{Univers quelconque} \quad \begin{cases} \Omega_{M0} \leq 0,82 \\ 0,27 \leq \Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} \leq 1,28 \\ 0,55 \leq 2\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} \leq 1,72 \end{cases}$$

$$\text{Univers plat} \quad \begin{cases} 0 \leq \Omega_{M0} \leq 0,70 \\ 0,30 \leq \Omega_{\Lambda} \leq 1 \end{cases}$$

– cas (Ω_{M0}, w) :

$$\text{Univers plat} \quad \begin{cases} 0 \leq \Omega_{M0} \leq 0,71 \\ 0,29 \leq \Omega_{X0} \leq 1 \\ w \leq -0,57 \end{cases}$$

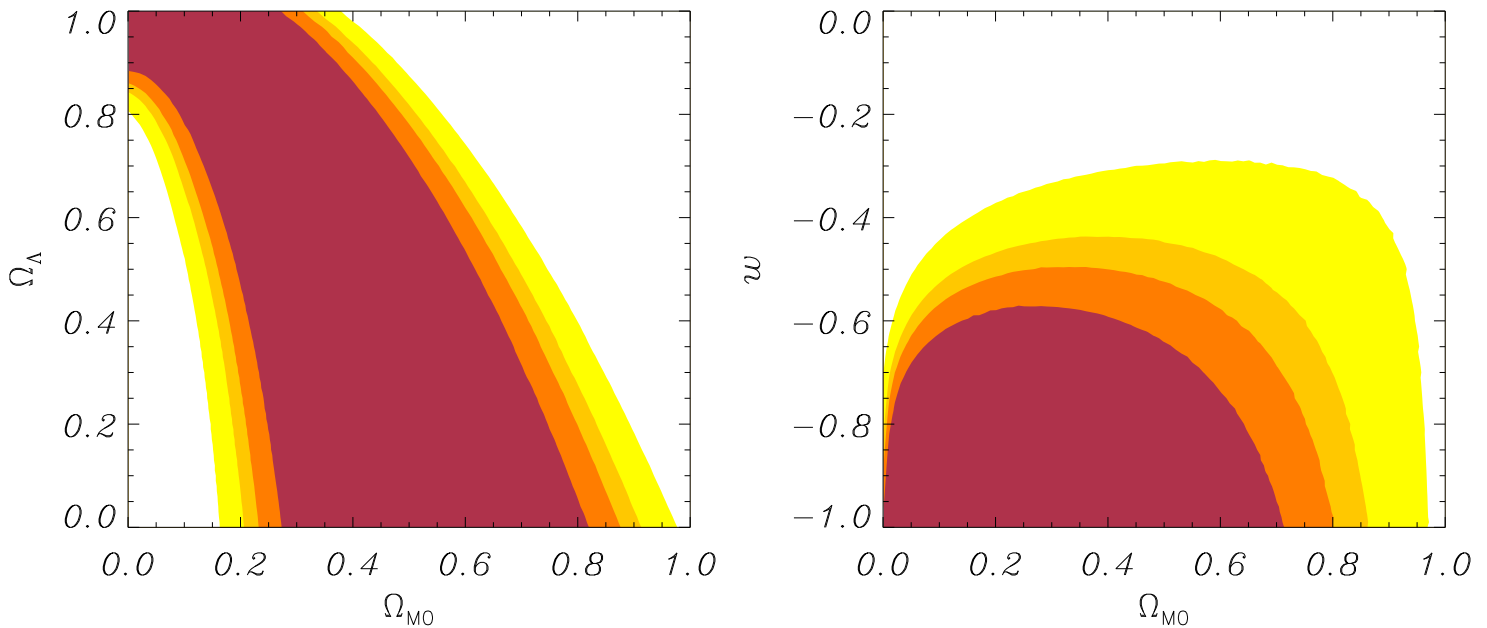


FIG. 3.11 – Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = \nu_{A2218} + \nu_{AC114} = 10 + 14 = 24$ degrés de liberté. Le χ^2 résulte de l'optimisation, pour chaque cosmologie $((\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ à gauche et (Ω_{M0}, w) à droite). $\chi^2_{\min} = 4,1$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.

Troisième partie

Observations spectroscopiques d'arcs

HUBERT

Alors, où en êtes-vous avec l'aplatissement des halos ?

HENRI

J'ai fini. Je sou mets l'article avant la fin du mois.

HUBERT

Épatant. Cela dit, vous devriez vérifier sur astro-ph, il m'a semblé voir une publication voisine, acceptée dans *ApJ*.

HENRI

Ah bon ? Très récente alors ?

HUBERT

Oui, oui, ce matin. « *On the flatness of galaxy halos* ».

HENRI

« *On the flatness of galaxy halos* » ? C'est mon sujet ! Vous me perturbez, Hubert.

HUBERT

Vérifiez avant de vous mettre martel en tête.

HENRI

J'ai laissé mon portable à l'institut. « *On the flatness of galaxy halos* », c'est mon sujet ! « *Are the dark matter halos of galaxies flat ?* » Quelle différence ?

Je suis foutu. Deux ans de travail foutus en l'air.

HUBERT

Quelle nervosité, Henri, quittez cet air sinistre. Même si vos approches sont similaires, ce qui n'est pas avéré, vos conclusions sont certainement différentes !

HENRI

C'est ma mort scientifique cet article. Trois ans sans publier pour se voir refuser un sujet parce que déjà traité, ça s'appelle comment ? Mort scientifique !

HUBERT

Vous n'êtes pas aux États-Unis !

HENRI

C'est pire. Au moins les choses sont claires là-bas. Maintenant je vais devoir reprendre mon travail pour inclure le sien. Je vais devoir le citer, je vais devoir le citer et qui risque d'être mon rapporteur ? Lui.

HUBERT

Et alors ? Dans six mois vous me direz, c'est le meilleur rapporteur que j'ai jamais eu. Vous êtes au bout du rouleau mon vieux, pour dramatiser comme ça.

INÈS

Mais quel besoin avais-tu de lui parler de cet article !

HENRI

Heureusement ! Heureusement qu'il m'en a parlé ! Merci Hubert. Merci de m'éclairer. Merci de m'éviter de passer pour un guignol lundi matin au bureau. À l'heure qu'il est, Raoul Arestegui qui vit devant son écran, a déjà passé dix coups de fil.

HUBERT

Honnêtement, j'ai pensé qu'il fallait vous le dire mais je ne prévoyais pas ce saut dans l'irrationnel.

HENRI

Deux ans de travail foutu en l'air. Trois ans sans publier, même en dernier auteur, en Amérique on expédie ces gens-là dans l'enseignement.

À votre avis, j'ai encore une chance d'être publié ?

HUBERT

Bien sûr ! Peut-être pas dans *ApJ*, mais dans *A&A* ou *MNRAS*, pourquoi pas ?

INÈS

Que les halos soient plats ou non, vous vous en foutez, ce que vous voulez c'est être publié.

HUBERT

Tout le monde veut être publié trésor, c'est ça la finalité.

SONIA

Quand j'ai épousé Henri, je pensais – avec une bêtise ! – qu'il y avait une finalité supérieure à vivre parmi les étoiles et que cela conférerait une certaine hauteur de vue.

HUBERT

Ma chère, rien n'élève ni ne transcende. L'homme, seul, décide de ce qu'il est.

Yasmina Reza, *Trois versions de la vie*

Abell 1689

Une des données nécessaires au test cosmologique présenté dans ce travail est la connaissance spectroscopique des décalages des images, afin de connaître précisément le « bras de levier » du rapport de distances diamètre-angulaire qui contient toute l'information cosmologique dans le cadre du phénomène de lentille gravitationnelle (voir Partie II, § 1.2). C'est pourquoi une proposition d'observation a été soumise à l'*ESO*: « *Constraining the cosmological parameters (Ω, Λ) with multiple images in cluster-lenses* », *PI*: G. Soucail. Ce projet consistait à observer l'amas Abell 1689 avec le deuxième télescope du *VLT* (*UT2* ou Kueyen). Cet amas présente en effet de façon évidente des systèmes d'images multiples (Fig. 1.13), mais les décalages spectraux n'étaient connus pour aucun d'eux. Ce programme a été accepté (*ESO Programm* 65.O-0566(A)) et a correspondu aux premières observations effectuées par des visiteurs sur l'*UT2*. Un communiqué de presse de l'*ESO* a été publié suite à ce travail (GOLSE & CASTANDER 2000).

1.1 Données d'imagerie et sélection des cibles

Les données sur lesquelles nous nous sommes fondés consistent en des images prises par le télescope spatial *HST* par J. Tyson et N. Kaiser et qui sont désormais publiques. Les observations de Kaiser ont été effectuées par la caméra *WFPC2* à travers deux filtres: *F606W* et *F814W* (on appellera ces bandes V_{606} et I_{814} par la suite) pendant respectivement 1 800 s et 2 300 s. Les images concernent un champ central de A 1689 de $2' \times 2'$. Les données de Tyson sont à plus grande échelle ($10' \times 8'$) et ont été recueillies à travers les filtres *F555W* (V_{555}) et I_{814} pendant des temps d'exposition de 44 200 s et 6 000 s.

Dans la partie centrale de l'amas, les objets ont été principalement sélectionnés sur des critères d'effet de lentille en se fondant sur les images de Tyson. Les arcs et arclets centraux supposés faire partie de systèmes d'images multiples ont ainsi été les cibles privilégiées. Les fentes restantes ont été utilisées pour observer le spectre d'objets rouges dans une image de l'amas tout entier combinant les bandes V_{606} et I_{814} .

Un catalogue photométrique a été établi en appliquant le code *SEXTRACTOR* (BERTIN & ARNOUTS 1996) aux images de Kaiser: Tab. 1.9. Cette table comprend tous les objets d'arrière-plan pour lesquels un décalage spectroscopique a pu être déterminé, ainsi que d'autres arcs importants au regard du modèle de lentille et des objets centraux dont le décalage spectral avait déjà été trouvé par FRYE (1999). Dans ce catalogue, les magnitudes sont prises dans le système de Vega et ont été calculées dans une ouverture de $3''$ de diamètre. Dans le cas d'images fortement déformées (explicitement G1a, G2a, G3a, G4a et G27), la photométrie a été obtenue à travers des ouvertures adaptées à la forme de chaque objet, et la même région physique a été prise pour le calcul des magnitudes dans les deux images de Tyson. La taille du pixel est en effet meilleure sur ces images centrales pour déduire des magnitudes pertinentes. Pour toutes ces galaxies fortement déformées, on a soustrait aux images

des modèles elliptiques ajustant les isophotes des galaxies voisines (en utilisant le logiciel IRAF³) afin d'obtenir une photométrie réelle de ces objets.

Les objets de la partie centrale de A 1689 ont enfin été représentés à la Fig. 1.13.

1.2 Observations spectroscopiques et réduction des données

Les spectres des galaxies prises pour cible ont été obtenus pendant les nuits des 1^{er} et 2 Avril 2000 sur l'*UT2* du *VLT*, au foyer duquel était monté le spectrographe *FORS2* (« *FOcal Reducer and low dispersion Spectrograph 2* ») fonctionnant en mode multi-objet. On a utilisé une largeur de fente de 1" et un grisme G300V (en parallèle avec des filtres larges GG375 et GG435), d'où une couverture en longueur d'onde de l'ordre de $\lambda \in [4000 \text{ \AA}, 8600 \text{ \AA}]$ et une résolution de $R = 500$. Quatre configurations de fentes (ou masques) ont été employés pendant des temps d'exposition identiques de 2 h 15 min pour les filtres GG375 et de 45 min pour les filtres GG435. Chacun de ces masques s'étend sur un champ d'environ 6' et comprend 17 fentes de longueur 22" (pour une intégration effective de flux sur 20") et 2 fentes de bord deux fois moins longues qui n'ont pas été utilisées.

Attendu que la longueur des fentes est de l'ordre de grandeur de la taille angulaire du centre de l'amas, seulement 5 à 6 candidats images multiples ont pu être observés pour chaque masque. Pour la construction des configuration de fentes, la priorité a été donnée à des systèmes multiples supposés d'après un modèle exploratoire de lentille. Ces cibles déterminent le centre du masque ainsi que son orientation. Les autres fentes ont si possible été positionnées sur des candidats à grand z . Enfin, les fentes restantes ont été utilisées pour faire la spectroscopie de galaxies de l'amas. Ces membres de A 1689 ont en outre été systématiquement étudiés s'ils se trouvaient dans la même fente qu'un arc.

Les conditions d'observations de la première nuit n'ont pas été à la mesure des possibilités du télescope. La qualité d'image (« *seeing* ») s'est étalée de 0,6" à 1,8" (la majorité de la nuit autour de 1"). Le mode visiteur a permis de focaliser à nouveau les fentes centrales sur des arcs déjà pris pour cible la veille, pour tenter de bénéficier de meilleures conditions observationnelles. La qualité d'image de la seconde nuit fut alors comprise entre 0,5" et 1,4", dont 6 h d'observations à 0,6". Les spectres des étoiles standards spectrophotométriques Hiltner 600 et HD 49798 ont été obtenus avant l'aube pour la calibration des données de la première nuit, et ceux des étoiles LTT 2415, EG 274 et HD 49798 pour calibrer la seconde nuit d'observations. La réduction des données (correction du biais, obtention d'un champ plat – « *flat field* » –, calibrations spectrale et photométrique) a été effectuée en utilisant les procédures d'IRAF, dont le paquetage *multired* (LE FÈVRE et al. 1995).

3. <http://iraf.noao.edu/iraf-homepage.html>

1.3 Résultats spectroscopiques

Pour chaque grisme, 114 spectres d'objets ont été extraits des intégrations de flux réalisées à travers les 4 masques utilisés par l'instrument *FORS2*. L'étude des spectres calibrés en flux et en longueur d'onde a permis d'identifier 80 objets, parmi lesquels :

- 1 étoile ;
- 1 galaxie d'avant-plan ;
- 32 galaxies de l'amas ;
- 46 galaxies d'arrière-plan.

34 spectres n'ont pas permis d'accéder au décalage spectral de l'objet correspondant.

La Fig. 1.12 présente les spectres calibrés à une dimension des 46 galaxies d'arrière-plan. La nomenclature de ces objets reprend celle de la Tab. 1.9, qui donne également les décalages spectraux mesurés et les raies caractéristiques (en émission ou absorption) ayant permis de les déterminer.

Ces deux nuits d'observations spectroscopiques de A 1689 ont permis de découvrir deux systèmes d'images multiples. En premier lieu, FRYE (1999) avait mesuré $z = 4,868$ pour la galaxie G6b, en se fondant sur une forte raie d'émission $\text{Ly}\alpha$. Un modèle exploratoire de A 1689 en tant qu'amas-lentille associe cette galaxie à G5b, dont le spectre révèle la même caractéristique au même décalage spectral (Fig. 1.12). Ce système d'images permet déjà de contraindre la masse du halo principal situé à l'origine des coordonnées à la Fig. 1.13.

Enfin, les mêmes raies d'émission de CIII et CIV ont été observées avec un décalage spectral $z = 1,834$ identique pour les arcs G3a et G4a. Au vu des positions de ces images, il est clair qu'elles font partie d'un système comprenant d'autres images multiples, et il paraît naturel de les associer avec le grand arc formé par G1a et G2a. Les spectres obtenus pour ces deux dernières images (même en combinant plusieurs observations effectuées pour chacun, et en sommant également leurs spectres respectifs) n'ont pas permis de détecter les raies d'émission précédentes. En outre, la photométrie de G1a et G2a montre des différences de couleurs éloignées de celles de G3a et G4a (voir Tab. 1.9). Il semble donc délicat pour l'instant sans confirmation indépendante d'associer ces quatre images au sein d'un même système multiple.

n°	α (J2000)	δ (J2000)	V_{606}	I_{814}	z	Raies caractéristiques
G1a	13:11:32.243	-1:20:51.37	<i>23.36</i>	—	?	
G2a	13:11:31.202	-1:21:07.77	<i>23.11</i>	22.10	?	
G3a	13:11:27.268	-1:20:55.56	<i>24.19</i>	24.62	1.834	CIV 1549Å, OIII 1667Å, CIII]1909Å
G4a	13:11:30.269	-1:19:52.37	<i>24.43</i>	24.74	1.834	CIV 1549Å, CIII]1909Å
G5b	13:11:30.589	-1:20:14.97	—	23.95	4.868	Ly α
G6b ¹	13:11:25.361	-1:20:52.76	25.64	23.45	4.868	Ly α
G7c	13:11:29.055	-1:20:47.56	—	24.65	?	
G8c	13:11:28.975	-1:20:49.76	—	24.76	?	
G9d	13:11:32.083	-1:20:58.17	25.24	24.17	?	
G10d	13:11:30.442	-1:21:11.17	—	—	?	
G11	13:11:31.562	-1:20:23.77	—	—	1.559	AlIII 1671Å
G12	13:11:31.602	-1:20:45.17	25.96	24.80	?	
G13 ¹	13:11:28.121	-1:20:52.16	23.36	22.38	0.702	[OII]3727Å
G14 ¹	13:11:27.855	-1:20:50.96	21.91	21.17	0.903	[OII]3727Å
G15	13:11:26.841	-1:20:05.96	23.72	22.23	0.511	[OII]3727Å
G16	13:11:28.828	-1:20:01.36	22.90	22.78	2.577?	break Ly α
G17	13:11:26.361	-1:19:57.76	22.49	—	3.037	break Ly α , SiIII 1206Å, SiII 1260Å, SiII 1304Å, SiIV 1394Å
G18	13:11:25.227	-1:20:24.56	24.12	23.39	?	
G19	13:11:28.588	-1:19:43.96	23.87	23.34	1.257	CIII]1909Å
G20	13:11:33.270	-1:20:12.97	24.00	23.54	?	
G21e	13:11:32.576	-1:19:54.97	—	—	?	
G22e	13:11:31.963	-1:19:51.37	—	—	?	
G23e	13:11:30.656	-1:19:38.97	24.77	24.01	?	
G24 ¹	13:11:29.842	-1:19:15.57	25.85	24.46	3.850	Ly α
G25	13:11:31.256	-1:19:19.57	24.76	24.30	1.228	ZnII 2026Å, ZnII 2063Å
G26	13:11:31.016	-1:19:07.37	23.21	21.99	0.315/3.3?	(H,K,)4000Å ou break Ly α
G27	13:11:33.296	-1:19:31.97	<i>23.99</i>	22.58	2.924?	break Ly α
G28f	13:11:33.576	-1:19:33.77	—	—	?	
G29f	13:11:33.096	-1:19:27.17	—	—	?	
G30f	13:11:32.429	-1:19:17.17	25.72	24.33	?	
G31 ¹	13:11:34.737	-1:19:50.37	25.82	23.65	3.833	break Ly α
G32	13:11:35.177	-1:19:02.37	24.21	23.09	0.918	[OII]3727Å
G33	13:11:33.336	-1:18:52.57	24.53	23.23	0.800	[OII]3727Å
G34	13:11:34.830	-1:18:36.77	25.51	22.84	0.918	[OII]3727Å
G35	13:11:36.644	-1:18:10.37	23.87	22.17	0.916	[OII]3727Å
G36	13:11:35.217	-1:17:50.57	24.11	22.89	0.962	[OII]3727Å
G37	13:11:29.042	-1:18:53.37	23.32	—	0.458	[OII]3727Å, [OIII]4959Å, [OIII]5007Å, Balmer
G38	13:11:28.308	-1:18:28.36	22.30	20.81	0.710	[OII]3727Å

¹ FRYE (1999)

n°	α (J2000)	δ (J2000)	V_{606}	I_{814}	z	Raies caractéristiques
G39	13:11:27.068	-1:18:27.36	23.58	22.16	1.119	[OII]3727Å
G40	13:11:29.642	-1:17:47.57	20.06	19.05	0.397	[OII]3727Å,H,K,[OIII]5007Å,Balmer
G41	13:11:29.909	-1:17:39.57	22.87	21.45	0.395	[OII]3727Å
G42	13:11:26.335	-1:17:56.16	22.11	21.41	0.232	[OII]3727Å,[OIII]4959Å,[OIII]5007Å,Balmer
G43	13:11:24.174	-1:18:05.16	23.62	22.24	0.571	[OII]3727Å,H,K
G44	13:11:26.561	-1:19:37.96	—	—	0.958	[OII]3727Å
G45	13:11:23.373	-1:21:35.36	22.86	21.98	0.552	[OII]3727Å,4000Å break,H
G46	13:11:24.627	-1:22:08.76	21.89	21.61	0.252	[OII]3727Å,[OIII]5007Å
G47	13:11:28.628	-1:21:51.56	24.39	23.57	1.027	[OII]3727Å
G48	13:11:28.828	-1:21:48.16	22.82	22.21	0.342	[OII]3727Å
G49	13:11:28.748	-1:21:44.56	21.49	20.68	0.790	[OII]3727Å
G50	13:11:29.628	-1:22:12.97	23.53	22.31	0.944	[OII]3727Å
G51	13:11:30.655	-1:21:39.77	21.66	20.65	0.693	[OII]3727Å
G52	13:11:32.282	-1:21:58.17	23.65	21.98	0.960	[OII]3727Å,H,K
G53	13:11:32.029	-1:21:31.37	24.03	23.42	0.423	[OII]3727Å,[OIII]5007Å
G54	13:11:31.802	-1:21:26.97	24.12	23.60	0.383	[OII]3727Å
G55	13:11:34.857	-1:21:05.77	—	—	0.319	[OII]3727Å,[OIII]5007Å
G56	13:11:35.630	-1:21:16.17	—	22.77	0.556/3.768	[OII]3727Å ou Ly α
G57	13:11:36.790	-1:21:27.77	24.55	22.41	0.964	[OII]3727Å,H,K
G58	13:11:42.605	-1:21:18.17	24.74	22.70	0.911	[OII]3727Å
G59	13:11:38.684	-1:21:51.17	20.37	19.59	0.214	[OII]3727Å,[OIII]4959Å,[OIII]5007Å,Balmer
G60	13:11:35.950	-1:22:29.57	21.07	20.39	0.215	[OII]3727Å,[OIII]4959Å,[OIII]5007Å,Balmer
G61	13:11:38.564	-1:22:45.57	24.43	22.41	1.162	[OII]3727Å
G62	13:11:35.216	-1:23:39.57	22.42	21.71	0.244	[OII]3727Å,[OIII]4959Å,[OIII]5007Å,Balmer
G63	13:11:35.750	-1:23:58.17	21.17	20.07	0.585	[OII]3727Å,Balmer
G64	13:11:35.590	-1:24:01.37	23.29	2.46	0.585	[OII]3727Å
G65	13:11:28.295	-1:23:02.56	25.41	24.40	0.757	[OII]3727Å
G66	13:11:37.444	-1:20:21.37	23.73	22.31	0.915	FeII 2344Å,MgII 2799Å,MgI 2853Å

TAB. 1.9 – Coordonnées célestes, photométrie et décalage spectral pour les 46 galaxies d'arrière-plan pour lesquelles un z spectroscopique a pu être déterminé, ainsi que quelques résultats obtenus par FRYE (1999) et des arcs présents dans la partie centrale qui n'ont pas été observés ou pour lesquels un décalage spectral n'a pu être établi. Une même lettre minuscule à la fin de l'identifiant d'un objet désigne les membres d'un système d'images multiples. Les objets qui n'ont pu être détectés photométriquement dans une bande donnée font apparaître le symbole « — ». Les magnitudes sont calculées pour une ouverture de 3". Celles en italique ont été obtenues dans la bande V_{555} et non V_{606} .

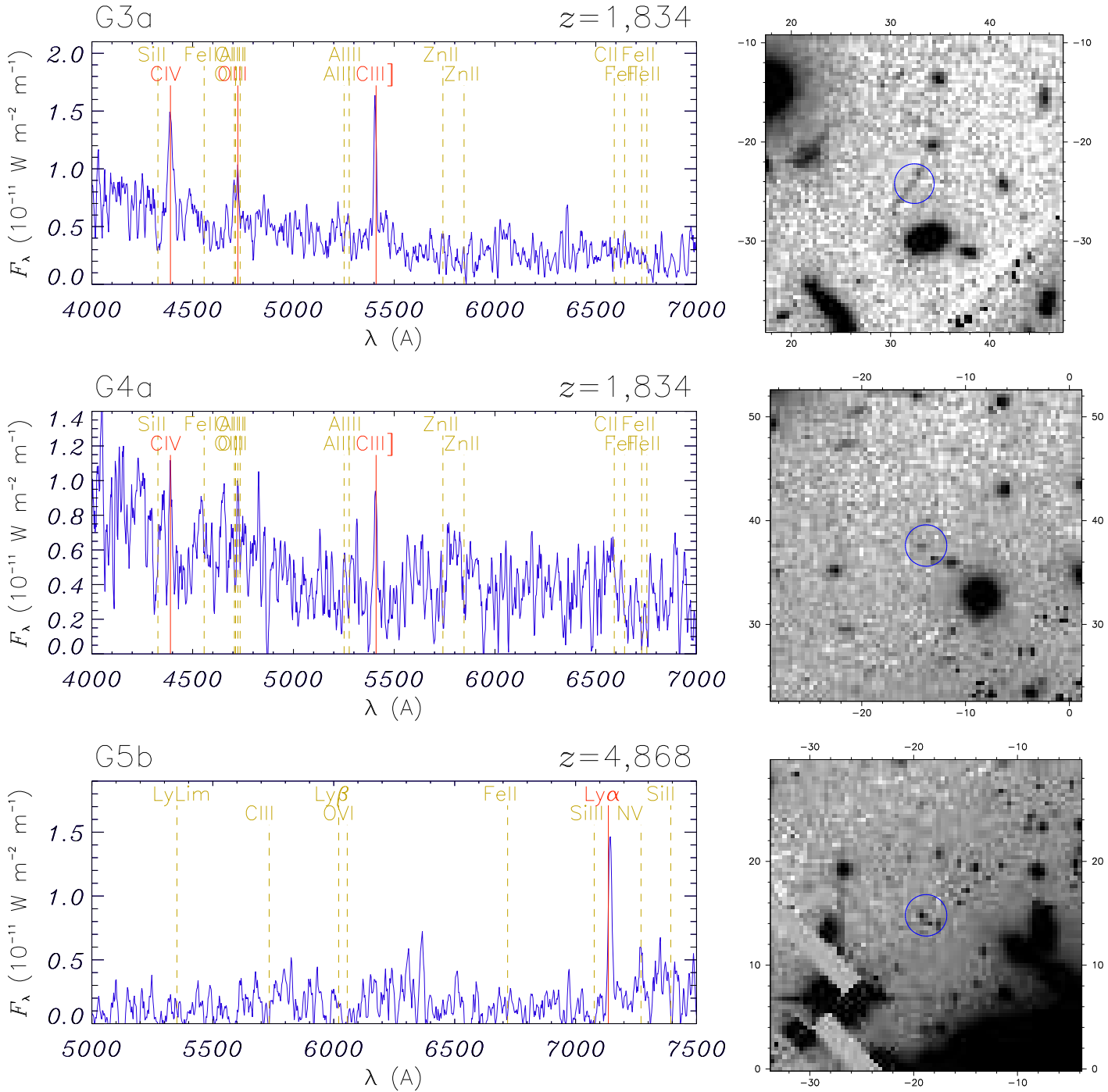
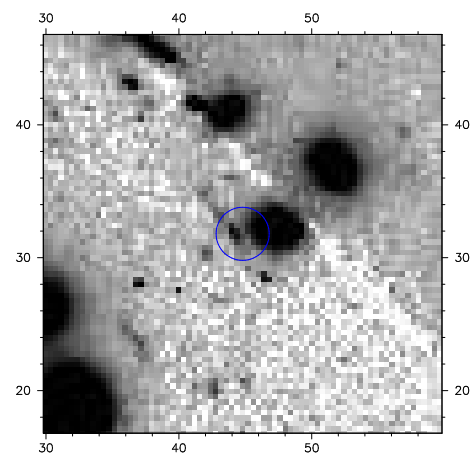
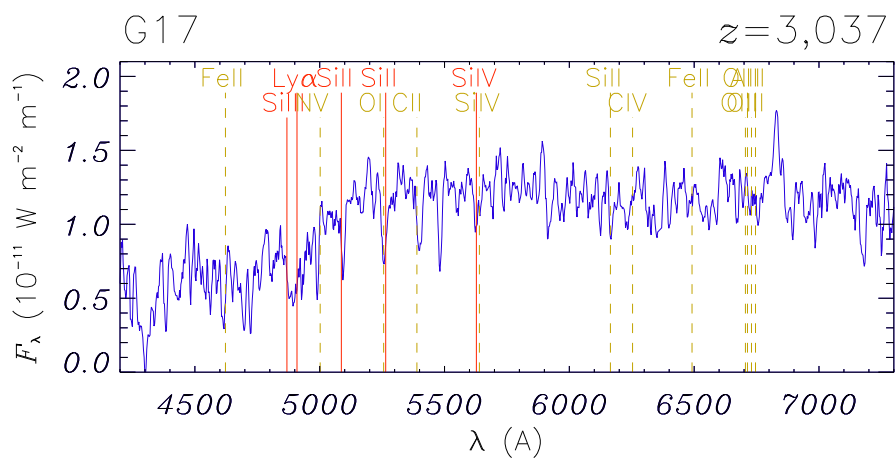
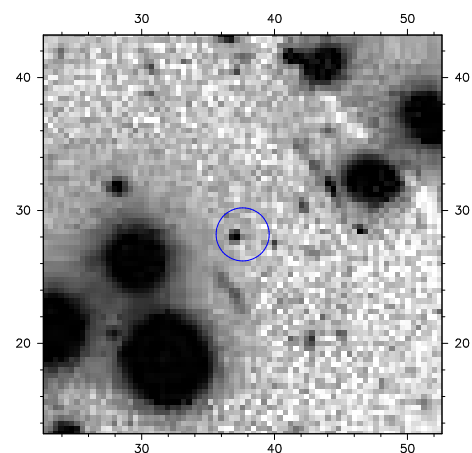
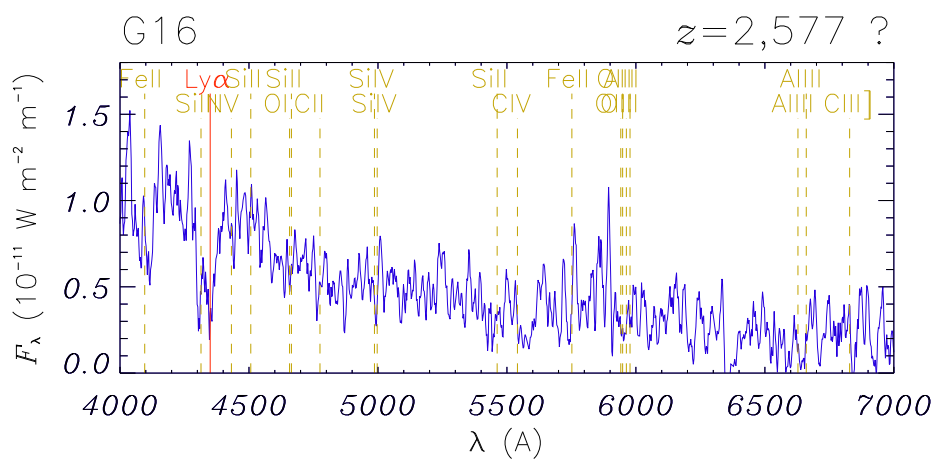
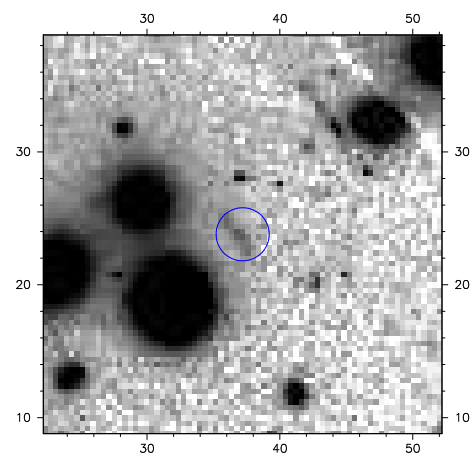
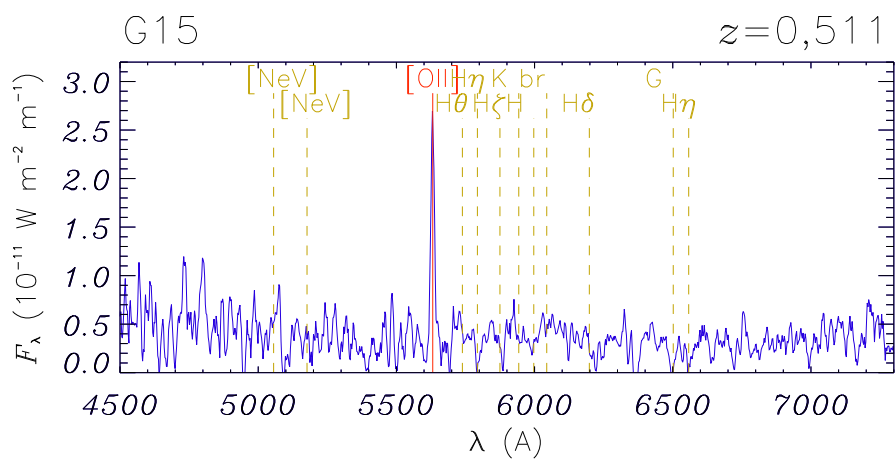
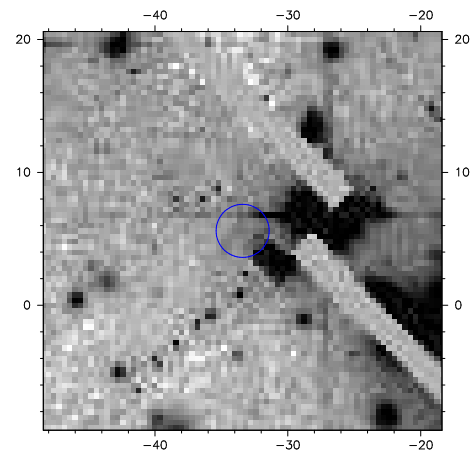
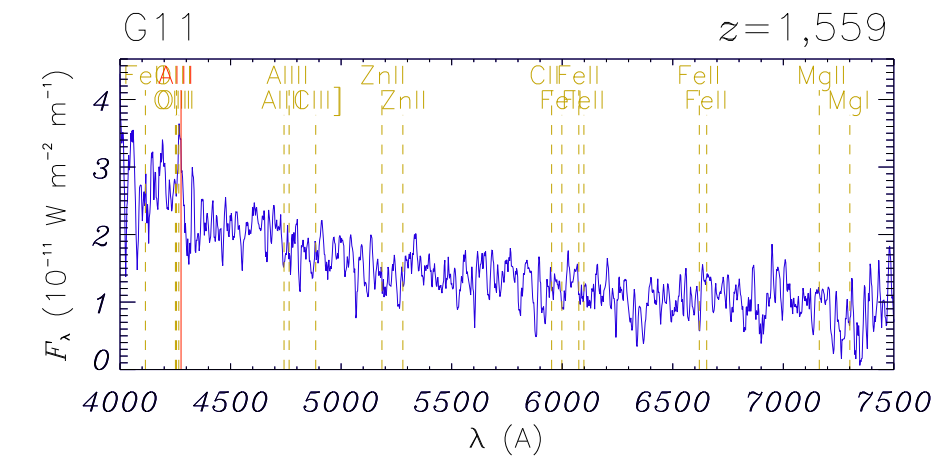


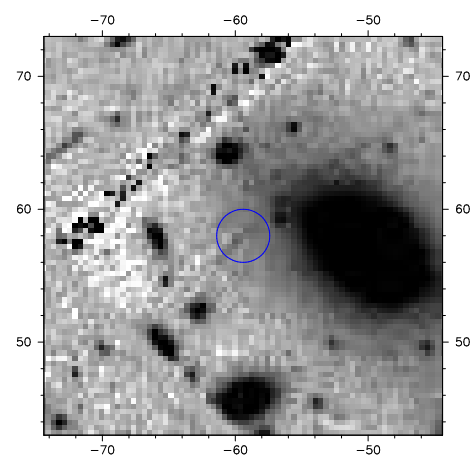
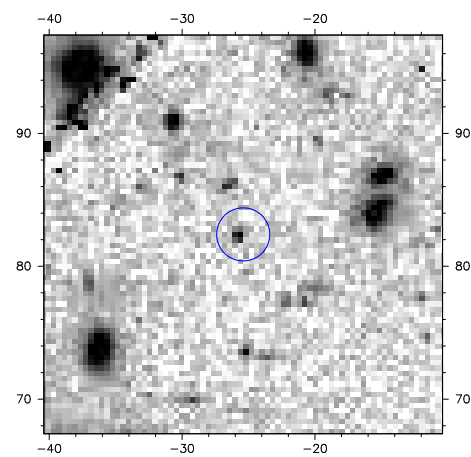
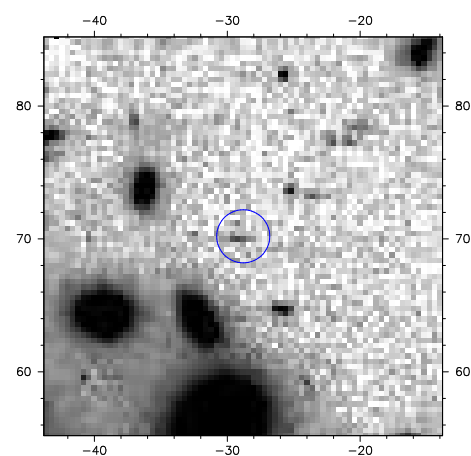
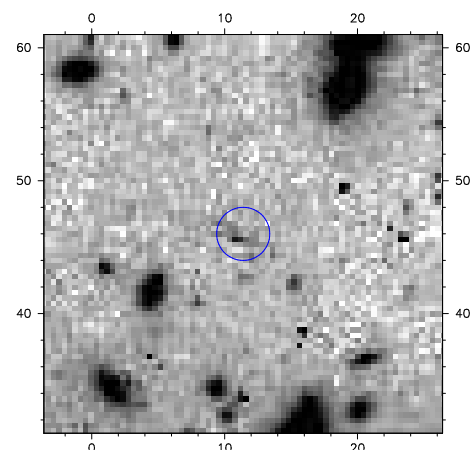
FIG. 1.12 – Spectres des 46 galaxies observées en arrière-plan de A 1689 dont le décalage spectral a pu être déterminé (à gauche), ainsi que la portion de champ ($30'' \times 30''$) les identifiant (cercle) (à droite). L'identifiant au dessus de chaque spectre se réfère à celui employé à la Tab. 1.9, qui donne également la photométrie de l'objet. La Fig. 1.13 montre quant à elle de façon globale les arcs centraux. Les flux monochromatiques F_λ sont calibrés et exprimés en $10^{-11} \text{ W m}^{-2} \text{ m}^{-1}$.

272

ABELL 1689

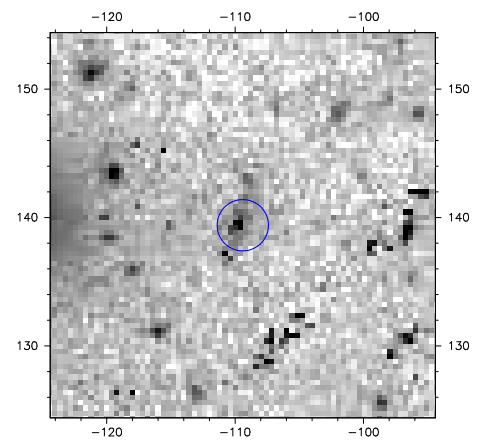
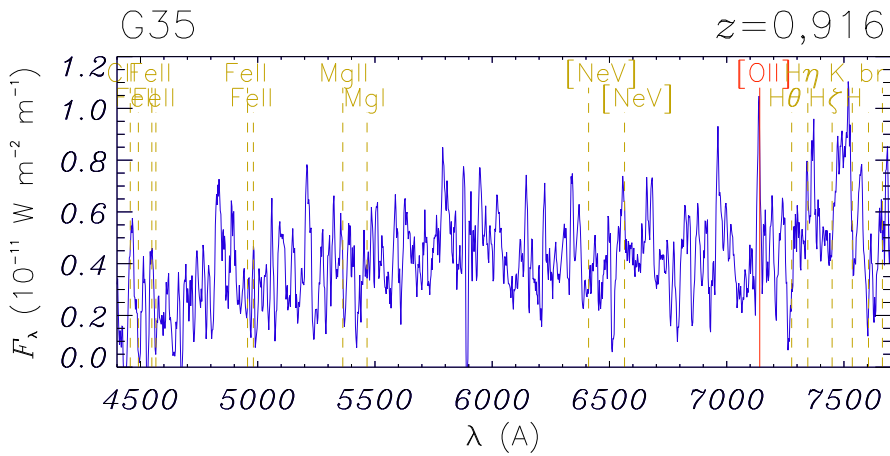
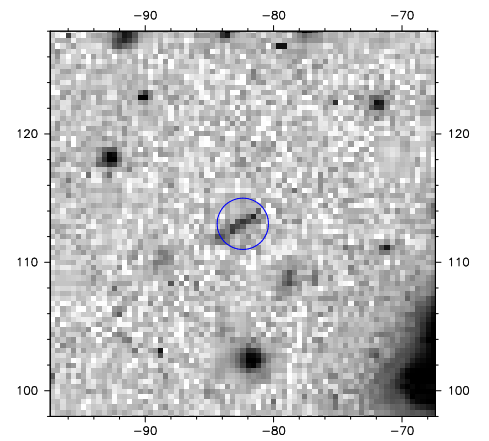
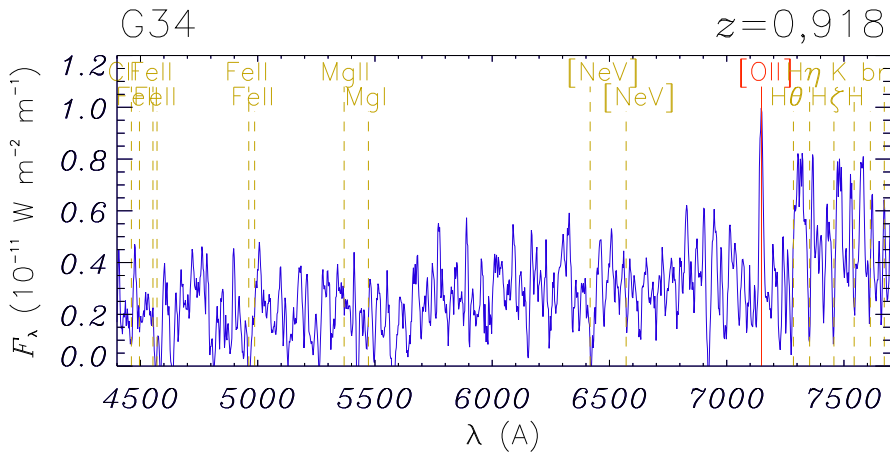
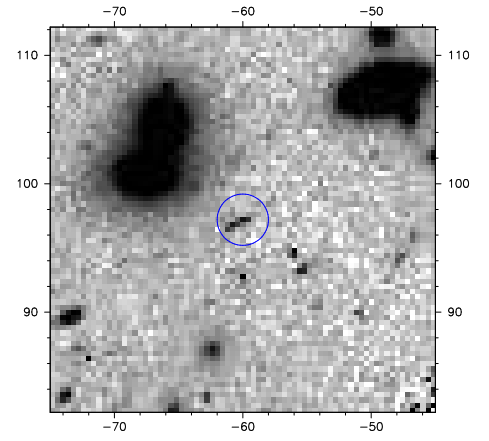
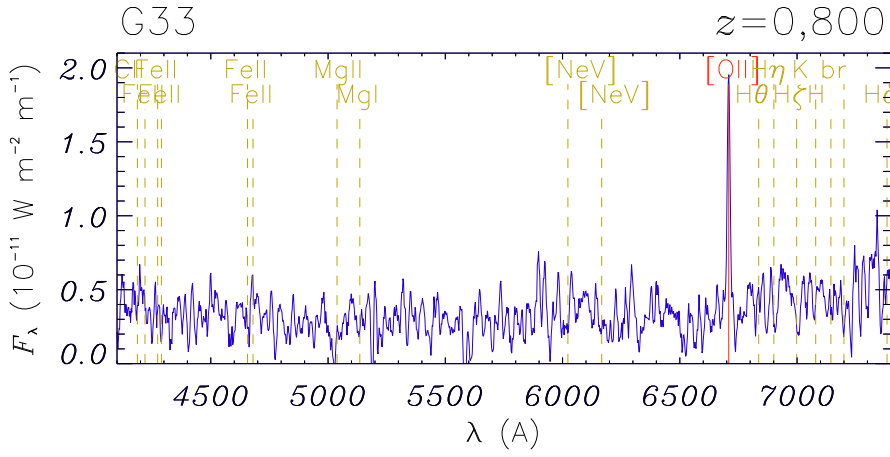
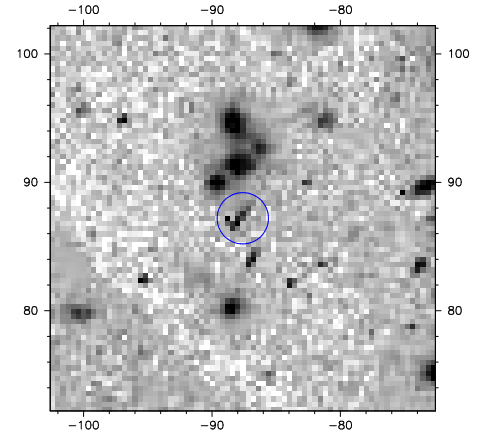
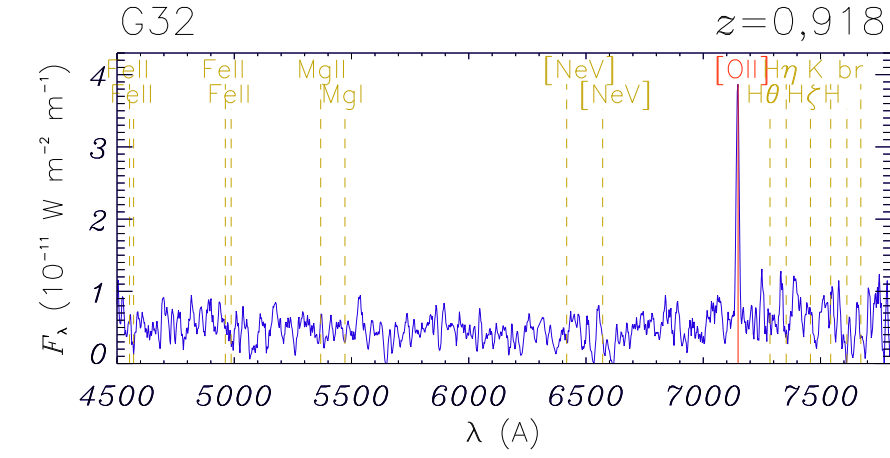


273

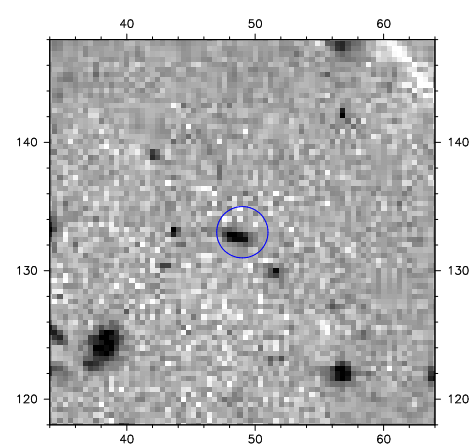
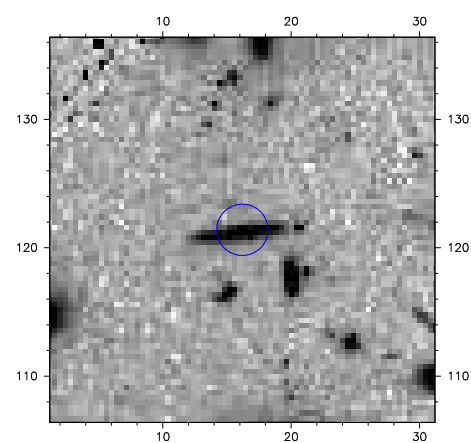
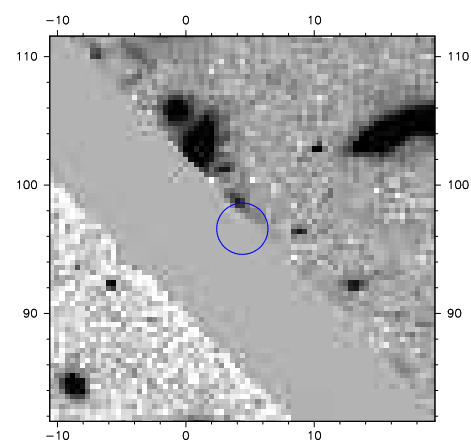
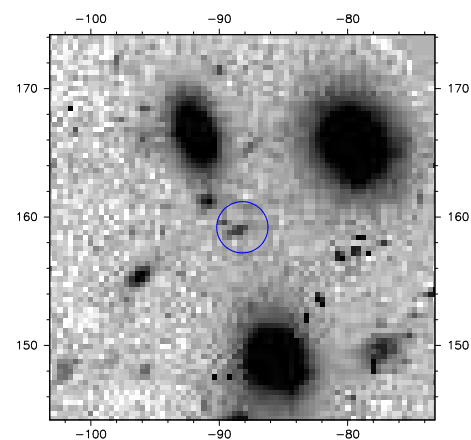


274

ABELL 1689

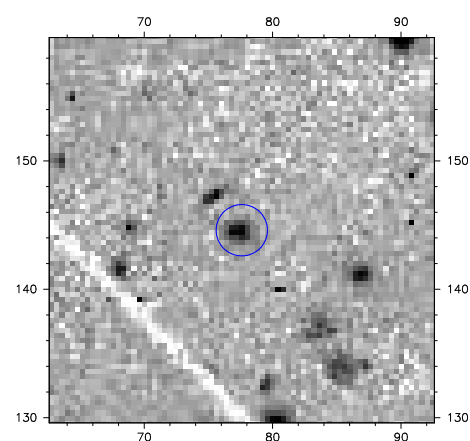
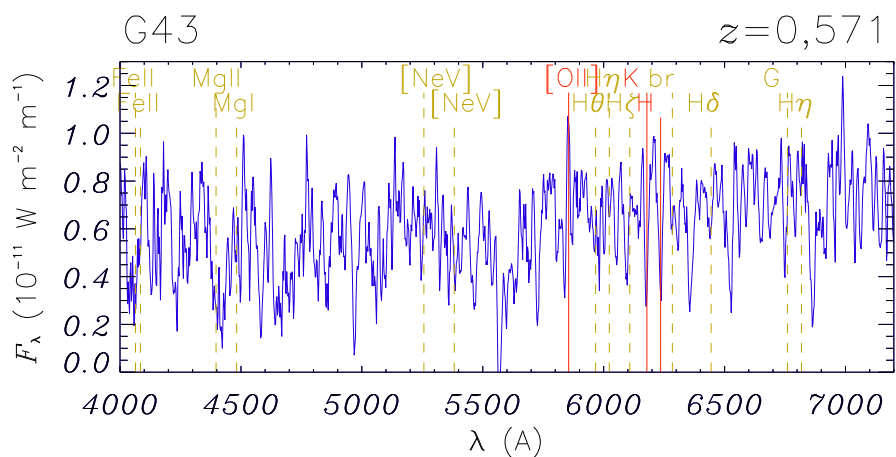
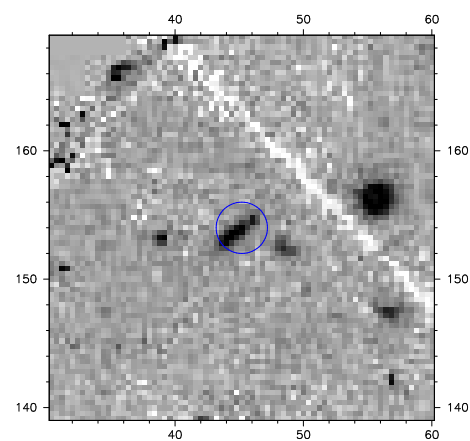
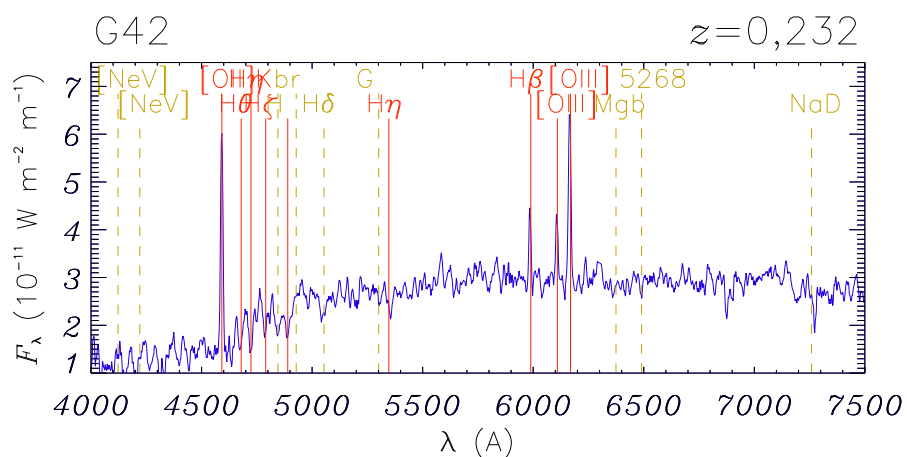
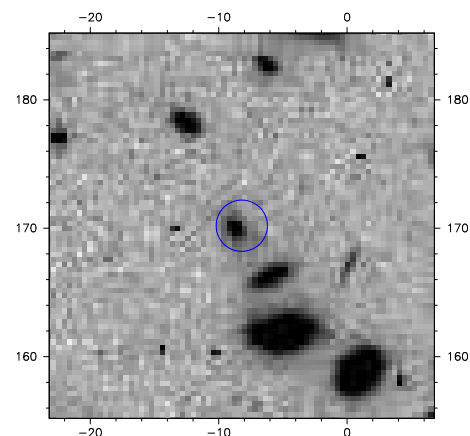
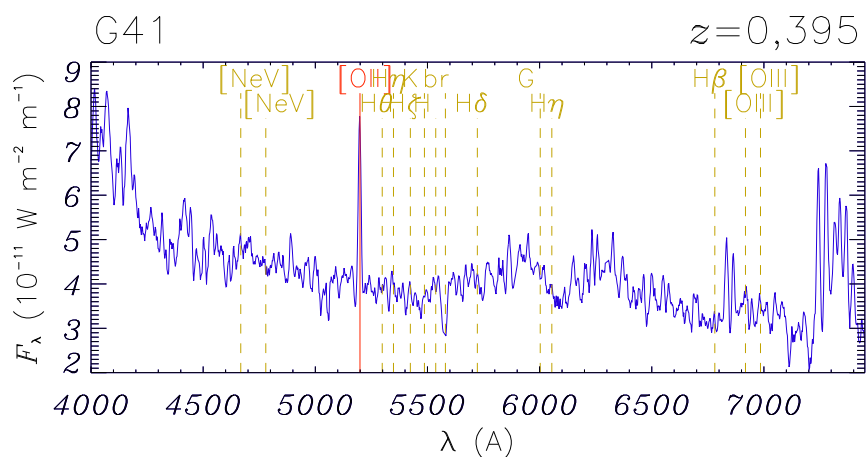
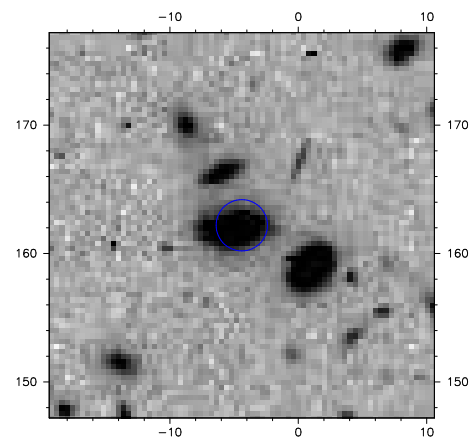
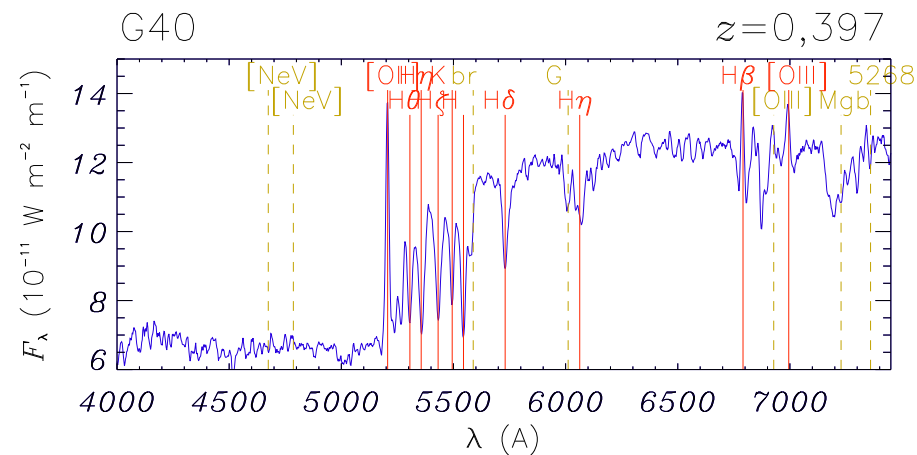


275

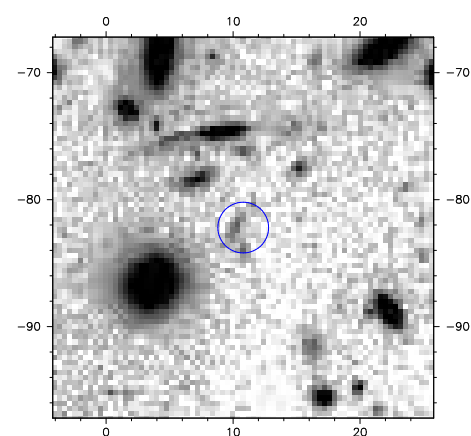
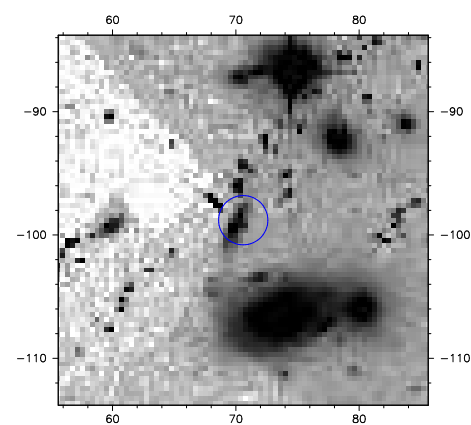
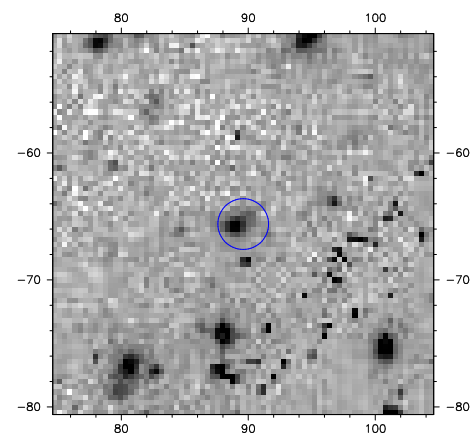
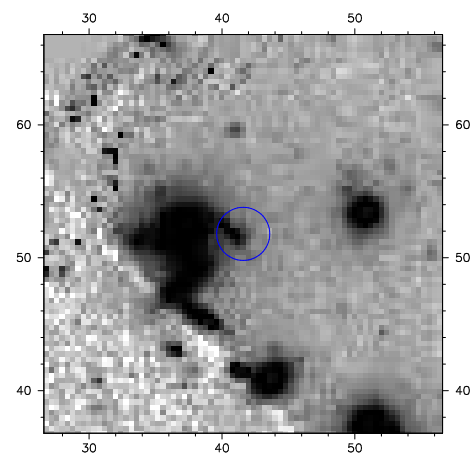


276

ABELL 1689

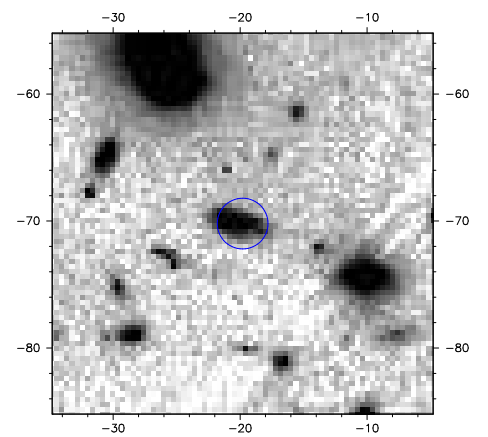
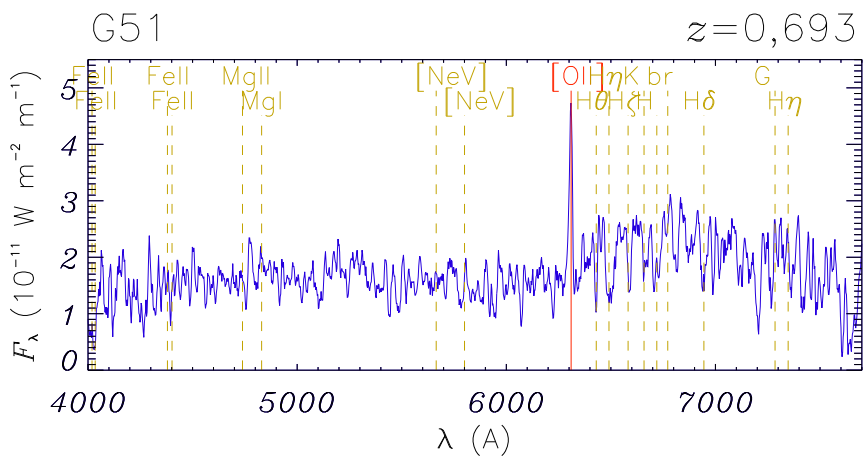
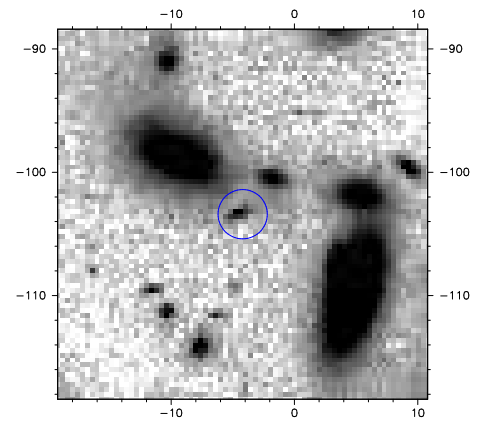
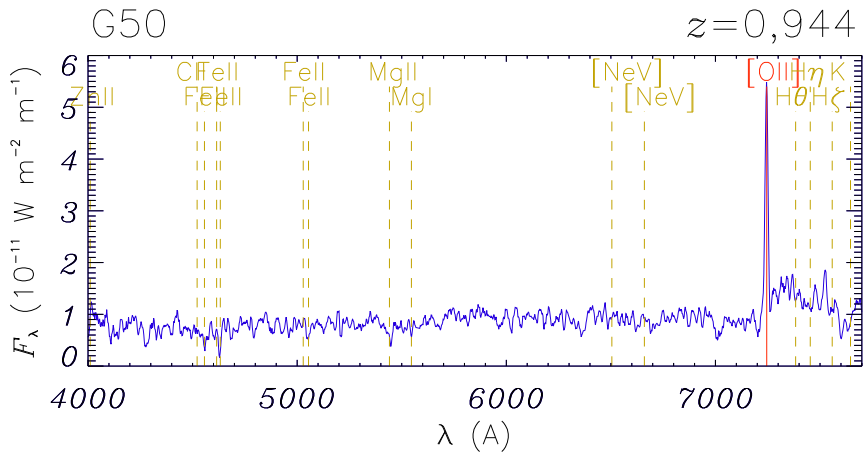
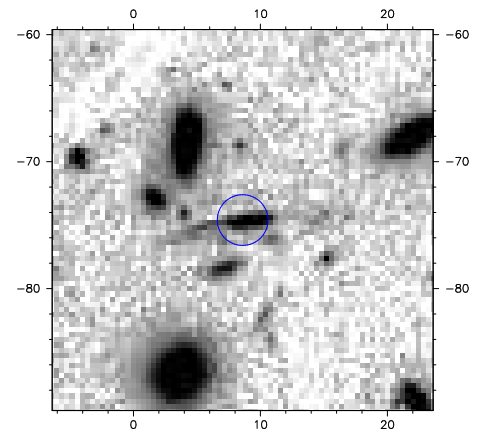
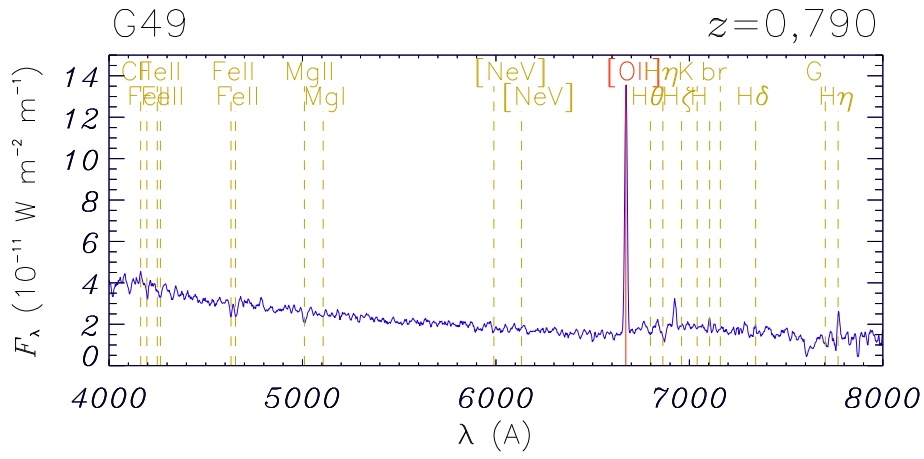
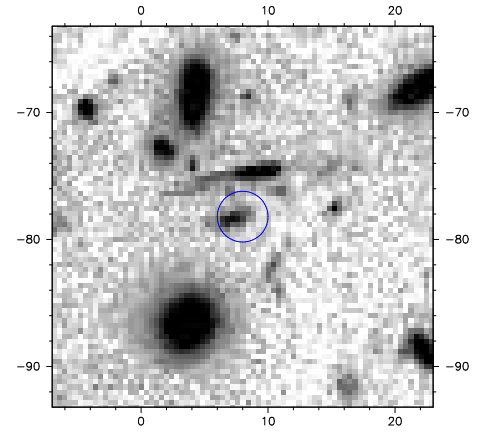
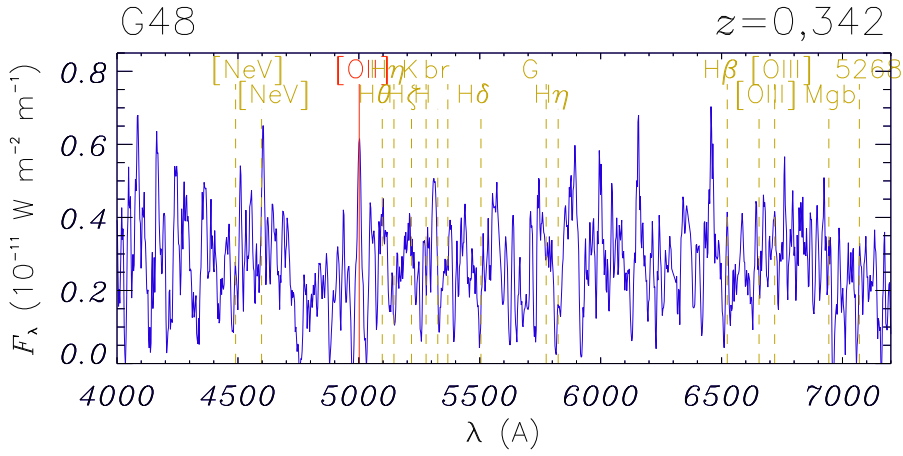


277



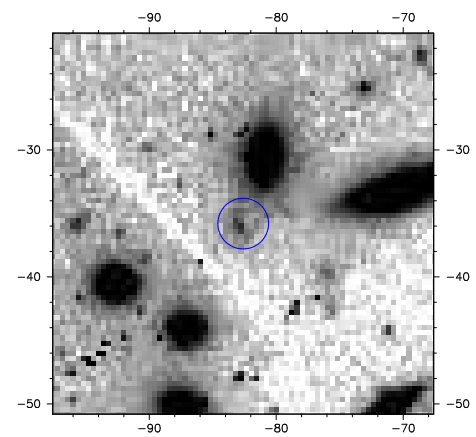
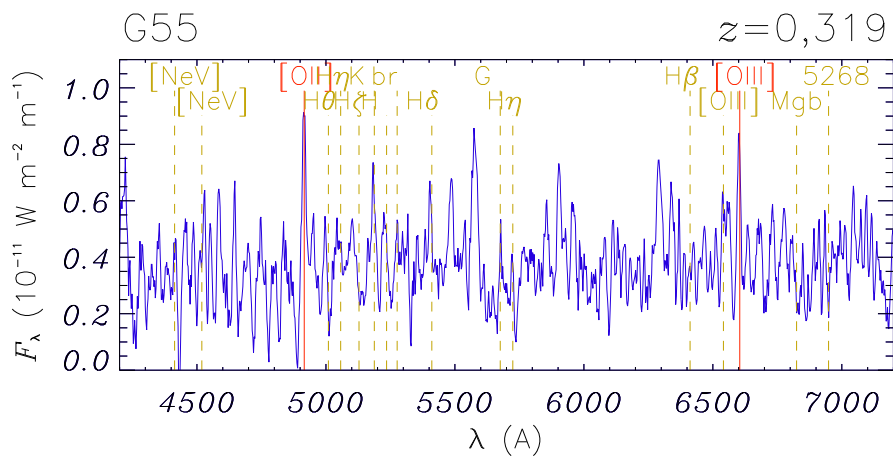
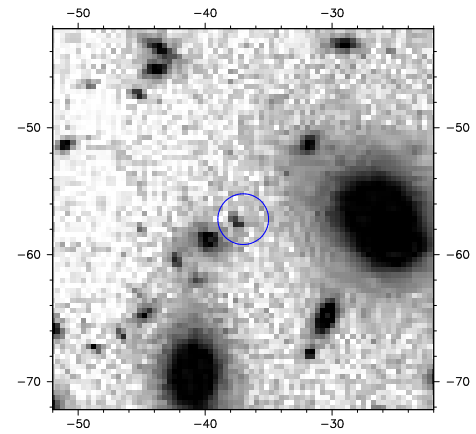
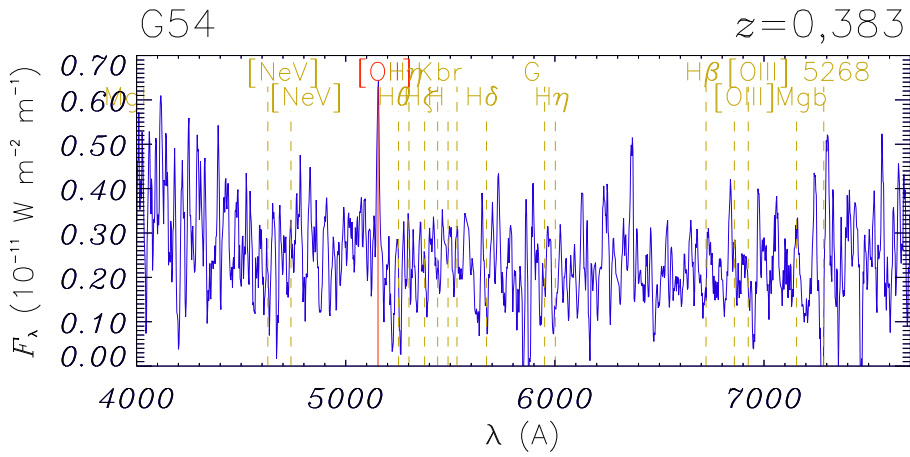
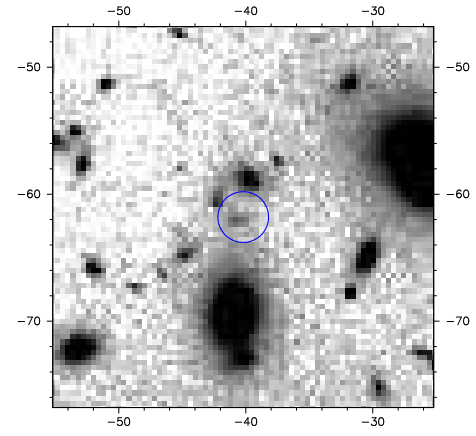
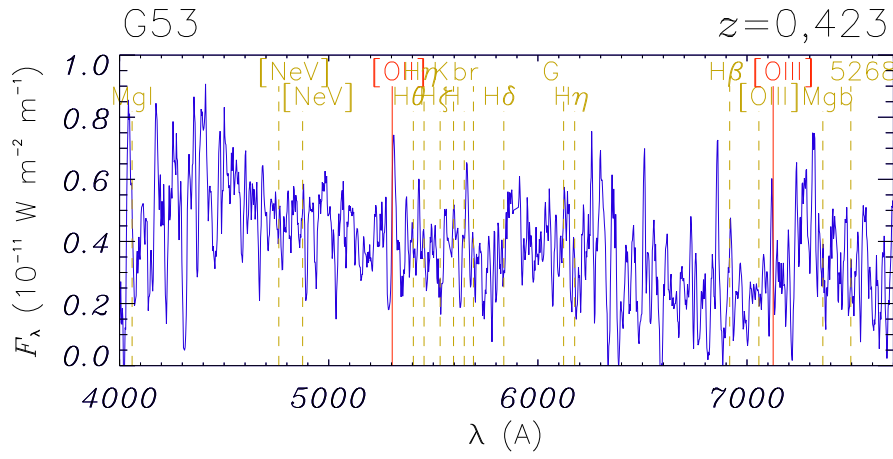
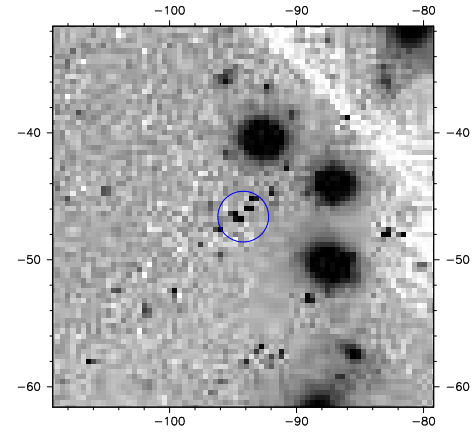
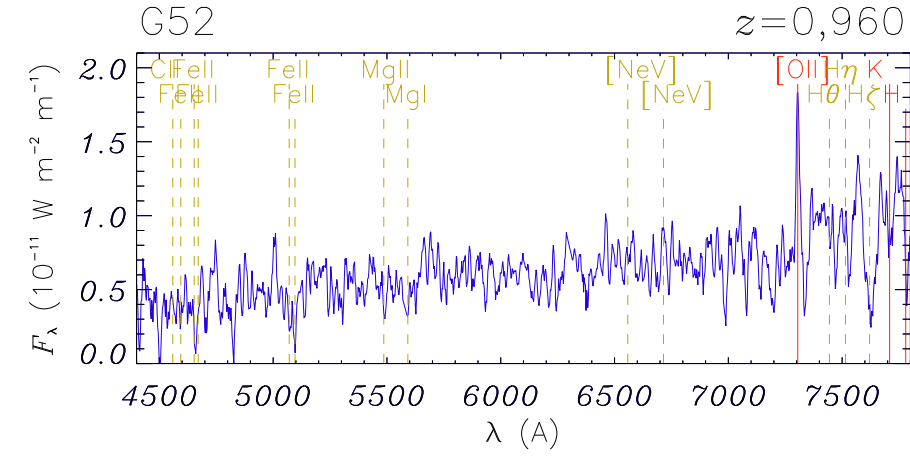
278

ABELL 1689



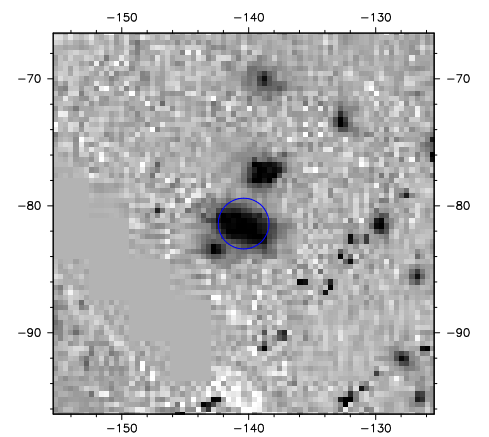
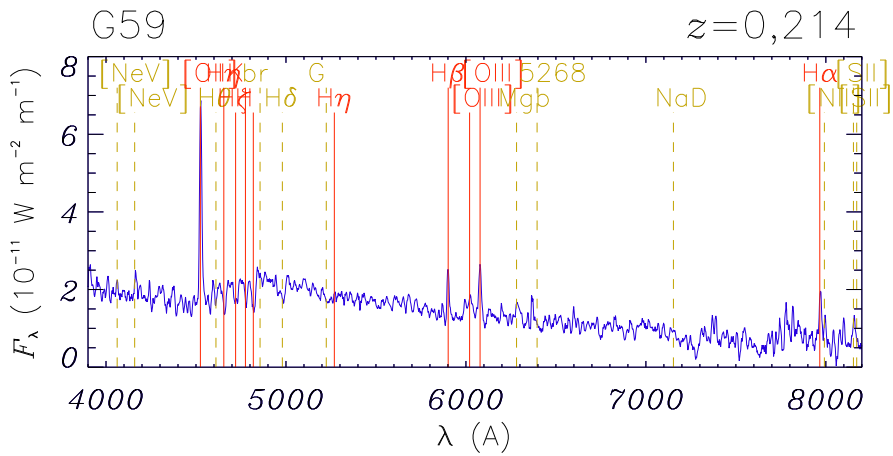
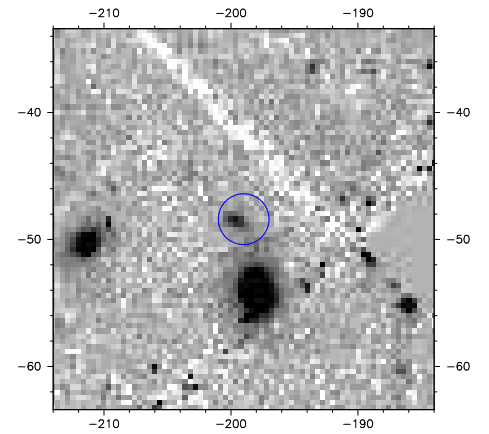
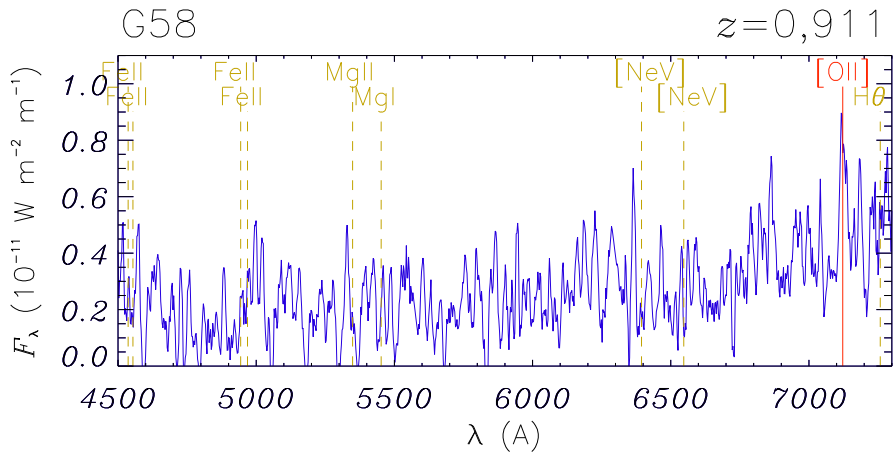
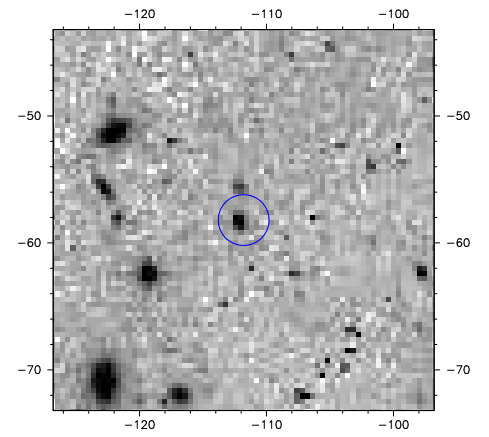
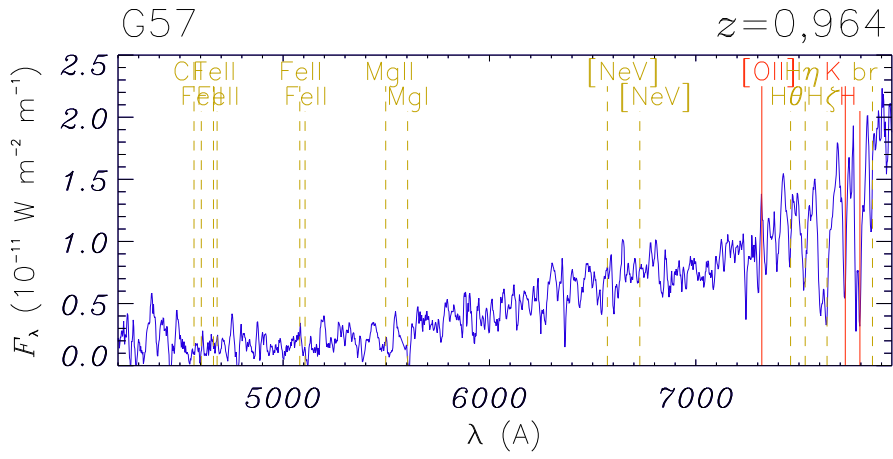
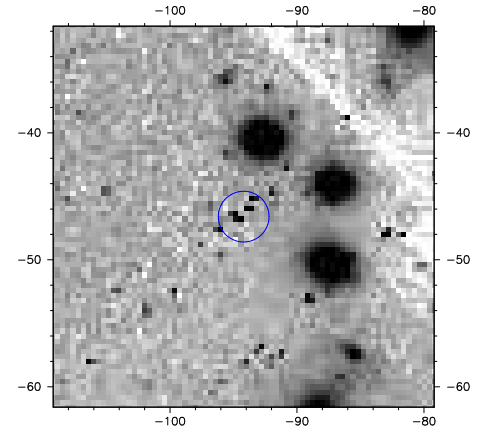
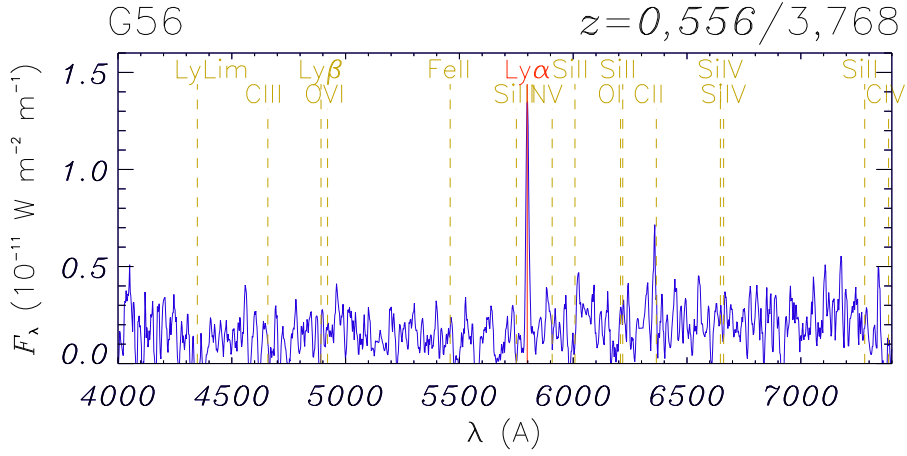
1.3. RÉSULTATS SPECTROSCOPIQUES

279



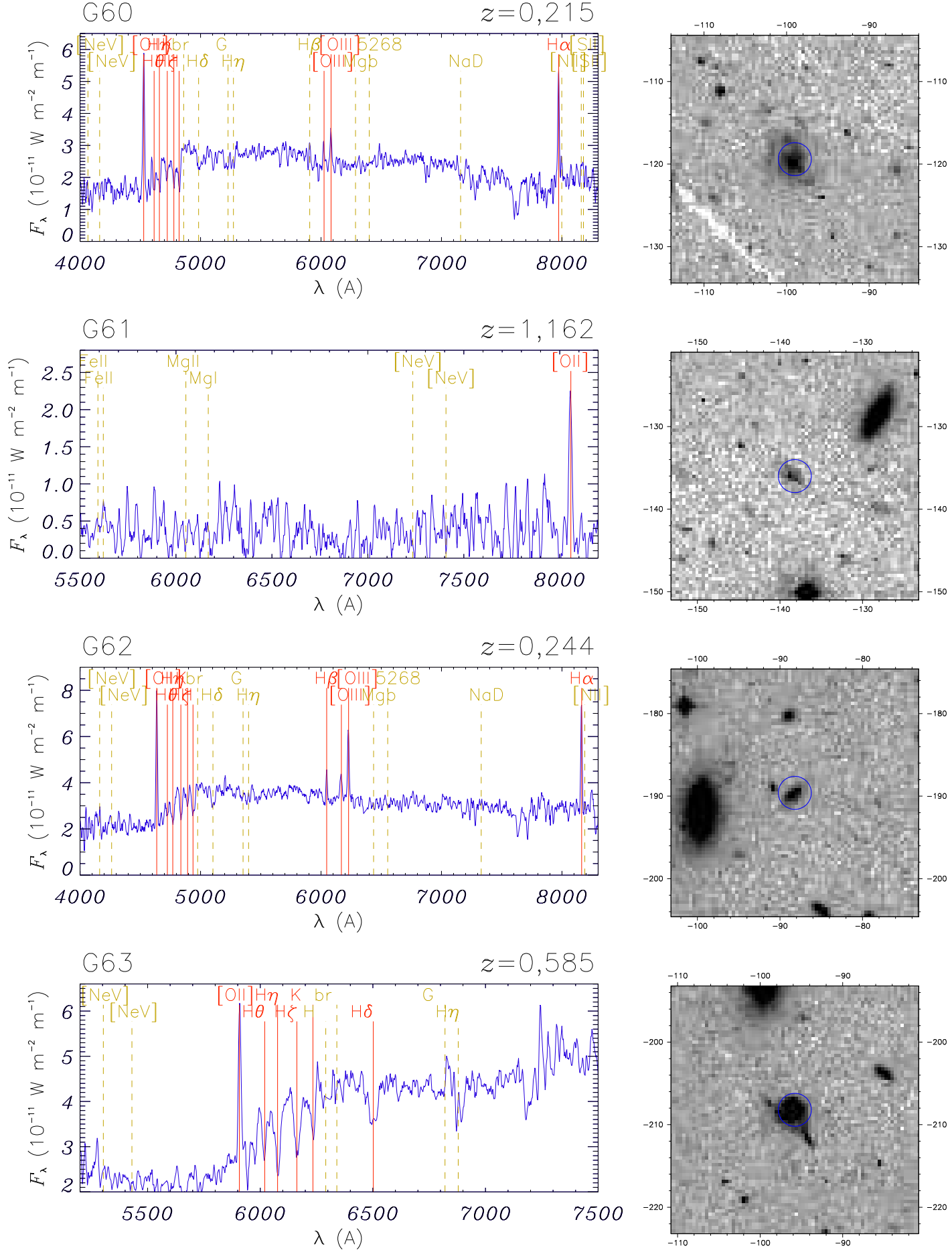
280

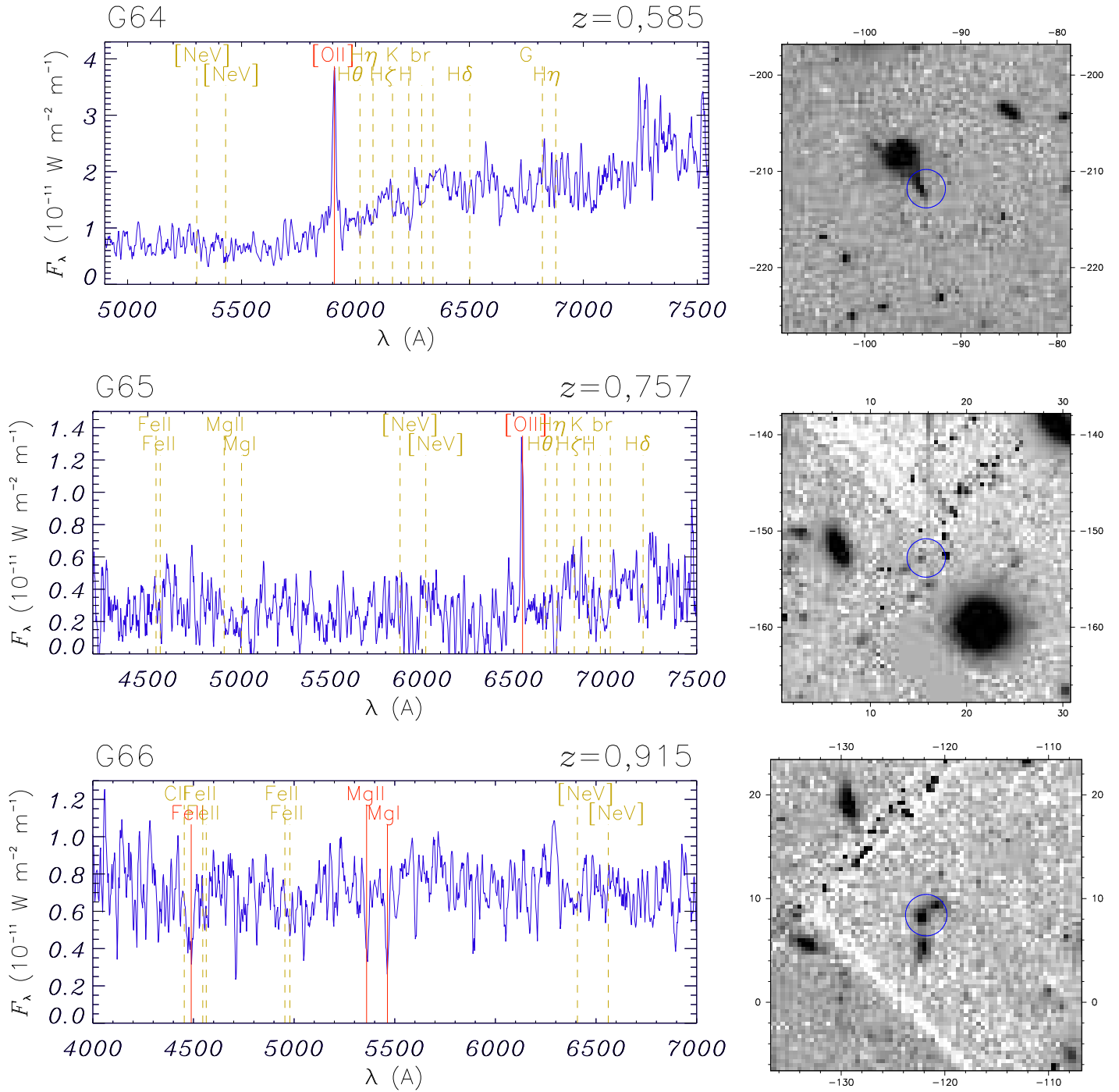
ABELL 1689



1.3. RÉSULTATS SPECTROSCOPIQUES

281



FIG. 1.12 – *Fin.*

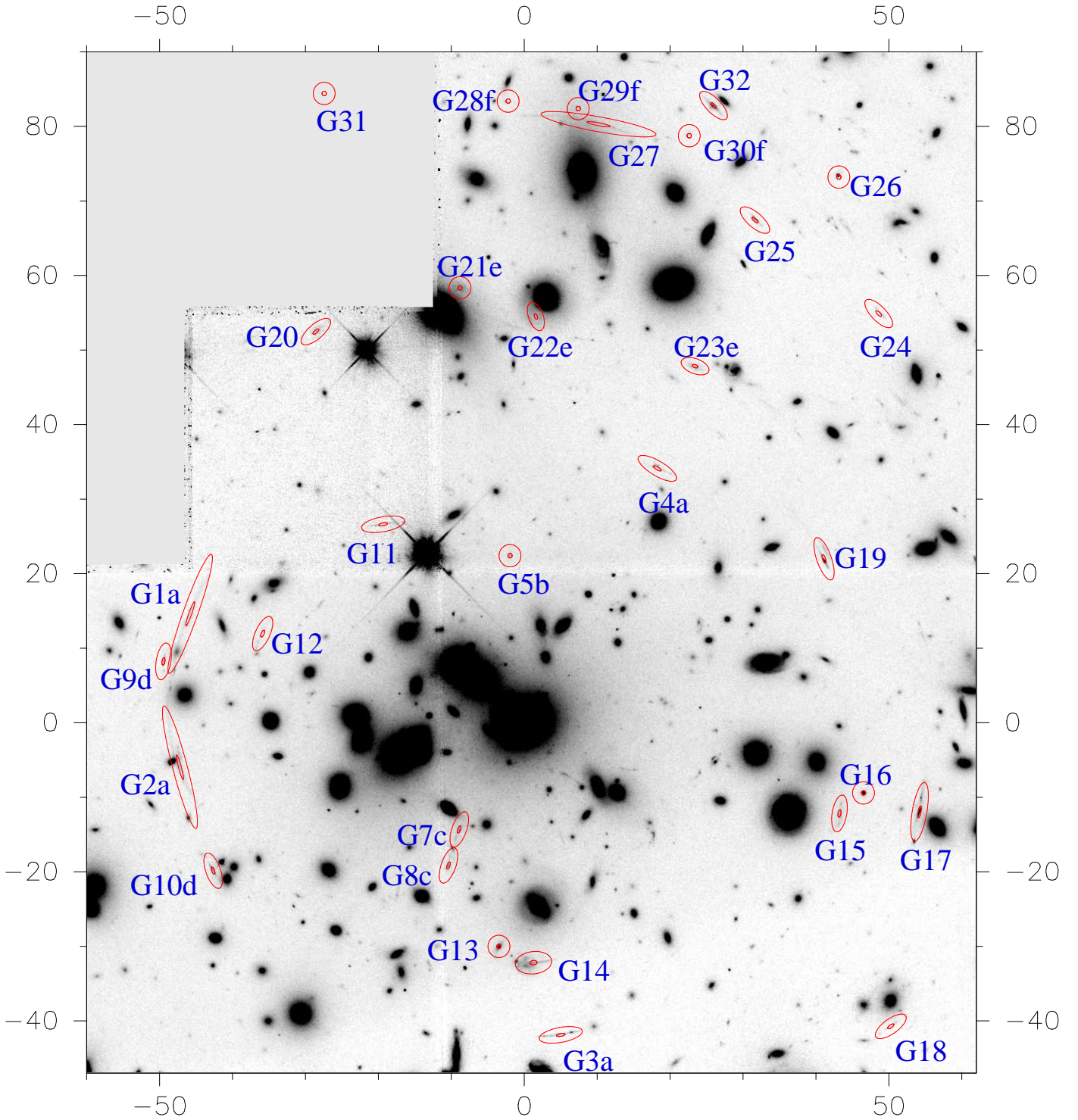


FIG. 1.13 – Image du centre de l'amas A1689 ($z_L=0,184$) prise la caméra WFPC2 du HST dans la bande F555W. On a identifié les principaux arcs présents suivant la nomenclature de la Tab. 1.9, qui donne également leur photométrie ainsi que leur décalage spectral s'il a pu être déterminé (voir alors les spectres de la Fig. 1.12). Les images appartenant à un même système multiple sont suivies d'une lettre minuscule identique. En particulier, $z_{Sa}=1,834$ et $z_{Sb}=4,868$.

Conclusion

J'ai exploité dans cette thèse un test cosmologique permettant de déterminer les paramètres gouvernant la courbure et la dynamique de l'Univers. La méthode se fonde sur l'observation de *plusieurs* systèmes d'images multiples dans un amas de galaxies agissant comme lentille gravitationnelle.

Ce test a été validé à partir de calculs semi analytiques. J'ai mis en évidence que la dégénérescence entre les paramètres cosmologiques suit celle des contours de rapports de termes D_{LS}/D_{OS} , pris pour deux plans sources différents. Ce comportement est typique de la méthode géométrique proposée, qui sonde les différents rapports de distances diamètre-angulaire présents le long du banc d'optique observé. La dépendance envers la densité de matière est plus importante que suivant la constante cosmologique. Dans le cadre d'un Univers plat, l'influence du paramètre d'énergie noire est comparable à celle de la densité de matière. De manière générale, la dégénérescence est complémentaire de celle donnée par l'étude des supernovæ de type Ia prises comme chandelles standards, mais diffère toutefois des contours issus de l'étude des anisotropies du Fond Diffus Cosmologique. Dans le cas des supernovæ il s'agit également d'un test géométrique (fondé sur la distance luminosité). Ici, la méthode compare en fait (au moins) deux rapports de distances diamètre-angulaire. Les deux contraintes se trouvent être orthogonales. Cette dégénérescence originale se retrouve dans des tests cosmologiques proposés assez voisins (LOMBARDI & BERTIN 1999; GAUTRET et al. 2000), mais dont la mise en place semble moins directe.

L'analyse de l'influence relative des divers paramètres intervenant dans le problème a permis de préciser les contraintes observationnelles nécessaires pour déduire des résultats pertinents :

- la connaissance de la position précise du centroïde des images gravitationnelles est essentielle. Il faut donc disposer d'une image prise par le télescope spatial *HST*, dont la résolution est de 0,1" ;
- une mesure spectroscopique des décalages de l'amas et des images est également fondamentale, puisque ceux-ci fixent les positions des éléments sur l'axe optique. La faible brillance des arcs impose des observations spectroscopiques sur des grands télescopes au sol.

Des simulations numériques ont ensuite montré le type de contrainte auquel on peut aboutir. L'estimation prévue des paramètres cosmologiques est tout à fait pertinente par rapport aux méthodes existantes et surtout eu égard aux relativement faibles moyens nécessaires.

J'ai étudié l'influence sur les résultats de la distribution de masse de l'amas de galaxies, élément essentiel dont dépend le test et qui pourrait apporter un biais dans les contraintes cosmologiques. Il s'avère que la modélisation paramétrique du potentiel de l'amas-lentille doit utiliser un profil à cœur plat, qui permet aussi d'ajuster des images formées par une distribution singulière. Les effets du modèle de masse et des contraintes cosmologiques peuvent être découplés. Une mauvaise paramétrisation de l'amas-lentille trouvera en effet sa signature dans la dégénérescence cosmologique finale. Des niveaux de confiance sur les paramètres cosmologiques identiques aux

contours attendus démontrent à la fois leur fiabilité et une bonne modélisation du potentiel gravitationnel. L'estimation de la cosmologie, quoique bonne, est moins précise à mesure que la complexité de l'amas augmente. On veillera toutefois à considérer les galaxies les plus brillantes et les plus influentes sur la position des arcs, ainsi que les sous-structures de l'amas dans la modélisation, ceci afin de tirer des contraintes rigoureuses.

Cette méthode requiert ainsi des modèles paramétriques précis de potentiels gravitationnels. Or, la plupart des amas de galaxies possèdent des distributions non circulaires. J'ai donc développé un formalisme général de profils pseudo elliptiques, adaptable pour tout profil dont les grandeurs utilisées en optique gravitationnelle sont connues analytiquement dans le cas circulaire. Je donne alors l'expression de ces grandeurs dans le cas pseudo elliptique. Des distributions surfaciques de masse peuvent ainsi être modélisées sur de larges gammes d'ellipticités. J'étudie en particulier le profil NFW. Le formalisme est physiquement utilisable jusqu'à une ellipticité de la densité surfacique de masse de $\epsilon_\Sigma \simeq 0,4$; ce qui permet de modéliser une grande classe de systèmes avec cette distribution universelle. Outre la modélisation, l'autre intérêt de ces expressions analytiques pseudo elliptiques est la rapidité de calcul, exploitable dans tous types de situations (problèmes inverses de lentilles gravitationnelles, calculs de décalages temporels, etc.).

Le test cosmologique a été appliqué aux amas Abell 2218 et AC 114, les meilleurs pour lesquels sont aujourd'hui disponibles à la fois des images *HST* et les mesures spectroscopiques de suffisamment d'images multiples. Les différents systèmes de AC 114 sont assez éloignés en décalage spectral, ce qui ne permet pas de sonder toute la longueur du banc d'optique. Les contraintes que je déduis de l'optimisation globale du potentiel restent toutefois tout à fait compétitives, et convergent avec des résultats indépendants. La dégénérescence sur les paramètres cosmologiques présente la forme attendue, et valide donc la modélisation de cet amas. En outre, j'ai pris soin d'éviter toute autre forme de biais. En effet, il y a trop peu de contraintes pour pouvoir optimiser tous les paramètres du potentiel. Certains ont donc été fixés lors d'un ajustement préalable, effectué sur l'ensemble des paramètres cosmologiques.

L'amas A 2218 présente quant à lui quatre systèmes d'images multiples dont la distribution en décalage spectral est quasiment idéale pour ce test. Les contraintes que j'obtiens sont à la mesure de cette situation. Elles présentent une dégénérescence favorisant le modèle de distribution de masse considéré. Les niveaux de confiance mettent en avant un Univers à faible densité de matière. Dans le cas particulier d'un Univers plat, je déduis les résultats suivants :

- $0,01 \leq \Omega_{M0} \leq 0,22$;
- $0,78 \leq \Omega_\Lambda \leq 0,99$;
- $w \leq -0,80$.

Le processus d'optimisation du potentiel permet en outre de donner une description fine de la distribution de masse de ces deux amas. Leur profil de densité centrale est en particulier plat (avec un rayon de cœur d'environ 60 kpc), et la dispersion de

vitesse centrale est déterminée à 100 km s^{-1} près. Pour les deux amas, je trouve que le rapport masse sur luminosité des galaxies est une fonction (faiblement) croissante de la luminosité, les galaxies les plus brillantes ayant proportionnellement un halo plus étendu que les faibles. Dans le cas de AC 114, le rayon de troncature des galaxies individuelles est relativement faible. Il semble donc que les halos de matière noire des galaxies aient été absorbés par le puits de potentiel de l'amas durant sa formation. La distribution surfacique de masse dans A 2218 est orientée suivant la ligne joignant les deux galaxies les plus brillantes. Le halo secondaire de plus faible masse est fortement allongé. Son accrétion par la condensation principale de matière noire dans la phase actuelle de fusion peut être responsable de cette élongation.

Enfin, j'ai effectué sur le *VLT* un programme d'observations spectroscopiques d'arcs gravitationnels dans l'amas de galaxies Abell 1689 ($z_L = 0,184$), qui est un excellent candidat pour les tests proposés. La réduction des données a mis en évidence deux systèmes d'images multiples à $z_{\text{sa}} = 1,834$ et $z_{\text{sb}} = 4,868$. Une modélisation précise de cet amas est en cours pour pouvoir appliquer le test cosmologique.

Deux propositions d'observations spectroscopiques sur des grands télescopes vont être soumises pour poursuivre le travail entrepris. Il s'agit d'une part de l'observation de A 2218 : la connaissance au total d'une dizaine d'images multiples affinerait encore les contraintes cosmologiques déjà obtenues pour cet amas. D'autre part, il serait intéressant d'obtenir le spectre de plusieurs systèmes d'images multiples dans les amas A 1689, A 2390, A 2667 et Cl 0024.

Ceci permettrait d'obtenir de fortes contraintes cosmologiques à partir de chaque amas, mais également, comme je l'ai montré, de réduire encore les incertitudes par une combinaison des résultats. D'autres amas déjà identifiés pourront compléter cet échantillon dans un avenir proche : MS 2137, MS 0440, A 370, A 383, A 1835, Cl 2244 et RXJ 1347.

Il apparaît clairement que le test que j'exploite est tout à fait compétitif actuellement et ne nécessite que des moyens relativement limités comparé aux projets à court ou long terme dédiés principalement à la mesure des paramètres cosmologiques. De plus, au vu des incertitudes sur les autres tests, il est important de disposer de méthodes d'évaluation indépendantes. La concordance entre tous les tests pourra permettre de valider les différentes physiques utilisées et le modèle cosmologique qui en ressort. Dans cette optique, une étude des erreurs systématiques inhérentes à la méthode présentée dans ce travail reste à être détaillée. Elle pourra ainsi faire partie à court terme d'une « cosmologie de précision » en étant combinée à des tests complémentaires, en particulier celui utilisant les supernovæ de type Ia distantes.

Il est toutefois clair que la fin de la décennie sera marquée par la connaissance précise des paramètres cosmologiques, grâce aux résultats de plusieurs projets importants sur la détection des supernovæ distantes (*Nearby Supernovæ Factory*, *CFHTLS*, *SNAP*), des anisotropies du FDC (*MAP*, *Planck*) et du cisaillement cosmique (*DES-CART*). Ces expériences devraient valider ou infirmer le modèle standard Λ CDM.

d'Univers en expansion accélérée, et/ou préciser le type d'énergie noire (constante cosmologique, quintessence, membranes, défauts topologiques, etc.).

La technicité acquise dans la modélisation du potentiel gravitationnel des amas pourra permettre, avec la connaissance de nombreux systèmes d'images multiples, de déduire, en plus des contraintes cosmologiques, des propriétés physiques des amas considérés :

- la répartition précise de la masse entre les halos de matière noire et les galaxies individuelles ;
- l'extension du halo des galaxies, ce qui peut permettre de déterminer leur évolution du champ au cœur des amas, et également de tester la nature de la matière noire ;
- la variation radiale du rapport masse sur luminosité ;
- l'état dynamique et gravitationnel de l'amas, ainsi qu'un scénario de sa formation, avec l'aide de données concernant les vitesses radiales des galaxies ;

Une compréhension globale d'un amas pourra permettre de faire converger les différentes masses estimées à partir d'observations optiques, X, radio (effet SZ) et d'arcs gravitationnels (fortes et faibles distortions), particulièrement en précisant la validité des hypothèses émises pour chaque estimateur. Une étude globale de nombreux amas connus de la sorte donnerait une vue générale de la distribution de masse dans un halo (en particulier du profil central), et permettrait de tester la nature de la matière noire (froide, tiède, chaude, interagissante, etc.).

À plus long terme, l'exploitation systématique du test cosmologique pourra être entreprise :

- le relevé *MACS* (*MAssive Cluster Survey*) d'amas lumineux en bande X devrait sélectionner des amas de galaxies massifs, avec par conséquent une efficacité de lentille gravitationnelle importante. De nouveaux amas seront ainsi disponibles ;
- les images du *HST* ou bien plus tard celles du *JWST* (*James Webb Space Telescope*), dont la résolution spatiale sera de 0,03", permettront de préciser la position des arcs et des différentes galaxies ;
- enfin, l'instrument *VIMOS/IFU* du *VLT* donnera en une ou deux nuits d'observation tous les spectres des images multiples d'un amas.

Enfin, j'ai également mis en évidence dans ce travail la possibilité de contraindre directement la constante cosmologique. Il suffit de connaître un seul système d'images multiples formé par une galaxie elliptique, et de mesurer indépendamment sa dispersion de vitesse stellaire. Une précision de l'ordre de 10 km s^{-1} sur cette dernière quantité permettrait de donner Ω_Λ à 0,2 près. Une simple nuit d'observation sur un grand télescope peut permettre d'atteindre le rapport signal sur bruit nécessaire. Des galaxies-lentilles adéquates pour ce test sont déjà connues : MG 1654+1346, 0047–2808, Q 0142–100 (une analyse statistique de plusieurs systèmes conduirait là aussi à une réduction des barres d'erreur). Dans le débat actuel sur la validité l'expansion accélérée que semblent montrer les observations de supernovæ distantes, en

considérant le très faible nombre de tests permettant de mettre en évidence l'existence d'une constante cosmologique, et au vu des faibles moyens nécessaires pour appliquer celui-ci, il doit également apparaître comme prioritaire.

Bibliographie

- ABDELSALAM, H. M., SAHA, P., & WILLIAMS, L. L. R. 1998a, Non-parametric reconstruction of cluster mass distribution from strong lensing - Modelling Abell 370, *MNRAS*, **294**, 734
- . 1998b, Nonparametric Reconstruction of Abell 2218 from Combined Weak and Strong Lensing, *AJ*, **116**, 1541
- ABELL, G. O., CORWIN, H. G., & OLOWIN, R. P. 1989, A catalog of rich clusters of galaxies, *ApJ Suppl.*, **70**, 1
- ABRAMOPOULOS, F. & KU, W. H.-M. 1983, X-ray survey of clusters of galaxies with the Einstein Observatory, *ApJ*, **271**, 446
- AFFLECK, I. 1985, *Nucl. Phys. B*, **256**, 557
- AGUIRRE, A. 1999, Intergalactic Dust and Observations of Type IA Supernovae, *ApJ*, **525**, 583
- ALCOCK, C., ALLSMAN, R. A., ALVES, D., et al. 1997, The MACHO Project Large Magellanic Cloud Microlensing Results from the First Two Years and the Nature of the Galactic Dark Halo, *ApJ*, **486**, 697
- ALLEN, S. W. 1998, Resolving the discrepancy between X-ray and gravitational lensing mass measurements for clusters of galaxies, *MNRAS*, **296**, 392
- ALLEN, S. W., SCHMIDT, R. W., & FABIAN, A. C. 2002, Cosmological constraints from the X-ray gas mass fraction in relaxed lensing clusters observed with Chandra, *MNRAS*, **334**, L11
- ALPHER, R. A. & HERMAN, R. 1948, Evolution of the Universe, *Nat.*, **162**, 774
- ALPHER, R. A., HERMAN, R., & GAMOW, G. 1948, Thermonuclear Reactions in the Expanding Universe, *Phys. Rev.*, **74**, 1198
- ARMENDARIZ-PICON, C., MUKHANOV, V., & STEINHARDT, P. J. 2000, Dynamical Solution to the Problem of a Small Cosmological Constant and Late-Time Cosmic Acceleration, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 4438
- . 2001, Essentials of k-essence, *Phys. Rev. D*, **63**, 103510
- ARNOLD, V. I. 1984, *Catastrophe Theory* (Berlin: Springer-Verlag)
- ASADA, H. 1997, Critical Lines in Gravitational Lenses and the Determination of Cosmological Parameters, *ApJ*, **485**, 460
- ATHANASSOPOULOS, C., AUERBACH, L. B., BURMAN, R. L., et al. 1998, Results on

- $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Neutrino Oscillations from the LSND Experiment, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 1774
- AVELINO, P. P., BECA, L. M. G., DE CARVALHO, J. P. M., MARTINS, C. J. A. P., & PINTO, P. 2002, Alternatives to Quintessence Model Building, *Phys. Rev. D*, sous presse, astro-ph/0208528
- AVELINO, P. P. & MARTINS, C. J. A. P. 2002, A Supernova Brane Scan, *ApJ*, **565**, 661
- BÉZECOURT, J., KNEIB, J. P., SOUCAIL, G., & EBBELS, T. M. D. 1999, Lensed galaxies in Abell 370. I. Modeling the number counts and redshift distribution of background sources, *A&A*, **347**, 21
- BAADE, W. 1938, The Absolute Photographic Magnitude of Supernovae, *ApJ*, **88**, 285
- BACON, D. J., REFREGIER, A. R., & ELLIS, R. S. 2000, Detection of weak gravitational lensing by large-scale structure, *MNRAS*, **318**, 625
- BAHCALL, J. N. & TREMAINE, S. 1981, Methods for determining the masses of spherical systems. I - Test particles around a point mass, *ApJ*, **244**, 805
- BAHCALL, N. A., CEN, R., DAVÉ, R., OSTRIKER, J. P., & YU, Q. 2000, The Mass-to-Light Function: Antibias and Ω_m , *ApJ*, **541**, 1
- BAHCALL, N. A. & FAN, X. 1998, The Most Massive Distant Clusters: Determining Ω and σ_8 , *ApJ*, **504**, 1
- BALBI, A., ADE, P., BOCK, J., et al. 2000, Constraints on Cosmological Parameters from MAXIMA-1, *ApJ*, **545**, L1
- BARDELLI, S., VENTURI, T., ZUCCA, E., et al. 2002, Abell 3560, a galaxy cluster at the edge of a major merging event, *A&A*, sous presse, astro-ph/0209399
- BARKANA, R. 1998, Fast Calculation of a Family of Elliptical Mass Gravitational Lens Models, *ApJ*, **502**, 531
- BARROW, J. D. & MORGAN, J. 1983, Limits on the neutrino number and baryon density of a realistic universe, *MNRAS*, **203**, 393
- BARTELMANN, M. 1996, Arcs from a universal dark-matter halo profile., *A&A*, **313**, 697
- BARTELMANN, M., HUSS, A., COLBERG, J. M., JENKINS, A., & PEARCE, F. R. 1998, Arc statistics with realistic cluster potentials. IV. Clusters in different cosmologies, *A&A*, **330**, 1
- BARTELMANN, M., NARAYAN, R., SEITZ, S., & SCHNEIDER, P. 1996, Maximum-likelihood Cluster Reconstruction, *ApJ*, **464**, L115
- BASSETT, B. A., KUNZ, M., SILK, J., & UNGARELLI, C. 2002, A late-time transition in the cosmic dark energy?, *MNRAS*, **336**, 1217
- BEAN, R. & MELCHIORRI, A. 2002, Current constraints on the dark energy equation of state, *Phys. Rev. D*, **65**, 41302
- BENOÎT, A., ADE, P., AMBLARD, A., et al. 2002, Cosmological constraints from Archeops, *A&A*, soumis, astro-ph/0210306

- BENTO, M. C., BERTOLAMI, O., & SEN, A. A. 2002, Generalized Chaplygin gas, accelerated expansion, and dark-energy-matter unification, *Phys. Rev. D*, **66**, 43507
- BERNARDEAU, F., VAN WAERBEKE, L., & MELLIER, Y. 1997, Weak lensing statistics as a probe of Ω and power spectrum., *A&A*, **322**, 1
- BERNSTEIN, R. A., FREEDMAN, W. L., & MADORE, B. F. 2002, The First Detections of the Extragalactic Background Light at 3000, 5500, and 8000 Å(III): Cosmological Implications, *ApJ*, **571**, 56
- BERTIN, E. & ARNOUTS, S. 1996, SExtractor: Software for source extraction., *A&A Suppl.*, **117**, 393
- BILIC, N., TUPPER, G. B., & VIOLLIER, D. 2002, Unification of dark matter and dark energy: the inhomogeneous Chaplygin gas, *Phys. Lett. B*, **535**, 17
- BINÉTRUY, P. 1999, Models of dynamical supersymmetry breaking and quintessence, *Phys. Rev. D*, **60**, 63502
- BINNEY, J. & TREMAINE, S. 1987, *Galactic dynamics* (Princeton: Princeton University Press)
- BIRKINSHAW, M. 1999, The Sunyaev-Zel'dovich effect, *Phys. Rep.*, **310**, 97
- BLANCHARD, A. 1999, *Histoire et Géographie de l'Univers* (Paris: Belin/CNRS Éditions)
- BLANCHARD, A., SADAT, R., BARTLETT, J. G., & LE DOUR, M. 2000, A new local temperature distribution function for X-ray clusters: cosmological applications, *A&A*, **362**, 809
- BLANDFORD, R. D. & KOCHANÉK, C. S. 1987, Gravitational imaging by isolated elliptical potential wells. I - Cross sections., *ApJ*, **321**, 658
- BLANDFORD, R. D. & NARAYAN, R. 1986, Fermat's principle, caustics, and the classification of gravitational lens images, *ApJ*, **310**, 568
- . 1992, Cosmological applications of gravitational lensing, *Ann. Rev. A&A*, **30**, 311
- BLANDFORD, R. D., SAUST, A. B., BRAINERD, T. G., & VILLUMSEN, J. V. 1991, The distortion of distant galaxy images by large-scale structure, *MNRAS*, **251**, 600
- BOLZONELLA, M., MIRALLES, J.-M., & PELLÓ, R. 2000, Photometric redshifts based on standard SED fitting procedures, *A&A*, **363**, 476
- BONNET, H., MELLIER, Y., & FORT, B. 1994, First detection of a gravitational weak shear at the periphery of CL 0024+1654, *ApJ*, **427**, L83
- BORGANI, S., ROSATI, P., TOZZI, P., et al. 2001, Measuring Ω_m with the ROSAT Deep Cluster Survey, *ApJ*, **561**, 13
- BOURASSA, R. R. & KANTOWSKI, R. 1975, The theory of transparent gravitational lenses, *ApJ*, **195**, 13
- BOURASSA, R. R., KANTOWSKI, R., & NORTON, T. D. 1973, The Spheroidal Gravitational Lens, *ApJ*, **185**, 747
- BRAINERD, T. G., BLANDFORD, R. D., & SMAIL, I. 1996, Weak Gravitational Lensing by Galaxies, *ApJ*, **466**, 623

- BRANCH, D. 1998, Type IA Supernovae and the Hubble Constant, *Ann. Rev. A&A*, **36**, 17
- BREIMER, T. G. & SANDERS, R. H. 1992, Constraints on cosmological parameters from clusters containing luminous arcs, *MNRAS*, **257**, 97
- BRIDLE, S. L., EKE, V. R., LAHAV, O., et al. 1999, Cosmological parameters from cluster abundances, cosmic microwave background and IRAS, *MNRAS*, **310**, 565
- BRIDLE, S. L., HOBSON, M. P., LASENBY, A. N., & SAUNDERS, R. 1998, A maximum-entropy method for reconstructing the projected mass distribution of gravitational lenses, *MNRAS*, **299**, 895
- BRIDLE, S. L., ZEHAVI, I., DEKEL, A., et al. 2001, Cosmological parameters from velocities, cosmic microwave background and supernovae, *MNRAS*, **321**, 333
- BROADHURST, T., HUANG, X., FRYE, B., & ELLIS, R. 2000, A Spectroscopic Redshift for the Cl 0024+16 Multiple Arc System: Implications for the Central Mass Distribution, *ApJ*, **534**, L15
- BROADHURST, T. J., TAYLOR, A. N., & PEACOCK, J. A. 1995, Mapping cluster mass distributions via gravitational lensing of background galaxies, *ApJ*, **438**, 49
- BRONSTEIN, M. 1933, *Phys. Zeit. der Sowjetunion*, **3**, 73
- BURKE, W. L. 1981, Multiple Gravitational Imaging by Distributed Masses, *ApJ*, **244**, L1
- BURLES, S., NOLLETT, K. M., & TURNER, M. S. 2001, Big Bang Nucleosynthesis Predictions for Precision Cosmology, *ApJ*, **552**, L1
- BUTCHER, H. & OEMLER, A. 1984, The evolution of galaxies in clusters. V - A study of populations since Z approximately equal to 0.5, *ApJ*, **285**, 426
- CALDWELL, R. R. 2002, A Phantom Menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state, *Phys. Lett. B*, **545**, 23
- CALDWELL, R. R., DAVE, R., & STEINHARDT, P. J. 1998, Cosmological Imprint of an Energy Component with General Equation of State, *Phys. Rev. Lett.*, **80**, 1582
- CAMPUSANO, L. E., PELLÓ, R., KNEIB, J.-P., et al. 2001, VLT spectroscopy of galaxies lensed by the AC 114 cluster: Implications for the mass model and the study of low-luminosity galaxies at high-redshift, *A&A*, **378**, 394
- CARLBERG, R. G., YEE, H. K. C., & ELLINGSON, E. 1994, Lensing from the light-traces-mass map of MS 1224+20, *ApJ*, **437**, 63
- CARLBERG, R. G., YEE, H. K. C., ELLINGSON, E., et al. 1996, Galaxy Cluster Virial Masses and Omega, *ApJ*, **462**, 32
- CARROLL, S. M. 2001, The Cosmological Constant, *Living Rev. Rel.*, **4**, 1
- CARTER, B. 1974, Large number coincidences and the anthropic principle in cosmology, **63**, 291, *IAU Symp. 63: Confrontation of Cosmological Theories with Observational Data*, Dordrecht: D. Reidel Publishing Co.
- CARTURAN, D. & FINELLI, F. 2002, Cosmological Effects of a Class of Fluid Dark Energy Models, preprint, astro-ph/0211626

- CASIMIR, H. B. G. 1948, *Proc. K. Ned. Akad. Wet.*, **51**, 635
- CAYREL, R., HILL, V., BEERS, T. C., et al. 2001, Measurement of stellar age from uranium decay, *Nat.*, **409**, 691
- CHABOYER, B., DEMARQUE, P., KERNAN, P. J., & KRAUSS, L. M. 1998, The Age of Globular Clusters in Light of Hipparcos: Resolving the Age Problem?, *ApJ*, **494**, 96
- CHANDRASEKHAR, S. 1931, The Maximum Mass of Ideal White Dwarfs, *ApJ*, **74**, 81
- CHAPLYGIN, S. 1904, *Sci. Mem. Moscow Univ. Math. Phys.*, **21**, 1
- CHIBA, M. & YOSHII, Y. 1999, New Limits on a Cosmological Constant from Statistics of Gravitational Lensing, *ApJ*, **510**, 42
- CHIBA, T. & TAKAHASHI, R. 2002, Lens Model Degeneracy and Cosmological Tests by Strong Gravitational Lensing, *Prog. Theor. Phys.*, **107**, 625
- CLOWE, D., LUPPINO, G. A., KAISER, N., & GIOIA, I. M. 2000, Weak Lensing by High-Redshift Clusters of Galaxies. I. Cluster Mass Reconstruction, *ApJ*, **539**, 540
- COHEN, J. G., HOGG, D. W., BLANDFORD, R., et al. 2000, Caltech Faint Galaxy Redshift Survey. X. A Redshift Survey in the Region of the Hubble Deep Field North, *ApJ*, **538**, 29
- COLE, S. & LACEY, C. 1996, The structure of dark matter haloes in hierarchical clustering models, *MNRAS*, **281**, 716
- COLGATE, S. A. 1979, Supernovae as a standard candle for cosmology, *ApJ*, **232**, 404
- COLLESS, M., DALTON, G., MADDOX, S., et al. 2001, The 2dF Galaxy Redshift Survey: Spectra and redshifts, *MNRAS*, **328**, 1039C
- COMASTRI, A., FIORE, F., VIGNALI, C., et al. 2001, The BeppoSAX High Energy Large Area Survey (HELLAS) - III. Testing synthesis models for the X-ray background, *MNRAS*, **327**, 781
- COMBES, F., BOISSÉ, P., MAZURE, A., & BLANCHARD, A. 1991, *Galaxies et Cosmologie* (Paris: InterÉditions/CNRS Éditions)
- COORAY, A. R. 1999a, An Upper Limit on Ω_m Using Lensed Arcs, *ApJ*, **524**, 504
- . 1999b, Cosmological parameters from statistics of strongly lensed radio sources, *A&A*, **342**, 353
- COORAY, A. R., QUASHNOCK, J. M., & MILLER, M. C. 1999, A Lower Limit on $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ Using Gravitational Lensing in the Hubble Deep Field, *ApJ*, **511**, 562
- COUCH, W. J. & NEWELL, E. B. 1984, Distant clusters of galaxies. I - Uniform photometry of 14 rich clusters, *ApJ Suppl.*, **56**, 143
- COUCH, W. J. & SHARPLES, R. M. 1987, A spectroscopic study of three rich galaxy clusters at $Z = 0.31$, *MNRAS*, **229**, 423
- CRITTENDEN, R. G., NATARAJAN, P., PEN, U., & THEUNS, T. 2001, Spin-induced Galaxy Alignments and Their Implications for Weak-Lensing Measurements, *ApJ*, **559**, 552

- CZOSKE, O., KNEIB, J.-P., SOUCAIL, G., et al. 2001, A wide-field spectroscopic survey of the cluster of galaxies Cl0024+1654. I. The catalogue, *A&A*, **372**, 391
- CZOSKE, O., MOORE, B., KNEIB, J.-P., & SOUCAIL, G. 2002, A wide-field spectroscopic survey of the cluster of galaxies Cl0024+1654. II. A high-speed collision?, *A&A*, **386**, 31
- DAHLE, H., HANNESTAD, S., & SOMMER-LARSEN, J. 2002, The Density Profile of Cluster-scale Dark Matter Halos, *ApJ*, soumis, astro-ph/0206455
- DAVÉ, R., CEN, R., OSTRICKER, J. P., et al. 2001, Baryons in the Warm-Hot Intergalactic Medium, *ApJ*, **552**, 473
- DE BLOK, W. J. G., MCGAUGH, S. S., BOSMA, A., & RUBIN, V. C. 2001, Mass Density Profiles of Low Surface Brightness Galaxies, *ApJ*, **552**, L23
- DE SITTER, W. 1917, Einstein's theory of gravitation and its astronomical consequences. Third paper, *MNRAS*, **78**, 3
- DE VAUCOULEURS, G. 1948, Recherches sur les Nébuleuses Extragalactiques, *Annales d'Astrophysique*, **11**, 247
- DECAMP, D. et al. 1989, Determination of the number of light neutrino species, ALEPH Collaboration, Report n° CERN EP/89-132
- DEFFAYET, C. 2001, Cosmology on a brane in Minkowski bulk, *Phys. Lett. B*, **502**, 199
- DEFFAYET, C., DVALI, G., & GABADADZE, G. 2002a, Accelerated universe from gravity leaking to extra dimensions, *Phys. Rev. D*, **65**, 44023
- DEFFAYET, C., LANDAU, S. J., RAUX, J., ZALDARRIAGA, M., & ASTIER, P. 2002b, Supernovae, CMB, and gravitational leakage into extra dimensions, *Phys. rev. D*, **66**, 24019
- DERUE, F., AFONSO, C., ALARD, C., et al. 2001, Observation of microlensing toward the galactic spiral arms. EROS II 3 year survey, *A&A*, **373**, 126
- DICKE, R. H. 1961, The Eötvös Experiment, *Sc. Am.*, **205**, 84
- DICKE, R. H., PEEBLES, P. J. E., ROLL, P. G., & WILKINSON, D. T. 1965, Cosmic Black-Body Radiation, *ApJ*, **142**, 414
- DOUSPIS, M., BLANCHARD, A., SADAT, R., BARTLETT, J. G., & LE DOUR, M. 2001, Cosmology from cosmic microwave background and galaxy clusters, *A&A*, **379**, 1
- DRELL, P. S., LOREDO, T. J., & WASSERMAN, I. 2000, Type IA Supernovae, Evolution, and the Cosmological Constant, *ApJ*, **530**, 593
- DRESSLER, A. & GUNN, J. E. 1992, Spectroscopy of galaxies in distant clusters. IV - A catalog of photometry and spectroscopy for galaxies in seven clusters with Z in the range of 0.35 to 0.55, *ApJ Suppl.*, **78**, 1
- DRESSLER, A., LYNDEN-BELL, D., BURSTEIN, D., et al. 1987, Spectroscopy and photometry of elliptical galaxies. I - A new distance estimator, *ApJ*, **313**, 42
- DRESSLER, A., SMAIL, I., POGGIANTI, B. M., et al. 1999, A Spectroscopic Catalog of 10 Distant Rich Clusters of Galaxies, *ApJ Suppl.*, **122**, 51

- DURRER, R. 1999, Topological defects in cosmology, *New Ast. Rev.*, **43**, 111
- DURRER, R. & NOVOSYADLYJ, B. 2001, Cosmological parameters from complementary observations of the Universe, *MNRAS*, **324**, 560
- DVALI, G., GABADADZE, G., & PORRATI, M. 2000, 4D gravity on a brane in 5D Minkowski space, *Phys. Lett. B*, **485**, 208
- EBBELS, T. M. D., ELLIS, R., KNEIB, J., et al. 1998, Spectroscopic confirmation of redshifts predicted by gravitational lensing, *MNRAS*, **295**, 75
- EBBELS, T. M. D., LE BORGNE, J.-F., PELLÓ, R., et al. 1996, Identification of a gravitationally lensed $z = 2.515$ star-forming galaxy, *MNRAS*, **281**, L75
- EDDINGTON, A. S. 1919, The total eclipse of 1919 May 29 and the influence of gravitation on light, *The Observatory*, **42**, 119
- . 1930, On the instability of Einstein's spherical world, *MNRAS*, **90**, 668
- EFSTATHIOU, G. 1999, Constraining the equation of state of the Universe from distant Type Ia supernovae and cosmic microwave background anisotropies, *MNRAS*, **310**, 842
- EFSTATHIOU, G. & BOND, J. R. 1999, Cosmic confusion: degeneracies among cosmological parameters derived from measurements of microwave background anisotropies, *MNRAS*, **304**, 75
- EFSTATHIOU, G., BRIDLE, S. L., LASENBY, A. N., HOBSON, M. P., & ELLIS, R. S. 1999, Constraints on Ω_Λ and Ω_m from distant Type IA supernovae and cosmic microwave background anisotropies, *MNRAS*, **303**, L47
- EFSTATHIOU, G., ELLIS, R. S., & PETERSON, B. A. 1988, Analysis of a complete galaxy redshift survey. II - The field-galaxy luminosity function, *MNRAS*, **232**, 431
- EFSTATHIOU, G., MOODY, S., PEACOCK, J. A., et al. 2002, Evidence for a non-zero Λ and a low matter density from a combined analysis of the 2dF Galaxy Redshift Survey and cosmic microwave background anisotropies, *MNRAS*, **330**, L29
- EINSTEIN, A. 1905, Zur Elektrodynamik bewegter Körper, *Annalen der Physik*, **17**, 891
- . 1911, Über den Einfluß der Schwerkraft auf die Ausbreitung des Lichtes, *Annalen der Physik*, **35**, 898
- . 1915a, Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie, *Sitzungsberichte der könig. preuss. Akad. der Wissenschaften*, **XLVII**, 831
- . 1915b, Zur allgemeinen Relativitätstheorie, *Sitzungsberichte der könig. preuss. Akad. der Wissenschaften*, **XLIV**, 778
- . 1916, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie, *Annalen der Physik*, **49**, 769
- . 1917, Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie, *Sitzungsberichte der könig. preuss. Akad. der Wissenschaften*, 142

- . 1936, Lens-Like Action of a Star by the Deviation of Light in the Gravitational Field, *Science*, **84**, 506
- EINSTEIN, A. & DE SITTER, W. 1932, On the Relation between the Expansion and the Mean Density of the Universe, *Proc. NAS*, **18**, 213
- ELLIS, R., SANTOS, M. R., KNEIB, J.-P., & KUIJKEN, K. 2001, A Faint Star-forming System Viewed through the Lensing Cluster Abell 2218: First Light at $z \simeq 5.6$?, *ApJ*, **560**, L119
- EÖTVÖS, R. 1889, Über die Anziehung der Erde auf Verschiedene Substanzen, *Math. Naturwiss. Ber. aus. Ungarn*, **8**, 65
- EÖTVÖS, R., PEKÀR, D., & FEKETE, E. 1922, Beiträge zum Gesetze der Proportionalität von Trägheit und Gravität, *Annalen der Physik*, **68**, 11
- ERBEN, T., VAN WAERBEKE, L., MELLIER, Y., et al. 2000, Mass-detection of a matter concentration projected near the cluster Abell 1942: Dark clump or high-redshift cluster?, *A&A*, **355**, 23
- ERDÉLYI, A., MAGNUS, W., OBERHETTINGER, F., & TRICOMI, F. G. 1955, *Higher Transcendental Functions*, Vol. 3 (New York: McGraw-Hill)
- ETHERINGTON, I. M. H. 1933, On the definition of distance in general relativity, *Phil. Mag.*, **15**, 761
- ETTORI, S. & FABIAN, A. C. 1999, ROSAT PSPC observations of 36 high-luminosity clusters of galaxies: constraints on the gas fraction, *MNRAS*, **305**, 834
- FABER, S. M. & JACKSON, R. E. 1976, Velocity dispersions and mass-to-light ratios for elliptical galaxies, *ApJ*, **204**, 668
- FABER, S. M., TREMAINE, S., AJHAR, E. A., et al. 1997, The Centers of Early-Type Galaxies with HST. IV. Central Parameter Relations., *AJ*, **114**, 1771
- FAHLMAN, G., KAISER, N., SQUIRES, G., & WOODS, D. 1994, Dark matter in MS 1224 from distortion of background galaxies, *ApJ*, **437**, 56
- FALCO, E. E., KOCHANÉK, C. S., & MUNOZ, J. A. 1998, Limits on Cosmological Models from Radio-selected Gravitational Lenses, *ApJ*, **494**, 47
- FASSNACHT, C. D., XANTHOPOULOS, E., KOOPMANS, L. V. E., & RUSIN, D. 2002, A Determination of H_0 with the CLASS Gravitational Lens B1608+656: III. A Significant Improvement in the Precision of the Time Delay Measurements, *ApJ*, **581**, 823
- FEAST, M. W. & CATCHPOLE, R. M. 1997, The Cepheid period-luminosity zero-point from HIPPARCOS trigonometrical parallaxes, *MNRAS*, **286**, L1
- FELTEN, J. E. & ISAACMAN, R. 1986, Scale factors $R(t)$ and critical values of the cosmological constant Λ ; in Friedmann universes, *Rev. Mod. Phys.*, **58**, 689
- FERNÁNDEZ-SOTO, A., LANZETTA, K. M., & YAHIL, A. 1999, A New Catalog of Photometric Redshifts in the Hubble Deep Field, *ApJ*, **513**, 34
- FERRERAS, I., MELCHIORRI, A., & SILK, J. 2001, Setting new constraints on the age of the Universe, *MNRAS*, **327**, L47

- FISCHER, P. 1999, A New Weak-Lensing Analysis of MS 1224.7+2007, *AJ*, **117**, 2024
- FIXSEN, D. J., CHENG, E. S., GALES, J. M., et al. 1996, The Cosmic Microwave Background Spectrum from the Full COBE FIRAS Data Set, *ApJ*, **473**, 576
- FORT, B., LE FÈVRE, O., HAMMER, F., & CAILLOUX, M. 1992, An arc system with a radial gravitational image in the cluster MS 2137-23, *ApJ*, **399**, L125
- FORT, B. & MELLIER, Y. 1994, Arc(let)s in clusters of galaxies, *A&A Rev.*, **5**, 239
- FORT, B., MELLIER, Y., & DANTEL-FORT, M. 1997, Distribution of galaxies at large redshift and cosmological parameters from the magnification bias in CL 0024+1654., *A&A*, **321**, 353
- FORT, B., PRIEUR, J. L., MATHEZ, G., MELLIER, Y., & SOUCAIL, G. 1988, Faint distorted structures in the core of A 370 - Are they gravitationally lensed galaxies at Z about 1?, *A&A*, **200**, L17
- FRAMPTON, P. H. 1999, Is the Cosmological Constant Non-Zero?, 85, *Confluence of Cosmology, Massive Neutrinos, Elementary Particles, and Gravitation* (eds B. N. Kursunoglu, S. L. Mintz et A. Perlmutter), New-York: Kluwer Academic/Plenum Publishers, astro-ph/9901013
- FREEDMAN, W. L. 2000, The Hubble Constant and the Expansion Age of the Universe, *Phys. Rept.*, **333**, 13
- FREEDMAN, W. L., MADORE, B. F., GIBSON, B. K., et al. 2001, Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant, *ApJ*, **553**, 47
- FREEMAN, K. C. 1970, On the Disks of Spiral and so Galaxies, *ApJ*, **160**, 811
- FRENK, C. S., WHITE, S. D. M., BODE, P., et al. 1999, The Santa Barbara Cluster Comparison Project: A Comparison of Cosmological Hydrodynamics Solutions, *ApJ*, **525**, 554
- FRIEDLAND, A., MURAYAMA, H., & PERELSTEIN, M. 2002, Domain Walls as Dark Energy, preprint, astro-ph/0205520
- FRIEDMANN, A. 1922, Über die Krümmung des Raums, *Zeit. für Phys.*, **10**, 377
- FRYE, B. L. 1999, *A Faint galaxy Redshift Survey behind massive Clusters*, Thèse de l'University of California (Berkeley)
- FUKUDA, Y., HAYAKAWA, T., ICHIHARA, E., et al. 1998, Evidence for Oscillation of Atmospheric Neutrinos, *Phys. Rev. Lett.*, **81**, 1562
- FUKUGITA, M., FUTAMASE, T., KASAI, M., & TURNER, E. L. 1992, Statistical properties of gravitational lenses with a nonzero cosmological constant, *ApJ*, **393**, 3
- FUKUSHIGE, T. & MAKINO, J. 1997, On the Origin of Cusps in Dark Matter Halos, *ApJ*, **477**, L9
- FURLANETTO, S. R. & LOEB, A. 2002, Constraining the Collisional Nature of the Dark Matter through Observations of Gravitational Wakes, *ApJ*, **565**, 854
- FUTAMASE, T. & HAMAYA, T. 1999, Constraint on the Cosmological Constant by Einstein Ring System 0047-2808, *Prog. Theor. Phys.*, **102**, 1037

- GAMOW, G. 1946, Expanding Universe and the Origin of Elements , *Phys. Rev.*, **70**, 572
- GARNAVICH, P. M., JHA, S., CHALLIS, P., et al. 1998, Supernova Limits on the Cosmic Equation of State, *ApJ*, **509**, 74
- GARRIGA, J. & VILENKIN, A. 2001, Solutions to the cosmological constant problems, *Phys. Rev. D*, **64**, 23517
- GAUTRET, L., FORT, B., & MELLIER, Y. 2000, Constraining (Ω, Λ) from weak lensing in clusters: the triplet statistics, *A&A*, **353**, 10
- GEIGER, B. & SCHNEIDER, P. 1999, A simultaneous maximum likelihood approach for galaxy–galaxy lensing and cluster lens reconstruction, *MNRAS*, **302**, 118
- GEORGI, H. & GLASHOW, S. L. 1974, Unity of All Elementary-Particle Forces, *Phys. Rev. Lett.*, **32**, 438
- GERKE, B. F. & EFSTATHIOU, G. 2002, Probing quintessence: reconstruction and parameter estimation from supernovae, *MNRAS*, **335**, 33
- GHIGNA, S., MOORE, B., GOVERNATO, F., et al. 2000, Density Profiles and Substructure of Dark Matter Halos: Converging Results at Ultra-High Numerical Resolution, *ApJ*, **544**, 616
- GIRARDI, M., FADDA, D., ESCALERA, E., et al. 1997, New Optical Insights into the Mass Discrepancy of Galaxy Clusters: The Cases of A1689 and A2218, *ApJ*, **490**, 56
- GOLIATH, M., AMANULLAH, R., ASTIER, P., GOOBAR, A., & PAIN, R. 2001, Supernovae and the nature of the dark energy, *A&A*, **380**, 6
- GOLSE, G. & CASTANDER, F. J. 2000, First Visiting Astronomers at VLT KUEYEN, A Deep Look into the Universal Hall of Mirrors, *ESO Press Release 10/00*, <http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2000/pr-10-00.html>
- GOLSE, G., CASTANDER, F. J., SOUCAIL, G., & KNEIB, J.-P. 2002a, VLT Spectroscopy of Arcs in A 1689, en préparation
- GOLSE, G. & KNEIB, J.-P. 2002, Pseudo elliptical lensing mass model: Application to the NFW mass distribution, *A&A*, **390**, 821
- GOLSE, G., KNEIB, J.-P., & SOUCAIL, G. 2002b, Constraining the cosmological parameters using strong lensing, *A&A*, **387**, 788
- GOOBAR, A., MÖRTSELL, E., AMANULLAH, R., & NUGENT, P. 2002, Cosmological Parameters from lensed supernovae, *A&A*, **393**, 25
- GRAY, M. E., ELLIS, R. S., REFREGIER, A., et al. 2000, Infrared observations of gravitational lensing in Abell 2219 with CIRS, *MNRAS*, **318**, 573
- GREGO, L., CARLSTROM, J. E., REESE, E. D., et al. 2001, Galaxy Cluster Gas Mass Fractions from Sunyaev-Zeldovich Effect Measurements: Constraints on Ω_M , *ApJ*, **552**, 2
- GROSSMAN, S. A. & NARAYAN, R. 1989, Gravitationally lensed images in Abell 370, *ApJ*, **344**, 637

- GUNN, J. E. & TINSLEY, B. M. 1975, An accelerating Universe, *Nat.*, **257**, 454
- GUTH, A. H. 1981, Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, *Phys. Rev. D*, **23**, 347
- GUTH, A. H. & TYE, S.-H. H. 1980, Phase transitions and magnetic monopole production in the very early universe, *Phys. Rev. Lett.*, **44**, 631
- GUZZO, L., BARTLETT, J. G., CAPPI, A., et al. 2000, The ESO Slice Project (ESP) galaxy redshift survey. VII. The redshift and real-space correlation functions, *A&A*, **355**, 1
- HAARSMA, D., LEHÁR, J., & BARKANA, R. 2001, New VLBI Constraints for 0957+561 Lens Models, *ASP Conf. Ser.*, **237**, 89, *Gravitational Lensing: Recent Progress and Future Goals*, astro-ph/0008326
- HAKIM, R. 1994, *Gravitation Relativiste* (Paris: Inter Editions/CNRS Editions)
- HALVERSON, N. W., LEITCH, E. M., PRYKE, C., et al. 2002, Degree Angular Scale Interferometer First Results: A Measurement of the Cosmic Microwave Background Angular Power Spectrum, *ApJ*, **568**, 38
- HAMMER, F. 1991, Thin and giant luminous arcs - A strong test of the lensing cluster mass distribution, *ApJ*, **383**, 66
- HAMUY, M., PHILLIPS, M. M., SUNTZEFF, N. B., et al. 1996, The Absolute Luminosities of the Calan/Tololo Type IA Supernovae, *AJ*, **112**, 2391
- HANANY, S., ADE, P., BALBI, A., et al. 2000, MAXIMA-1: A Measurement of the Cosmic Microwave Background Anisotropy on Angular Scales of $10'-5^\circ$, *ApJ*, **545**, L5
- HARRISON, E. R. 1970, Fluctuations at the Threshold of Classical Cosmology, *Phys. Rev. D*, **1**, 2726
- HEAVENS, A. F. et al. 2002, in preparation
- HEISLER, J., TREMAINE, S., & BAHCALL, J. N. 1985, Estimating the masses of galaxy groups - Alternatives to the virial theorem, *ApJ*, **298**, 8
- HELBIG, P. 1999, Gravitational lensing statistics with extragalactic surveys. III. Joint constraints on λ_0 and Ω_0 from lensing statistics and the m - z relation for type IA supernovae, *A&A*, **350**, 1
- . 2000, Constraints in the $\lambda_0 - \Omega_0$ plane from gravitational lensing, *IAU Symposium 201: New Cosmological Data and the Values of the Fundamental Parameters* (eds A. Lasenby et A. Wilkinson), astro-ph/0011031
- HELBIG, P., MARLOW, D., QUAST, R., et al. 1999, Gravitational lensing statistics with extragalactic surveys . II. Analysis of the Jodrell Bank-VLA Astrometric Survey, *A&A Suppl.*, **136**, 297
- HERNQUIST, L. 1990, An analytical model for spherical galaxies and bulges, *ApJ*, **356**, 359
- HJORTH, J. & KNEIB, J.-P. 2002, Elliptical galaxies as gravitational lenses, *ApJ*, soumis

- HJORTH, J. & MADSEN, J. 1991, Violent relaxation and the $R^{1/4}$ law, *MNRAS*, **253**, 703
- HOBSON, M. P., BRIDLE, S. L., & LAHAV, O. 2002, Combining cosmological datasets: hyperparameters and Bayesian evidence, *MNRAS*, **335**, 377
- HOEKSTRA, H., FRANX, M., & KUIJKEN, K. 2000, Hubble Space Telescope Weak-Lensing Study of the $z=0.83$ Cluster MS 1054-03, *ApJ*, **532**, 88
- HOEKSTRA, H., FRANX, M., KUIJKEN, K., & SQUIRES, G. 1998, Weak Lensing Analysis of CL 1358+62 Using Hubble Space Telescope Observations, *ApJ*, **504**, 636
- HOEKSTRA, H., YEE, H. K. C., GLADDERS, M. D., et al. 2002, Measurement of Weak Lensing by Large Scale Structure in RCS Fields, *ApJ*, **572**, 55
- HU, W., FUKUGITA, M., ZALDARRIAGA, M., & TEGMARK, M. 2001, Cosmic Microwave Background Observables and Their Cosmological Implications, *ApJ*, **549**, 669
- HU, W. & SUGIYAMA, N. 1996, Small-Scale Cosmological Perturbations: an Analytic Approach, *ApJ*, **471**, 542
- HU, W. & TEGMARK, M. 1999, Weak Lensing: Prospects for Measuring Cosmological Parameters, *ApJ*, **514**, L65
- HUBBLE, E. 1929, A Relation between Distance and Radial Velocity among Extragalactic Nebulae, *Proc. NAS*, **15**, 168
- HUCHRA, J., GORENSTEIN, M., KENT, S., et al. 1985, 2237 + 0305 - A new and unusual gravitational lens, *AJ*, **90**, 691
- HUEY, G. & STEINHARDT, P. J. 2000, A cosmological mechanism for stabilizing moduli, *Phys. Lett. B*, **476**, 379
- HUSS, A., JAIN, B., & STEINMETZ, M. 1999, The formation and evolution of clusters of galaxies in different cosmogonies, *MNRAS*, **308**, 1011
- IZOTOV, Y. I., THUAN, T. X., & LIPOVETSKY, V. A. 1997, The Primordial Helium Abundance: Systematic Effects and a New Determination, *ApJS*, **108**, 1
- JAFFE, A. H., ADE, P. A., BALBI, A., et al. 2001, Cosmology from MAXIMA-1, BOOMERANG, and COBE DMR Cosmic Microwave Background Observations, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 3475
- JAFFE, W. 1983, A simple model for the distribution of light in spherical galaxies, *MNRAS*, **202**, 995
- JAIN, D., DEV, A., & ALCANIZ, J. S. 2002, Brane world cosmologies and statistical properties of gravitational lenses, *Phys. Rev. D*, **66**, 83511
- JEDRZEJEWSKI, R. I. 1987, CCD surface photometry of elliptical galaxies. I - Observations, reduction and results, *MNRAS*, **226**, 747
- JING, Y. P. & SUTO, Y. 2000, The Density Profiles of the Dark Matter Halo Are Not Universal, *ApJ*, **529**, L69
- JOFFRE, M., FISCHER, P., FRIEMAN, J., et al. 2000, Weak Gravitational Lensing by the Nearby Cluster Abell 3667, *ApJ*, **534**, L131

- JORGENSEN, I., FRANX, M., & KJAERGAARD, P. 1996, The Fundamental Plane for cluster E and S0 galaxies, *MNRAS*, **280**, 167
- KAISER, N. 1984, On the spatial correlations of Abell clusters, *ApJ*, **284**, L9
- . 1992, Weak gravitational lensing of distant galaxies, *ApJ*, **388**, 272
- . 1998, Weak Lensing and Cosmology, *ApJ*, **498**, 26
- KAISER, N. & SQUIRES, G. 1993, Mapping the dark matter with weak gravitational lensing, *ApJ*, **404**, 441
- KAISER, N., SQUIRES, G., FAHLMAN, G., & WOODS, D. 1994, , 269, *XIV^e Rencontres de Moriond: Clusters of Galaxies, Méribel (France)* (eds *Frontières Gif-sur-Yvette*)
- KAISER, N., WILSON, G., LUPPINO, G., et al. 1998, A Photometric and Weak Lensing Analysis of the $z = 0.42$ Supercluster MS0302+17, *ApJ*, soumis, astro-ph/9809268
- KAISER, N., WILSON, G., & LUPPINO, G. A. 2000, Large-scale Cosmic Shear Measurements, astro-ph/0003338
- KAMENSHCHIK, A., MOSCHELLA, U., & PASQUIER, V. 2001, An alternative to quintessence, *Phys. Lett. B*, **511**, 265
- KANTOWSKI, R. 1998, The Effects of Inhomogeneities on Evaluating the Mass Parameter Ω_m and the Cosmological Constant Λ , *ApJ*, **507**, 483
- KASHIKAWA, N., INATA, M., IYE, M., et al. 2000, FOCAS: faint object camera and spectrograph for the Subaru Telescope, *Optical and IR Telescope Instrumentation and Detectors*, eds I. Masanori & A. F. Moorwood, *Proc. SPIE*, **4008**, 104
- KASSIOLA, A. & KOVNER, I. 1993, Elliptic Mass Distributions versus Elliptic Potentials in Gravitational Lenses, *ApJ*, **417**, 450
- KAUFMANN, R. & STRAUMANN, N. 2000, Giant Arc Statistics and Cosmological Parameters, *Annals Phys.*, **11**, 507
- KEETON, C. R. 2001, A Catalog of Mass Models for Gravitational Lensing, preprint, astro-ph/0102341
- . 2002a, Computational Methods for Gravitational Lensing, *ApJ*, soumis, astro-ph/0102340
- . 2002b, Rethinking Lensing and Λ , *ApJ*, **575**, L1
- KING, I. 1962, The structure of star clusters. I. an empirical density law, *AJ*, **67**, 471
- KNEIB, J.-P. 1993, *Arcs Multiples et Arclets comme Diagnostic de la Distribution de Matière dans les Amas de Galaxies*, Thèse de l'Université Paul-Sabatier (Toulouse)
- KNEIB, J.-P., ALLOIN, D., MELLIER, Y., et al. 1998, Modelling the Cloverleaf: contribution of a galaxy cluster at $Z \sim 1.7$, *A&A*, **329**, 827
- KNEIB, J.-P., ELLIS, R. S., SMAIL, I., COUCH, W. J., & SHARPLES, R. M. 1996, Hubble Space Telescope Observations of the Lensing Cluster Abell 2218, *ApJ*, **471**, 643
- KNEIB, J.-P., MATHEZ, G., FORT, B., et al. 1994a, "Redshift survey" up to $b_J = 27$: distance of gravitational arclets behind Abell 370, *A&A*, **286**, 701

- KNEIB, J. P., MELLIER, Y., FORT, B., & MATHEZ, G. 1993, The Distribution of Dark Matter in Distant Cluster Lenses - Modelling A:370, *A&A*, **273**, 367
- KNEIB, J.-P., MELLIER, Y., PELLO, R., et al. 1995, Dynamics of Abell 2218 from optical and near-IR imagery of arc(let)s and the ROSAT/HRI X-ray map., *A&A*, **303**, 27
- KNEIB, J. P., MELNICK, J., & GOPAL-KRISHNA. 1994b, The Cl2236-04 lens cluster. Looking for a third gravitational image?, *A&A*, **290**, L25
- KNOX, L., CHRISTENSEN, N., & SKORDIS, C. 2001, The Age of the Universe and the Cosmological Constant Determined from Cosmic Microwave Background Anisotropy Measurements, *ApJ*, **563**, L95
- KOCHANÉK, C. S. 1990, Inverting Cluster Gravitational Lenses, *MNRAS*, **247**, 135
- . 1995, Evidence for dark matter in MG 1654+134, *ApJ*, **445**, 559
- . 1996, Is There a Cosmological Constant?, *ApJ*, **466**, 638
- KOLB, E. W. 2002, Non-baryonic dark matter, *XXXVII^e Rencontres de Moriond: Le Modèle Cosmologique, Les Arcs (France)*
- KOLB, E. W. & TURNER, M. S. 1990, *The early universe* (Redwood City: Addison-Wesley)
- KOOPMANS, L. V. E. et al. 2001, The Hubble Constant from (CLASS) Gravitational Lenses, *PASA*, **18**, 179
- KOVNER, I. 1987, The thick gravitational lens - A lens composed of many elements at different distances, *ApJ*, **316**, 52
- . 1990, Fermat principle in arbitrary gravitational fields, *ApJ*, **351**, 114
- LÜTTICKE, R., DETTMAR, R.-J., & POHLEN, M. 2000, Box- and peanut-shaped bulges. I. Statistics, *A&A Suppl.*, **145**, 405
- LACEY, C. & COLE, S. 1993, Merger rates in hierarchical models of galaxy formation, *MNRAS*, **262**, 627
- LACHIÈZE-REY, M. 2000, *Initiation à la cosmologie* (Paris: Dunod)
- LAHAV, O., BRIDLE, S., PERCIVAL, W., et al. 2002, The 2dF Galaxy Redshift Survey: the amplitudes of fluctuations in the 2dFGRS and the CMB, and implications for galaxy biasing, *MNRAS*, **333**, 961
- LAHAV, O., BRIDLE, S. L., HOBSON, M. P., LASENBY, A. N., & SODRÉ, L. 2000, Bayesian ‘hyper-parameters’ approach to joint estimation: the Hubble constant from CMB measurements, *MNRAS*, **315**, L45
- LE BORGNE, J. F., PELLÓ, R., & SANAHUJA, B. 1992, Photometric and spectroscopic survey of the cluster of galaxies Abell 2218, *A&A Suppl.*, **95**, 87
- LE FÈVRE, O., CRAMPTON, D., LILLY, S. J., HAMMER, F., & TRESSE, L. 1995, The Canada-France Redshift Survey. II. Spectroscopic Program: Data for the 0000-00 and 1000+25 Fields, *ApJ*, **455**, 60
- LEE, A. T., ADE, P., BALBI, A., et al. 2001, A High Spatial Resolution Analysis of the MAXIMA-1 Cosmic Microwave Background Anisotropy Data, *ApJ*, **561**, L1

- LEMAÎTRE, G. 1927, Un Univers de Masse Constante et de Rayon Croissant rendant compte de la Vitesse Radiale des Nébuleuses Extra-galactiques, *Ann. Soc. Sci. Bruxelles*, **47A**, 49
- LÉNA, P. 1996, *Méthodes Physiques de l'Observation* (Paris: InterÉditions/CNRS Éditions)
- LEWIS, A. & BRIDLE, S. L. 2002, Cosmological parameters from VSA, CBI and other data: a Monte-Carlo approach, *Phys. Rev. D*, sous presse, astro-ph/0205436
- LIMA, J. A. S. & ALCANIZ, J. S. 2000, Angular size in “quintessence” cosmology, *A&A*, **357**, 393
- LINEWEAVER, C. H. 1998, The Cosmic Microwave Background and Observational Convergence in the $\Omega_m - \Omega_\Lambda$ Plane, *ApJ*, **505**, L69
- LINK, R. & PIERCE, M. J. 1998, Cosmological Parameters from Multiple-Arc Gravitational Lensing Systems. I. Smooth Lensing Potentials, *ApJ*, **502**, 63
- ŁOKAS, E. L. & MAMON, G. A. 2001, Properties of spherical galaxies and clusters with an NFW density profile, *MNRAS*, **321**, 155
- LOMBARDI, M. & BERTIN, G. 1999, Weak lensing and cosmology, *A&A*, **342**, 337
- LUMINET, J.-P. 1999, Is Space Finite?, *Sc. Am.*, **280**, 90
- LYNDEN-BELL, D. 1967, Statistical mechanics of violent relaxation in stellar systems, *MNRAS*, **136**, 101
- LYNDS, R. & PETROSIAN, V. 1986, Giant Luminous Arcs in Galaxy Clusters, *Bull. Am. Astr. Soc.*, **18**, 1014
- MACHACEK, M. E., BAUTZ, M. W., CANIZARES, C., & GARMIRE, G. P. 2002, Chandra Observations of Galaxy Cluster A2218, *ApJ*, **567**, 188
- MACIAS-PEREZ, J. F., HELBIG, P., QUAST, R., WILKINSON, A., & DAVIES, R. 2000, Gravitational lensing statistics with extragalactic surveys. IV. Joint constraints on λ_0 and Ω_0 from gravitational lensing statistics and CMB anisotropies, *A&A*, **353**, 419
- MAGLIOCCHETTI, M., MADDOX, S. J., LAHAV, O., & WALL, J. V. 1998, Variance and skewness in the FIRST survey, *MNRAS*, **300**, 257
- MAOLI, R., VAN WAERBEKE, L., MELLIER, Y., et al. 2001, Cosmic shear analysis in 50 uncorrelated VLT fields. Implications for Ω_0 , σ_8 , *A&A*, **368**, 766
- MAOR, I., BRUSTEIN, R., & STEINHARDT, P. J. 2001, Limitations in Using Luminosity Distance to Determine the Equation of State of the Universe, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 6
- MARTEL, H., SHAPIRO, P. R., & WEINBERG, S. 1998, Likely Values of the Cosmological Constant, *ApJ*, **492**, 29
- MATHER, J. C., CHENG, E. S., EPLEE, R. E., et al. 1990, A preliminary measurement of the cosmic microwave background spectrum by the Cosmic Background Explorer (COBE) satellite, *ApJ*, **354**, L37

- MATHER, J. C., FIXSEN, D. J., SHAFER, R. A., MOSIER, C., & WILKINSON, D. T. 1999, Calibrator Design for the COBE Far-Infrared Absolute Spectrophotometer (FIRAS), *ApJ*, **512**, 511
- MATTIG, W. 1958, Über den Zusammenhang zwischen Rotverschiebung und scheinbarer Helligkeit., *Astronomische Nachrichten*, **284**, 109
- MAUSKOPF, P. D., ADE, P. A. R., DE BERNARDIS, P., et al. 2000, Measurement of a Peak in the Cosmic Microwave Background Power Spectrum from the North American Test Flight of Boomerang, *ApJ*, **536**, L59
- MAYEN, C. & SOUCAIL, G. 2000, Depletion curves in cluster lenses: simulations and application to the cluster MS1008-1224, *A&A*, **361**, 415
- MAZURE, A., MATHEZ, G., & MELLIER, Y. 1997, *Chronique de l'espace-temps* (Paris: Masson)
- MELCHIORRI, A., ADE, P. A. R., DE BERNARDIS, P., et al. 2000, A Measurement of Ω from the North American Test Flight of Boomerang, *ApJ*, **536**, L63
- MELLIER, Y., FORT, B., & KNEIB, J.-P. 1993, The dark matter distribution in MS 2137-23 from the modeling of the multiple arc systems, *ApJ*, **407**, 33
- MELLIER, Y., FORT, B., SOUCAIL, G., MATHEZ, G., & CAILLOUX, M. 1991, Spectroscopy of the gravitational arcs in CL 2244 - 02, A370 (arclet A5), and CL 0024 + 1654, *ApJ*, **380**, 334
- MENEGHETTI, M., BARTELMANN, M., & MOSCARDINI, L. 2002, Cluster cross sections for strong lensing: analytic and numerical lens models, *MNRAS*, soumis, astro-ph/0201501
- MESTER, J., TORII, R., WORDEN, P., et al. 2001, The STEP mission: principles and baseline design, *Class. Quantum Gravity*, **18**, 2475
- MICHELSON, A. A. 1882, *Experimental determination of the velocity of light* (Washington 1882)
- MIRALDA-ESCUDE, J. 1991, Gravitational lensing by clusters of galaxies - Constraining the mass distribution, *ApJ*, **370**, 1
- . 1993, Statistics of highly magnified gravitational images in clusters of galaxies. I - Implications for the clusters. II - Implications for the sources, *ApJ*, **403**, 497
- . 1995, Gravitational lensing by a cluster of galaxies and the central cD galaxy: Measuring the mass profile, *ApJ*, **438**, 514
- MIRALDA-ESCUDE, J. & BABUL, A. 1995, Gravitational Lensing in Clusters of Galaxies: New Clues Regarding the Dynamics of Intracluster Gas, *ApJ*, **449**, 18
- MIRALLES, J.-M., ERBEN, T., HÄMMERLE, H., et al. 2002, A conspicuous tangential alignment of galaxies in a STIS Parallel Shear Survey field: A new dark-lens candidate?, *A&A*, **388**, 68
- MOORE, B., QUINN, T., GOVERNATO, F., STADEL, J., & LAKE, G. 1999, Cold collapse and the core catastrophe, *MNRAS*, **310**, 1147
- MOULD, J. R., HUGHES, S. M. G., STETSON, P. B., et al. 2000, The Hubble Space

- Telescope Key Project on the Extragalactic Distance Scale. XXI. The Cepheid Distance to NGC 1425, *ApJ*, **528**, 655
- MUÑOZ, J. A., KOCHANÉK, C. S., & KEETON, C. R. 2001, Cusped Mass Models of Gravitational Lenses, *ApJ*, **558**, 657
- NATARAJAN, P. & KNEIB, J.-P. 1996, Probing the dynamics of cluster-lenses, *MNRAS*, **283**, 1031
- . 1997, Lensing by galaxy haloes in clusters of galaxies, *MNRAS*, **287**, 833
- NATARAJAN, P., KNEIB, J.-P., & SMAIL, I. 2002a, Evidence for tidal stripping of dark matter halos in massive cluster-lenses, *ApJ*, soumis, astro-ph/0207049
- NATARAJAN, P., KNEIB, J.-P., SMAIL, I., & ELLIS, R. S. 1998, The Mass-to-Light Ratio of Early-Type Galaxies: Constraints from Gravitational Lensing in the Rich Cluster AC 114, *ApJ*, **499**, 600
- NATARAJAN, P., LOEB, A., KNEIB, J.-P., & SMAIL, I. 2002b, Constraints on the Collisional Nature of the Dark Matter from Gravitational Lensing in the Cluster A2218, *ApJ*, soumis, astro-ph/0207045
- NAVARRO, J. F., FRENK, C. S., & WHITE, S. D. M. 1995, Simulations of X-ray clusters, *MNRAS*, **275**, 720
- . 1996, The Structure of Cold Dark Matter Halos, *ApJ*, **462**, 563
- . 1997, A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering, *ApJ*, **490**, 493
- NETTERFIELD, C. B., ADE, P. A. R., BOCK, J. J., et al. 2002, A Measurement by BOOMERANG of Multiple Peaks in the Angular Power Spectrum of the Cosmic Microwave Background, *ApJ*, **571**, 604
- NEUMANN, D. M. & BÖHRINGER, H. 1999, A Detailed Analysis of the Dynamical State of the Cluster of Galaxies A2218 in X-Rays, *ApJ*, **512**, 630
- NOONAN, T. W. 1971, *AJ*, **76**, 765
- NOTTALE, L. 1996, Scale relativity and Fractal Space-Time: Applications to Quantum Physics, Cosmology and Chaotic Systems, *Chaos, Solitons & Fractals*, **7**, 877
- NUSSER, A. & LAHAV, O. 2000, The Lyman α forest in a truncated hierarchical structure formation, *MNRAS*, **313**, L39
- OUKBIR, J. & BLANCHARD, A. 1992, X-ray clusters in open universes, *A&A*, **262**, L21
- PACZYŃSKI, B. 1987, Giant Luminous Arcs Discovered in Two Clusters of Galaxies, *Nat.*, **325**, 572
- PACZYŃSKI, B. & GORSKI, K. 1981, Another possible case of a gravitational lens, *ApJ*, **248**, L101
- PADMANABHAN, T. 1993, *Structure formation in the universe* (Cambridge, Cambridge University Press)
- PARK, C., COLLEY, W. N., GOTT, J. R. I., et al. 1998, Cosmic Microwave Background Anisotropy Correlation Function and Topology from Simulated Maps for MAP, *ApJ*, **506**, 473

- PARKER, L. & RAVAL, A. 1999, Vacuum effects of an ultralow mass particle account for the recent acceleration of the universe, *Phys. Rev. D*, **60**, 123502
- . 2000, New quantum aspects of a vacuum-dominated universe, *Phys. Rev. D*, **62**, 83503
- . 2001, A New Look at the Accelerating Universe, *Phys. Rev. Lett.*, **86**, 749
- PEACOCK, J. A. 1999, *Cosmological physics* (Cambridge: Cambridge University Press)
- PEACOCK, J. A., COLE, S., NORBERG, P., et al. 2001, A measurement of the cosmological mass density from clustering in the 2dF Galaxy Redshift Survey, *Nat.*, **410**, 169
- PEACOCK, J. A. & DODDS, S. J. 1994, Reconstructing the Linear Power Spectrum of Cosmological Mass Fluctuations, *MNRAS*, **267**, 1020
- PEARSON, T. J., MASON, B. S., READHEAD, A. C. S., et al. 2002, The Anisotropy of the Microwave Background to $l = 3500$: Mosaic Observations with the Cosmic Background Imager, *ApJ*, soumis, astro-ph/0205388
- PEEBLES, P. J. E. 1982, Primeval adiabatic perturbations - Effect of massive neutrinos, *ApJ*, **258**, 415
- . 1993, *Principles of physical cosmology* (Princeton: Princeton University Press)
- . 2000, Fluid Dark Matter, *ApJ*, **534**, L127
- PEEBLES, P. J. E., DALY, R. A., & JUSZKIEWICZ, R. 1989, Masses of rich clusters of galaxies as a test of the biased cold dark matter theory, *ApJ*, **347**, 563
- PEEBLES, P. J. E. & RATRA, B. 1988, Cosmology with a time-variable cosmological 'constant', *ApJ*, **325**, L17
- . 2003, The Cosmological Constant and Dark Energy, *Rev. Mod. Phys.*, sous presse, astro-ph/0207347
- PELLÓ, R., LE BORGNE, J. F., SANAHUJA, B., MATHEZ, G., & FORT, B. 1992, The system of arcs in the cluster of galaxies Abell 2218 - Photometry, spectroscopy and geometry, *A&A*, **266**, 6
- PELLÓ-DESCAYRE, R., SANAHUJA, B., SOUCAIL, G., MATHEZ, G., & OJERO, E. 1988, Detection and photometry of a complex system in the center of the A 2218 cluster of galaxies, *A&A*, **190**, L11
- PENZIAS, A. A. & WILSON, R. W. 1965, A Measurement of Excess Antenna Temperature, *ApJ*, **142**, 419
- PERCIVAL, W. J., BAUGH, C. M., BLAND-HAWTHORN, J., et al. 2001, The 2dF Galaxy Redshift Survey: the power spectrum and the matter content of the Universe, *MNRAS*, **327**, 1297
- PÉREZ, J.-P. 1999, *Relativité* (Paris: Dunod)
- PERLMUTTER, S., ALDERING, G., GOLDBABER, G., et al. 1999, Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, *ApJ*, **517**, 565
- PERRYMAN, M. A. C., LINDEGREN, L., KOVALEVSKY, J., et al. 1997, The HIPPARCOS Catalogue, *A&A*, **323**, L49

- PIERPAOLI, E., SCOTT, D., & WHITE, M. 2001, Power-spectrum normalization from the local abundance of rich clusters of galaxies, *MNRAS*, **325**, 77
- PIERRE, M., LE BORGNE, J. F., SOUCAIL, G., & KNEIB, J.-P. 1996, X-ray analysis and matter distribution in the lens-cluster Abell 2390., *A&A*, **311**, 413
- POLCHINSKI, J. 1999, Quantum Gravity at the Planck Length, *Int. J. Mod. Phys. A*, **14**, 2633
- PRANDONI, I., GREGORINI, L., PARMA, P., et al. 2001, The ATESP radio survey. III. Source counts, *A&A*, **365**, 392
- PRESS, W. H. & SCHECHTER, P. 1974, Formation of Galaxies and Clusters of Galaxies by Self-Similar Gravitational Condensation, *ApJ*, **187**, 425
- PRYKE, C., HALVERSON, N. W., LEITCH, E. M., et al. 2002, Cosmological Parameter Extraction from the First Season of Observations with the Degree Angular Scale Interferometer, *ApJ*, **568**, 46
- QUAST, R. & HELBIG, P. 1999, Gravitational lensing statistics with extragalactic surveys. I. A lower limit on the cosmological constant, *A&A*, **344**, 721
- QUILLEN, A. C., KUCHINSKI, L. E., FROGEL, J. A., & DEPOY, D. L. 1997, Discovery of a Boxy Peanut-shaped Bulge in the Near-Infrared, *ApJ*, **481**, 179
- RANDALL, L. & SUNDRUM, R. 1999, Large Mass Hierarchy from a Small Extra Dimension, *Phys. Rev. Lett.*, **83**, 3370
- RATRA, B. & PEEBLES, P. J. E. 1988, Cosmological consequences of a rolling homogeneous scalar field, *Phys. Rev. D*, **37**, 3406
- REFSDAL, S. 1964, On the possibility of determining Hubble's parameter and the masses of galaxies from the gravitational lens effect, *MNRAS*, **128**, 307
- . 1966, On the possibility of testing cosmological theories from the gravitational lens effect, *MNRAS*, **132**, 101
- RHODES, J., REFREGIER, A., & GROTH, E. J. 2001, Detection of Cosmic Shear with the Hubble Space Telescope Survey Strip, *ApJ*, **552**, L85
- RIESS, A. G., FILIPPENKO, A. V., CHALLIS, P., et al. 1998, Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *AJ*, **116**, 1009
- ROBERTSON, H. P. 1935, Kinematics and World-Structure, *ApJ*, **82**, 284
- ROLL, P., KROTKOV, R., & DICKE, R. 1964, The Equivalence of Inertial and Passive Gravitational Mass, *Phys. Rev.*, **26**, 442
- RUBIÑO-MARTIN, J. A., REBOLO, R., CARREIRA, P., et al. 2002, First results from the Very Small Array – IV. Cosmological parameter estimation, *MNRAS*, soumis, astro-ph/0205367
- SACHS, R. K. 1961, Gravitational Waves in General Relativity VI. The Outgoing radiation, *Proc. R. Soc. Lond.*, **A264**, 309
- SADAT, R. & BLANCHARD, A. 2001, New light on the baryon fraction in galaxy clusters, *A&A*, **371**, 19

- SAHNI, V. 2002, The Cosmological Constant Problem and Quintessence, *Class. Quant. Grav.*, **19**, 3435
- SAHNI, V. & STAROBINSKY, A. 2000, The Case for a Positive Cosmological Λ -Term, *Int. J. Mod. Phys. D*, **9**, 373
- SAKHAROV, A. 1967, Violation of CP invariance, C asymmetry, and baryon asymmetry of the universe, *Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz.*, **5**, 32
- SALUCCI, P. & BURKERT, A. 2000, Dark Matter Scaling Relations, *ApJ*, **537**, L9
- SAND, D. J., TREU, T., & ELLIS, R. S. 2002, The Dark Matter Density Profile of the Lensing Cluster MS 2137 – 23: A Test of the Cold Dark Matter Paradigm, *ApJ*, **574**, L129
- SANDAGE, A. & TAMMANN, G. A. 1993, The Hubble diagram in V for supernovae of Type IA and the value of $H(0)$ therefrom, *ApJ*, **415**, 1
- SCHMOLDT, I., BRANCHINI, E., TEODORO, L., et al. 1999, Likelihood analysis of the Local Group acceleration, *MNRAS*, **304**, 893
- SCHNEIDER, P. 1984, The amplification caused by gravitational bending of light, *A&A*, **140**, 119
- SCHNEIDER, P., EHLERS, J., & FALCO, E. E. 1992, *Gravitational Lenses* (Berlin: Springer-Verlag)
- SCHNEIDER, P., VAN WAERBEKE, L., JAIN, B., & KRUSE, G. 1998, A new measure for cosmic shear, *MNRAS*, **296**, 873
- SCHNEIDER, P. & WEISS, A. 1991, A practical approach to (nearly) elliptical gravitational lens models, *A&A*, **247**, 269
- SCHUECKER, P., BÖHRINGER, H., GUZZO, L., et al. 2001, The ROSAT-ESO Flux-Limited X-Ray (REFLEX) galaxy cluster survey. III. The power spectrum, *A&A*, **368**, 86
- SCHULZ, A. E. & WHITE, M. 2001, Tensor to scalar ratio of phantom dark energy models, *Phys. Rev. D*, **64**, 43514
- SCHWARZSCHILD, K. 1916, Über das Gravitationsfeld eines Massenpunktes nach der Einsteinschen Theorie., *Sitzungsberichte der könig. preuss. Akad. der Wissenschaften*, 189
- SCIAMA, D. W. 2001, Updated Parameters for the Decaying Neutrino Theory and EURD Observations of the Diffuse UV Background, *Astr. Space Sci.*, **276**, 151
- SEITZ, C., KNEIB, J.-P., SCHNEIDER, P., & SEITZ, S. 1996, The mass distribution of CL0939+4713 obtained from a ‘weak’ lensing analysis of a WFPC2 image., *A&A*, **314**, 707
- SEITZ, C. & SCHNEIDER, P. 1995, Steps towards nonlinear cluster inversion through gravitational distortions II. Generalization of the Kaiser and Squires method., *A&A*, **297**, 287
- SEITZ, S. & SCHNEIDER, P. 1996, Cluster lens reconstruction using only observed local data: an improved finite-field inversion technique., *A&A*, **305**, 383

- SERENO, M. 2002, Probing the dark energy with strong lensing by clusters of galaxies, *A&A*, **393**, 757
- SERENO, M., COVONE, G., PIEDIPALUMBO, E., & DE RITIS, R. 2001, Distances in inhomogeneous quintessence cosmology, *MNRAS*, **327**, 517
- SHAPIRO, P. R. & ILIEV, I. T. 2000, On the Mass Profile of Galaxy Cluster CL 0024+1654 Inferred from Strong Lensing, *ApJ*, **542**, L1
- SHAW, M. 1993, The Photometric Properties of Box / Peanut Galactic Bulges, *MNRAS*, **261**, 718
- SIEVERS, J. L., BOND, J. R., CARTWRIGHT, J. K., et al. 2002, Cosmological Parameters from Cosmic Background Imager Observations and Comparisons with BOOMERANG, DASI, and MAXIMA, *ApJ*, soumis, astro-ph/0205387
- SILK, J. 2002, Baryonic dark matter, *XXXVII^e Rencontres de Moriond: Le Modèle Cosmologique, Les Arcs (France)*
- SLIPHER, V. M. 1914, The detection of nebular rotation, *Lowell Obs. Bull.*, **2**, 6
- SMAIL, I., COUCH, W. J., ELLIS, R. S., & SHARPLES, R. M. 1995a, Hubble Space Telescope Observations of Gravitationally Lensed Features in the Rich Cluster AC 114, *ApJ*, **440**, 501
- SMAIL, I., DRESSLER, A., KNEIB, J., et al. 1996, Hubble Space Telescope Observations of Giant Arcs: High-Resolution Imaging of Distant Field Galaxies, *ApJ*, **469**, 508
- SMAIL, I., ELLIS, R. S., DRESSLER, A., et al. 1997, A Comparison of Direct and Indirect Mass Estimates for Distant Clusters of Galaxies, *ApJ*, **479**, 70
- SMAIL, I., ELLIS, R. S., FITCHETT, M. J., et al. 1991, A statistically complete survey for arc-like features in images of distant rich clusters of galaxies, *MNRAS*, **252**, 19
- SMAIL, I., HOGG, D. W., YAN, L., & COHEN, J. G. 1995b, Deep Optical Galaxy Counts with the Keck Telescope, *ApJ*, **449**, L105
- SMITH, G. P., KNEIB, J., EBELING, H., CZOSKE, O., & SMAIL, I. 2001, A Hubble Space Telescope Lensing Survey of X-Ray Luminous Galaxy Clusters. I. A383, *ApJ*, **552**, 493
- SMOOT, G. F., BENNETT, C. L., KOGUT, A., et al. 1992, Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps, *ApJ*, **396**, L1
- SOUCAIL, G., FORT, B., MELLIER, Y., & PICAT, J.-P. 1987, A blue ring-like structure, in the center of the A 370 cluster of galaxies, *A&A*, **172**, L14
- SOUCAIL, G., KNEIB, J.-P., JAUNSEN, A. O., et al. 2001, Spectroscopic confirmation of a cluster of galaxies at $z = 1$ in the field of the gravitational lens MG 2016+112, *A&A*, **367**, 741
- SOUCAIL, G., MELLIER, Y., FORT, B., MATHEZ, G., & CAILLOUX, M. 1988, The giant arc in A 370 - Spectroscopic evidence for gravitational lensing from a source at $Z = 0.724$, *A&A*, **191**, L19
- SOUCAIL, G., OTA, N., BÖHRINGER, H., et al. 2000, X-ray observations and mass determinations in the cluster of galaxies Cl0024+17, *A&A*, **355**, 433

- SPARNAAY, M. 1957, Measurement of attractive forces between flat plates, *Nat.*, **180**, 334
- SPERGEL, D. & PEN, U. 1997, Cosmology in a String-Dominated Universe, *ApJ*, **491**, L67
- SPERGEL, D. N. & STEINHARDT, P. J. 2000, Observational Evidence for Self-Interacting Cold Dark Matter, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 3760
- SQUIRES, G. & KAISER, N. 1996, Unbiased Cluster Lens Reconstruction, *ApJ*, **473**, 65
- SQUIRES, G., KAISER, N., BABUL, A., et al. 1996, The Dark Matter, Gas, and Galaxy Distributions in Abell 2218: A Weak Gravitational Lensing and X-Ray Analysis, *ApJ*, **461**, 572
- STEINHARDT, P. J., WANG, L., & ZLATEV, I. 1999, Cosmological tracking solutions, *Phys. Rev. D*, **59**, 123504
- SUNYAEV, R. & ZELDOVICH, Y. 1972, *Comments Astr. Space Sci.*, **4**, 173
- TANVIR, N. R., SHANKS, T., FERGUSON, H. C., & ROBINSON, D. R. T. 1995, Determination of the Hubble Constant from Observations of Cepheid Variables in the Galaxy M96, *Nat.*, **377**, 27
- TAUBER, J. A. 2000, The Planck Mission, *IAU Symposium*, **204**
- TAYLOR, A. N., DYE, S., BROADHURST, T. J., BENITEZ, N., & VAN KAMPEN, E. 1998, Gravitational Lens Magnification and the Mass of Abell 1689, *ApJ*, **501**, 539
- TAYLOR, J. E. & BABUL, A. 2001, The Dynamics of Sinking Satellites around Disk Galaxies: A Poor Man's Alternative to High-Resolution Numerical Simulations, *ApJ*, **559**, 716
- TEGMARK, M. & ZALDARRIAGA, M. 2000, Current Cosmological Constraints from a 10 Parameter Cosmic Microwave Background Analysis, *ApJ*, **544**, 30
- TEGMARK, M., ZALDARRIAGA, M., & HAMILTON, A. J. 2001, Towards a refined cosmic concordance model: Joint 11-parameter constraints from the cosmic microwave background and large-scale structure, *Phys. Rev. D*, **63**, 043007
- THOMAS, P. A., COLBERG, J. M., COUCHMAN, H. M. P., et al. 1998, The structure of galaxy clusters in various cosmologies, *MNRAS*, **296**, 1061
- TONRY, J. L. & FRANX, M. 1999, Velocity Dispersion of the Gravitational Lens 0957+561, *ApJ*, **515**, 512
- TORMEN, G., BOUCHET, F. R., & WHITE, S. D. M. 1997, The structure and dynamical evolution of dark matter haloes, *MNRAS*, **286**, 865
- TOTANI, T. & KOBAYASHI, C. 1999, Evolution of Dust Extinction and Supernova Cosmology, *ApJ*, **526**, L65
- TRAGER, S. C., FABER, S. M., DRESSLER, A., & OEMLER, A. J. 1997, Galaxies at $Z \approx 4$ and the Formation of Population II, *ApJ*, **485**, 92
- TSUBOI, M., MIYAZAKI, A., KASUGA, T., MATSUO, H., & KUNO, N. 1998, Measurement of the Sunyaev-Zel'dovich Effect toward Abell 2218 at 36GHz, *Publ. Astr. Soc. Jap.*, **50**, 169

- TULLY, R. B. & FISHER, J. R. 1977, A new method of determining distances to galaxies, *A&A*, **54**, 661
- TURNER, E. L., OSTRIKER, J. P., & GOTT, J. R. 1984, The statistics of gravitational lenses - The distributions of image angular separations and lens redshifts, *ApJ*, **284**, 1
- TURNER, M. S. & WHITE, M. 1997, CDM models with a smooth component, *Phys. Rev. D*, **56**, 4439
- TYSON, J. A. 1988, Deep CCD survey - Galaxy luminosity and color evolution, *AJ*, **96**, 1
- TYSON, J. A., KOCHANSKI, G. P., & DELL'ANTONIO, I. P. 1998, Detailed Mass Map of CL 0024+1654 from Strong Lensing, *ApJ*, **498**, L107
- TYSON, J. A., WENK, R. A., & VALDES, F. 1990, Detection of systematic gravitational lens galaxy image alignments - Mapping dark matter in galaxy clusters, *ApJ*, **349**, L1
- VAN WAERBEKE, L., BERNARDEAU, F., & MELLIER, Y. 1999, Efficiency of weak lensing surveys to probe cosmological models, *A&A*, **342**, 15
- VAN WAERBEKE, L., MELLIER, Y., ERBEN, T., et al. 2000, Detection of correlated galaxy ellipticities from CFHT data: first evidence for gravitational lensing by large-scale structures, *A&A*, **358**, 30
- VAN WAERBEKE, L., MELLIER, Y., PELLÓ, R., et al. 2002, Likelihood Analysis of Cosmic Shear on Simulated and VIRMOS-DESCART Data, *A&A*, **393**, 369
- VAN WAERBEKE, L., MELLIER, Y., RADOVICH, M., et al. 2001, Cosmic shear statistics and cosmology, *A&A*, **374**, 757
- VERDE, L., HEAVENS, A. F., PERCIVAL, W. J., et al. 2002, The 2dF Galaxy Redshift Survey: The bias of galaxies and the density of the Universe, *MNRAS*, **335**, 432
- VIANA, P. T. P., NICHOL, R. C., & LIDDLE, A. R. 2002, Constraining the Matter Power Spectrum Normalization Using the Sloan Digital Sky Survey/ROSAT All-Sky Survey and REFLEX Cluster Surveys, *ApJ*, **569**, L75
- VILENKIN, A. 1984, String-dominated universe, *Phys. Rev. Lett.*, **53**, 1016
- . 1985, Cosmic strings and domain walls, *Phys. Rep.*, **121**, 263
- . 1994, Approaches to quantum cosmology, *Phys. Rev. D*, **50**, 2581
- WALKER, A. G. 1936, *Proc. Lond. Math. Soc.*, **42**, 90
- WALSH, D., CARSWELL, R. F., & WEYMANN, R. J. 1979, 0957 + 561 A, B - Twin quasistellar objects or gravitational lens, *Nat.*, **279**, 381
- WANG, L., CALDWELL, R. R., OSTRIKER, J. P., & STEINHARDT, P. J. 2000, Cosmic Concordance and Quintessence, *ApJ*, **530**, 17
- WARREN, S. J., HEWETT, P. C., LEWIS, G. F., et al. 1996, A candidate optical Einstein ring, *MNRAS*, **278**, 139
- WARREN, S. J., IOVINO, A., HEWETT, P. C., & SHAVER, P. A. 1998, Spectroscopy of the optical Einstein ring 0047-2808, *MNRAS*, **299**, 1215

- WEBSTER, R. L., HEWETT, P. C., HARDING, M. E., & WEGNER, G. A. 1988, Detection of statistical gravitational lensing by foreground mass distributions, *Nat.*, **336**, 358
- WEINBERG, S. 1972, *Gravitation and Cosmology* (New York: John Wiley & Sons)
- . 1980, Conceptual foundations of the unified theory of weak and electromagnetic interactions, *Rev. Mod. Phys.*, **52**, 515
- . 1989, The Cosmological Constant Problem, *Rev. Mod. Phys.*, **61**, 1
- . 2000, A priori probability distribution of the cosmological constant, *Phys. Rev. D*, **61**, 103505
- WETTERICH, C. 1988, Cosmology and the fate of dilatation symmetry, *Nucl. Phys. B*, **302**, 668
- WHITE, M. 1998, Complementary Measures of the Mass Density and Cosmological Constant, *ApJ*, **506**, 495
- WHITE, S. D. M., NAVARRO, J. F., EVRARD, A. E., & FRENK, C. S. 1993, The Baryon Content of Galaxy Clusters - a Challenge to Cosmological Orthodoxy, *Nat.*, **366**, 429
- WILLIAMS, R. E., BLACKER, B., DICKINSON, M., et al. 1996, The Hubble Deep Field: Observations, Data Reduction, and Galaxy Photometry, *AJ*, **112**, 1335
- WIRTZ, C. 1922, *Astronomische Nachrichten*, **215**, 349
- WITTMAN, D., TYSON, J. A., MARGONINER, V. E., COHEN, J. G., & DELL'ANTONIO, I. P. 2001, Discovery of a Galaxy Cluster via Weak Lensing, *ApJ*, **557**, L89
- WITTMAN, D. M. 2002, Weak Lensing, in *Dark matter and gravitational lensing* (eds. Courbin & Minniti, Springer-Verlag), astro-ph/0208063
- WITTMAN, D. M., TYSON, J. A., KIRKMAN, D., DELL'ANTONIO, I., & BERNSTEIN, G. 2000, Detection of weak gravitational lensing distortions of distant galaxies by cosmic dark matter at large scales, *Nat.*, **405**, 143
- WOOD-VASEY, W. M., ALDERING, G., HOWELL, A. D., et al. 2001, The Nearby Supernova Factory, *Am. Astr. Soc. Meet.*
- WRIGHT, C. O. & BRAINERD, T. G. 2000, Gravitational Lensing by NFW Halos, *ApJ*, **534**, 34
- ZELDOVICH, Y. B. 1968, The cosmological constant and the theory of elementary particles, *Sov. Phys. Uspekhi*, **11**, 381
- . 1972, A hypothesis, unifying the structure and the entropy of the Universe, *MNRAS*, **160**, 1
- ZHAO, H. 1996, Analytical models for galactic nuclei, *MNRAS*, **278**, 488
- ZWICKY, F. 1933, Morphological astronomy, *Helvetica Phys. Acta*, **6**, 110
- . 1937a, Nebulae as Gravitational Lenses, *Phys. Rev.*, **51**, 290
- . 1937b, On the probability on detecting nebulae which act as gravitational lenses, *Phys. Rev.*, **51**, 679

Liste des tableaux

3.1	Paramètre d'échelle en fonction du temps cosmique suivant les valeurs de la constante cosmologique réduite Ω_Λ et du paramètre de courbure k	59
3.2	Paramètre d'échelle en fonction du temps cosmique pour $\Omega_\Lambda > 0$ et $k = 1$. $\Omega_{\Lambda_{C1}}$ et $\Omega_{\Lambda_{C2}}$ dépendent de Ω_{M0} respectivement par les Éqs (3.48) et (3.49).	60
3.3	Histoire thermique de l'Univers dans les modèles de Big Bang.	75
4.1	Récapitulatif des contraintes combinées vues au § 4.2.8 et portant sur Ω_{M0} , Ω_Λ (ou Ω_{X0} en considérant l'énergie noire) et w . En ce qui concerne les paramètres cosmologiques, les hypothèses peuvent consister à négliger la composante d'énergie noire autre qu'une constante cosmologique ($\Omega_{X0} = 0$) ou à considérer un Univers plat.	109
5.1	Paramètres utilisés pour la simulation de l'amas de galaxies de la Fig. 5.8. On a pris $\sigma_c = 1100 \text{ km s}^{-1}$ et $r_c = 250 \text{ kpc}$. Les paramètres δ_c , c , r_{200} et M_{200} s'en déduisent (voir les Éqs (5.69), (5.70), (5.71) et (5.75)). L'amas est à un décalage de 0,3 et la source formant les images à $z_{S1} = 1$. La cosmologie choisie donne la valeur angulaire θ_c du rayon de cœur.	168
2.1	Nombre de systèmes d'images multiples obtenus en présence d'un amas-lentille simulé. On génère différents défecteurs en modifiant la valeur de la dispersion de vitesse σ_0 du halo principal (on donne le rayon d'Einstein R_E correspondant pour $z_S = 1$). Le profil de masse de l'amas comprend en outre 12 galaxies individuelles. Les sources suivent la distribution en z du <i>HDF</i> et leur position est tirée aléatoirement dans un champ central de $40 \times 40''^2$. n_j est le nombre de systèmes contenant j images. n_j^* est le nombre de systèmes de j images dont la magnitude $m_{AB(8140)} < 24,5$, c'est-à-dire observationnellement détectables. Ainsi, chaque système est compté à la fois dans n_i et n_j^* (avec $j \leq i$) lorsque simplement j images parmi les i sont détectables. Les systèmes comptabilisés dans n_0 ne contiennent aucune image détectable. Finalement $n_1 + n_{\text{tot}} = n_0 + n_1^* + n_{\text{tot}}^*$, ce qui correspond au nombre de galaxies dans le champ.	206

- 2.2 Caractéristiques des 3 systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations des § 2.3.1 et 2.3.2 et engendrés par un potentiel NFW pseudo elliptique (voir Fig. 2.3). n_i représente le nombre d'images de chaque système, sans inclure la centrale désamplifiée qui est générée dans le cas tangentiel. N_{C_i} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{C_i} = 2(n_i - 1)$ 211
- 2.3 Valeurs des paramètres libres σ_c et θ_s , ainsi que les barres d'erreur correspondantes, retrouvées lors de la simulation du § 2.3.1. L'écart-type est tiré du niveau de confiance à 1σ des Figs 2.4 reporté sur la variation des paramètres suivant $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ ou (Ω_{M0}, w) (Figs 2.1 et 2.2). 212
- 2.4 Paramètres du profil *PIEMD* ajustant au mieux la configuration d'images de la Fig. 2.3 (engendrée par un modèle NFW pseudo elliptique). Les paramètres géométriques résultent d'une optimisation préalable avec une maille large sur le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ et sont fixés par la suite. Les paramètres physiques sont issus de l'ajustement principal. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.5). 214
- 2.5 χ^2_{\min} réduits issus de l'ajustement par les potentiels cités horizontalement de systèmes d'images multiples (ayant la configuration de la Tab. 2.2) générés par les profils cités verticalement. 216
- 2.6 Caractéristiques des différents systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations du § 2.3.3 et engendrés par les potentiels de la Tab. 2.7. Pour chaque configuration, n est le nombre de systèmes, n_i représente le nombre d'images de chaque système (sans inclure la centrale désamplifiée qui est générée dans le cas tangentiel). N_{C_i} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{C_i} = 2(n_i - 1)$. N_L est le nombre de paramètres libres et ν le nombre de degrés de liberté pour chacune des configurations. 218
- 2.7 Paramètres libres du profil *PIEMD* ajustant au mieux les diverses configurations synthétisées à la Tab. 2.6 et générées par ce même type de potentiel. n représente le nombre de systèmes d'images multiples. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.6) . 219
- 2.8 Caractéristiques des 3 systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations du § 2.3.4 (resp. 2.3.5), engendrés par le potentiel de la Tab. 2.9 (resp. 2.12) et portés sur la Fig. 2.7 (resp 2.11). n_i représente le nombre d'images de chaque système, sans inclure la centrale désamplifiée qui est générée dans le cas tangentiel. N_{C_i} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{C_i} = 2(n_i - 1)$ 219

- 2.9 Paramètres du profil *PIEMD* ajustant au mieux la configuration d'images de la Fig. 2.7. On considère le cas où l'on prend en compte – comme pour la génération des images – en plus du halo *PIEMD* principal les galaxies individuelles, et celui où on ne les considère pas. Les paramètres géométriques résultent d'une optimisation préalable avec une maille large sur le plan ($\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}$) et sont fixés par la suite (quand on inclut les galaxies dans le potentiel, il s'agit bien entendu des mêmes valeurs fixées pour former les images de base). Les paramètres physiques sont issus de l'ajustement principal. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Figs 2.8) . 221
- 2.10 Caractéristiques des 3 systèmes d'images multiples utilisés dans les simulations du § 2.3.5 et engendrés par le potentiel de la Tab. 2.11 (voir Fig. 2.9). n_i représente le nombre d'images de chaque système. N_{Ci} est le nombre de contraintes apportées par le système i : $N_{Ci} = 2(n_i - 1)$ 223
- 2.11 Paramètres de la distribution de masse bimodale (2 halos *PIEMD*) ajustant au mieux la configuration d'images de la Fig. 2.9 (engendrée par le même type de modèle). Les paramètres géométriques et les rayons de coupure restent fixés aux valeurs initiales. Les autres paramètres physiques sont issus de l'ajustement principal. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.10) 225
- 2.12 Paramètres de la distribution de masse bimodale (2 halos *PIEMD* dissymétriques) ayant servi à générer la configuration initiale d'images de la Fig. 2.11 (cas *i*)), et paramètres du halo principal rendant seul compte au mieux de ces mêmes systèmes d'images (cas *ii*)). Les paramètres géométriques résultent d'une optimisation préalable avec une maille large sur le plan ($\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}$) et sont fixés par la suite. Les paramètres physiques du halo principal sont issus de la procédure d'optimisation. Les barres d'erreurs sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (Fig. 2.12). 226
- 2.13 Configurations d'amas-lentilles utilisées afin de contraindre les paramètres cosmologiques dans chaque cas et d'effectuer une combinaison globale des différents résultats obtenus (voir § 2.3.6 et Fig. 2.13). On précise dans chaque cas le nombre de degrés de liberté pour la configuration et l'ajustement considérés. 230
- 3.1 Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas A2218 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}) \in [0,1] \times [0,1]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 6,05$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,001$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,9$ 239
- 3.2 Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas A2218 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour un Univers plat caractérisé par $(\Omega_{M0}, w) \in [0,1] \times [-1,0]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 6,65$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,101$ et $w = -1$ 240

3.3	Masse des différents éléments constituant le modèle du profil de l'amas A 2218, d'après l'ajustement issu de la procédure d'optimisation préalable (voir Tabs 3.1 et 3.2).	243
3.4	Dispersion de vitesse et rayon de cœur des deux halos principaux de l'amas A 2218 résultant de la procédure générale d'ajustement dans un cadre cosmologique ($\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}$) (voir Figs 3.4) et en considérant un Univers plat décrit par (Ω_{M0}, w) (voir Figs 3.5). Les barres d'erreurs sur les paramètres sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (voir les Figs 3.3).	247
3.5	Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas AC114 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour ($\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}$) $\in [0,1] \times [0,1]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 2,40$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,501$ et $\Omega_{\Lambda} = 0,5$	253
3.6	Paramètres du modèle de potentiel gravitationnel projeté décrivant l'amas AC114 obtenus par minimisation du χ^2 (Éq. (2.6)) pour un Univers plat caractérisé par (Ω_{M0}, w) $\in [0,1] \times [-1,0]$ et variant par pas de 0,1. Le χ^2 réduit minimum $\chi^2_{\min} = 2,40$ est obtenu pour $\Omega_{M0} = 0,301$ et $w = -0,9$	254
3.7	Masse des différents éléments constituant le modèle du profil de l'amas AC 114, d'après l'ajustement issu de la procédure d'optimisation préalable (voir Tab. 3.5).	255
3.8	Dispersion de vitesse et rayon de cœur du halo principal de l'amas AC114 résultant de la procédure générale d'ajustement dans un cadre cosmologique ($\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda}$) (voir Figs 3.9) et en considérant un Univers plat décrit par (Ω_{M0}, w) (voir Figs 3.10). Les barres d'erreurs sur les paramètres sont obtenues pour un niveau de confiance de 1σ du χ^2 correspondant (voir les Figs 3.8).	255
1.9	Coordonnées célestes, photométrie et décalage spectral pour les 46 galaxies d'arrière-plan pour lesquelles un z spectroscopique a pu être déterminé, ainsi que quelques résultats obtenus par FRYE (1999) et des arcs présents dans la partie centrale qui n'ont pas été observés ou pour lesquels un décalage spectral n'a pu être établi. Une même lettre minuscule à la fin de l'identifiant d'un objet désigne les membres d'un système d'images multiples. Les objets qui n'ont pu être détectés photométriquement dans une bande donnée font apparaître le symbole « — ». Les magnitudes sont calculées pour une ouverture de $3''$. Celles en italique ont été obtenues dans la bande V_{555} et non V_{606}	270

Table des figures

1.1	Distribution des galaxies observée par le relevé <i>2dFGRS</i> (d'après PEACOCK et al. (2001)). Les points sont portés en fonction de l'ascension droite α et du décalage spectral z (voir § 1.3) pour une tranche de 4° en déclinaison δ . Les deux régions observées sont les pôles galactiques Nord (à gauche) et Sud (à droite). L'image fait apparaître une richesse de structures, comme des superamas de galaxies et des vides, sur une échelle caractéristique de $\Delta z \simeq 0,01$, soit $D \simeq c/H_0 \Delta z \simeq 30 h^{-1}$ Mpc. À plus grande échelle, l'Univers apparaît bien homogène.	26
3.1	$a = R/R_0$ en fonction de $H_0 (t - t_0)$ dans le cas d'un Univers dominé par la matière, avec $\Omega_{X0} = 0$	54
3.2	Le modèle d'Univers statique d'EINSTEIN (1917) est instable, il peut être considéré comme la limite asymptotique de la fin – si Λ_E est faible, figure de gauche – ou du commencement – si Λ_E est assez élevé, figure de droite – d'un Univers d'EDDINGTON (1930) en expansion. À gauche : modèle d'EDDINGTON (1930) pour $\Lambda_{C1} = \Lambda_E$ et Ω_{M0} correspondant (cf. Éq. (3.48)); modèle hésitant de LEMAÎTRE (1927) avec $\Lambda \gtrsim \Lambda_{C1}$. À droite : modèle d'EDDINGTON (1930) pour $\Lambda_{C2} = \Lambda_E$ et Ω_{M0} correspondant (cf. Éq. (3.49)); modèle hésitant de LEMAÎTRE (1927) avec $\Lambda \lesssim \Lambda_{C2}$	58
3.3	Le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ se sépare en trois régions suivant le type d'Univers. Zone du haut: $\Omega_\Lambda \geq \Omega_{\Lambda_{C2}}$, pas de Big Bang et expansion. Zone médiane: $\Omega_{\Lambda_{C1}} \leq \Omega_\Lambda < \Omega_{\Lambda_{C2}}$, Big Bang et expansion. Zone du bas: $\Omega_\Lambda < \Omega_{\Lambda_{C1}}$, Big Bang et Big Crunch.	61
3.4	Dynamique de l'Univers dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. Les flèches indiquent la direction de l'évolution de ces paramètres dans un Univers en expansion. Les points d'équilibre et/ou d'attraction sont $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda) = (0,0), (1,0), (0,1), (+\infty,0), (+\infty,+\infty), (0,-\infty)$ et $(+\infty,-\infty)$. Cette dynamique dépend des valeurs actuelles (voir texte). Figure d'après CARROLL (2001).	62
3.5	Âge réduit de l'Univers $H_0 t_0$ (voir Éq. (3.33) pour $z = 0$) suivant les valeurs des paramètres Ω_{M0} et Ω_Λ dans des modèles sans autre énergie noire.	63

3.6	Âge réduit de l'Univers $H_0 t_0$ (voir Éq. (3.33) pour $z = 0$) suivant les valeurs des paramètres de densité de matière Ω_{M0} et d'énergie noire w dans des modèles plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) où $\Omega_{\Lambda} = 0$. Le cas $w = -1$ est toutefois formellement identique à une constante cosmologique $\Omega_{X0} \equiv \Omega_{\Lambda}$	64
3.7	Distance luminosité $D_L(z)$ pour différentes cosmologies (modèles sans énergie noire autre qu'une constante cosmologique), en unités c/H_0	66
3.8	Distance diamètre-angulaire $D_A(z)$ pour différentes cosmologies (modèles sans énergie noire autre qu'une constante cosmologique), en unités c/H_0	67
3.9	Distance diamètre-angulaire $D_A(z)$ pour différentes cosmologies (modèles sans constante cosmologique), en unités c/H_0 . On considère des Univers plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$).	68
3.10	Abondance primordiale des éléments légers produits lors de la nucléosynthèse en fonction de la densité de baryons, selon le modèle de BURLES et al. (2001). Y_P est la quantité relative d'hélium ^4He . Les autres abondances sont relatives à l'hydrogène H. La largeur des courbes caractérise un écart-type de 2σ . L'observation de ces abondances permet ainsi d'estimer $\Omega_b h^2 = 3,65 \times 10^7 \eta$. . .	73
4.1	Contrainte sur les paramètres cosmologiques à partir de l'observation de SNIa lointaines (PERLMUTTER et al. 1999). À gauche : niveaux de confiance sur Ω_{M0} et Ω_{Λ} . À droite : niveaux de confiance sur Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$).	88
4.2	Spectre de puissance des fluctuations du FDC, représenté comme $\frac{l(l+1)C_l}{2\pi}$ (en μK^2) en fonction de l . On voit clairement le premier pic acoustique vers $l \simeq 200$ grâce à la grande sensibilité des expériences <i>Boomerang</i> (NETTERFIELD et al. 2002), <i>DASI</i> (HALVERSON et al. 2002) et <i>MAXIMA</i> (LEE et al. 2001). Les cercles bleus et les carrés verts montrent les champs impairs et pairs des résultats de <i>CBI</i> à partir du spectre combiné de trois mosaïques (PEARSON et al. 2002).	91
4.3	Contrainte de la densité de matière totale Ω_{tot} et de Ω_{Λ} à partir des anisotropies du FDC obtenues par <i>COBE</i> et l'ensemble des expériences récentes ayant mesuré les anisotropies du FDC : <i>Archeops</i> , <i>Boomerang</i> , <i>DASI</i> , <i>MAXIMA</i> , <i>VSA</i> et <i>CBI</i> (à gauche). La précision sur l'obtention d'un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{\Lambda} = \Omega_{\text{tot}}1$) à partir de la position l_1 du premier pic Doppler dépend d'hypothèses sur h , $\Omega_b h^2$ et w . En particulier, en combinant les résultats précédents avec une valeur <i>a priori</i> de la constante de Hubble issue du <i>HST Key Project</i> ($H_0 = 72 \pm 8 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, FREEDMAN et al. (2001)), BENOÎT et al. (2002) obtiennent $\Omega_{\text{tot}} = 1,00^{+0,03}_{-0,02}$ (à droite).	91



- 4.4 **À gauche :** Contraintes combinées sur Ω_{M0} et Ω_{Λ} utilisant les résultats issus des anisotropies du FDC et des SNIa distantes (JAFJE et al. 2001). **À droite :** Contraintes combinées sur Ω_{M0} et w avec ces mêmes tests, dans le cas d'un Univers plat (EFSTATHIOU 1999). Les dégénérescences typiques données par la méthode présentée dans ce travail ont été superposées sur ces graphes en traits pleins. 107
- 4.5 Combinaison des contraintes issues des anisotropies du FDC, des SNIa distantes et des structures à grande échelle. **À gauche :** Contraintes dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$. Les données sont issues de *Boomerang* (BALBI et al. 2000), du *SCP* (PERLMUTTER et al. 1999) et des relevés des décalages spectraux de galaxies par le programme *2dFGRS*, (PERCIVAL et al. 2001). Un Univers plat avec $\Omega_{M0} \simeq 0,2$ et $\Omega_{\Lambda} \simeq 0,8$ est favorisé. D'après HEAVENS et al. (2002). **À droite :** Contraintes dans le plan (Ω_{M0}, w) pour un Univers plat. Les données sont issues de *Boomerang* (NETTERFIELD et al. 2002), de *MAXIMA* (LEE et al. 2001), de *DASI* (HALVERSON et al. 2002), du *SCP* (PERLMUTTER et al. 1999), du *HzST* (RIESS et al. 1998), de l'abondance locale des amas, ainsi que du *HST Key Project* (FREEDMAN et al. 2001). D'après BEAN & MELCHIORRI (2002). 107
- 4.6 Variation du paramètre de quintessence w avec le décalage spectral z suivant un modèle de transition de phase rapide. $w(z) = w_0 + \frac{w_f - w_0}{1 + \exp(\frac{z - z_t}{\Delta})}$. w_0 et w_f sont les paramètres de quintessence initial et final. z_t est le décalage spectral de la transition et Δ caractérise la largeur de ce changement. C'est physiquement le cas de la métamorphose du vide (PARKER & RAVAL 1999, 2000) où les effets quantiques non-perturbatifs sont importants tardivement. À l'aide de données observationnelles, BASSETT et al. (2002) contraignent $z_t \sim 2$ et $w_f \sim -1$ 114
- 5.1 Géométrie du banc d'optique gravitationnel d'une lentille mince. La source S est à une position angulaire θ_S pour l'observateur O. La lentille L introduit une déflexion d'angle α , de sorte que l'image I est vue sous l'angle θ_I . On note D_{OL} , D_{OS} et D_{LS} les différentes distances diamètre-angulaire intervenant entre l'Observateur, la Lentille et la Source. 127
- 5.2 Vue schématique de l'effet produit par un amas de galaxies L sur la propagation du front d'onde issu d'une galaxie-source S. L'amas introduit un délai gravitationnel qui déforme le front d'onde. L'observateur O détecte différents types d'images suivant sa position : images multiples dans l'alignement de la galaxie-source et de l'amas, arclets, ou bien des faibles distortions à la périphérie de l'amas. Voir FORT & MELLIER (1994). 127

- 5.3 Lignes critiques (+++++) et caustiques (—) obtenues pour différents profils de masse. Le déflecteur est à $z_L = 0,3$ et les lignes sont tracées pour $z_L = 1$. Les unités sont données en secondes d'arc. **(a)** Sphère isotherme singulière ($\sigma = 1\,000\text{ km s}^{-1}$). Il se forme une ligne critique tangentielle, la caustique correspondante est réduite à un point. **(b)** Ellipsoïde isotherme singulier ($\sigma = 1\,000\text{ km s}^{-1}$, $\epsilon = 0,2$). La caustique antécédente de la ligne critique tangentielle prend la forme d'une astroïde. **(c)** Sphère isotherme avec rayon de cœur ($\sigma = 1\,000\text{ km s}^{-1}$, $R_0 = 50\text{ kpc}$). En plus de la ligne critique tangentielle (à l'extérieur), il en apparaît une radiale (à l'intérieur) dont la caustique est un cercle. La ligne caustique tangentielle est réduite à un point. **(d)** Ellipsoïde isotherme avec rayon de cœur ($\sigma = 1\,000\text{ km s}^{-1}$, $\epsilon = 0,2$, $R_0 = 50\text{ kpc}$). Par rapport au cas précédent, la ligne caustique tangentielle prend ici la forme d'une astroïde. 137
- 5.4 Parité des images en fonction de leur position par rapport aux lignes critiques, ainsi que leur type selon le lieu de la caustique que la source traverse. Si elle passe par une zone lisse (« *fold* », flèches tirets-pointillées) de la caustique tangentielle, il se forme un arc composé de deux éléments de parités différentes dans la direction tangentielle. Dans le cas d'une ligne caustique radiale, il n'existe que des zones courbes ; en la traversant (flèches en tirets), la source donnera un arc radial formé de deux parties de parités opposées selon la direction radiale. Si la source traverse un point de rebroussement (« *cusp* », flèches pleines), il existera un grand arc formé de trois parties de parités alternées. 138
- 5.5 Configuration d'images multiples dans le cas d'un profil EIC centré en M1 : $\sigma_0 = 1\,100\text{ km s}^{-1}$, $\theta_0 = 3''$ et $\epsilon = 0,26$. La source S1 est circulaire et a un profil d'intensité gaussien. Pour chacune de ses positions par rapport aux lignes caustiques (—), on a représenté les images correspondantes que l'on peut comparer à la position des lignes critiques (----). D'après KNEIB (1993) et FORT & MELLIER (1994). 141
- 5.6 Effet simulé d'un amas-lentille sur la population d'arrière-plan : plan source (**à gauche**) et plan image (**à droite**). On voit clairement apparaître les trois régions caractéristiques. Au centre de l'amas, les fortes déformations engendrent les grands arcs et les images multiples. Il existe ensuite une zone intermédiaire de dilatation du plan image (le biais d'amplification provoque ici un effet de déplétion). Enfin, à la périphérie de l'amas, les faibles distortions déforment les galaxies suivant la direction orthogonale au champ gravitationnel. Cet effet peut se mettre en évidence de façon statistique. D'après WITTMAN (2002). . . 142
- 5.7 Ellipticité ϵ_φ du potentiel en fonction de celle introduite dans le modèle elliptique d'angle de déflexion, avec le choix (5.119). On a alors $\epsilon_\varphi = 1 - \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}}$, soit $\epsilon_\varphi \simeq \epsilon$ pour $\epsilon \ll 1$. On peut confondre dans ce cas la variable ϵ introduite avec l'ellipticité du potentiel. 166

- 5.8 Systèmes d'images multiples ($z_{S1} = 1$) générés par un amas à $z_L = 0,3$ de profil NFW pseudo elliptique. Les caractéristiques de l'amas sont rapportées dans la Tab. 5.1. On a représenté les lignes critiques (++++), et caustiques (—), la distribution spatiale de l'amplitude et de l'orientation du cisaillement (tirets) ainsi que les iso-contours (— — — —) de la densité surfacique de masse réduite $\frac{\Sigma_\epsilon(\theta_1, \theta_2)}{2\delta_c \rho_c r_c}$. De gauche à droite et de bas en haut : $\epsilon = 0$ (cas circulaire), 0,1, 0,2 et 0,3. Les axes sont gradués en secondes d'arc. 169
- 5.9 Contour de la densité de masse projetée pour le profil NFW pseudo elliptique et véritable ellipse. Cette figure schématise différentes quantités introduites afin d'étudier les limites physiques du modèle, soit R , δR , a , b , c et ϕ_{ab} 172
- 5.10 Paramètres ϵ_Σ (à gauche) et $\epsilon_{\Sigma 2}$ (à droite) – déterminant la fonction d'ajustement (5.130) proposée – en fonction de ϵ (voir les Éqs (5.116), (5.117) et (5.119)) pour divers rapports R/r_c (voir Fig. 5.9). ϵ_Σ caractérise l'ellipticité de la densité surfacique de masse projetée et $\epsilon_{\Sigma 2}$ rend compte de la déviation à l'ellipticité pour l'ajustement (5.130) choisi. 173
- 5.11 Contour de la densité surfacique de masse projetée $\Sigma_\epsilon(x_1/r_c, x_2/r_c)$ (—) pour un profil NFW pseudo elliptique à $R/r_c = 10$ (R : semi diagonale de l'ellipse, r_c : paramètre d'échelle du profil NFW), ellipse équivalente au premier ordre (.....) et courbe d'ajustement (— — — —) (Éq. (5.130)) avec les paramètres calculés ϵ_Σ et $\epsilon_{\Sigma 2}$. De gauche à droite, $\epsilon = 0,1, 0,2$ et $0,3$ 173
- 5.12 **À gauche** : vraisemblance de l'ajustement de la densité de masse projetée Σ_ϵ , dans le cas du profil NFW, par une fonction du type (5.130). va est calculée d'après l'Éq. (5.133) avec $N = 20$. **À droite** : $\delta R/R$ (défini à la Fig. 5.9) comme fonction de ϵ . Cette quantité rend compte directement de l'écart des contours de Σ_ϵ par rapport à une courbe purement elliptique. Dans les 2 cas, ϵ est défini par l'Éq. (5.116) avec le choix (5.119). Les courbes sont tracées pour différentes valeurs de R/r_c 174
- 5.13 Distance adimensionnée b/r_c le long de l'axe x_2 à partir de laquelle la densité de masse projetée Σ_ϵ devient négative, en fonction de ϵ 175
- 1.1 Variations de la force de la lentille $F(z_L)$ pour $z_S = 1$ et différentes cosmologies. **À gauche** : Univers sans 'énergie noire, $w = 0$. **À droite** : Univers plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) avec 'énergie noire. Les ordonnées sont graduées en unités $c/H_0 = 3,00 h^{-1}$ Gpc. On a porté, au-dessus de chaque figure, les mêmes courbes normalisées à $F(z_L)$ pour $\Omega_{M0} = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$ et $w = 0$ 182
- 1.2 Variations de l'efficacité de la lentille $E(z_S)$ pour $z_L = 0,3$ et différentes cosmologies. **À gauche** : Univers sans 'énergie noire, $w = 0$. **À droite** : Univers plats ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$) avec 'énergie noire. On a porté, au-dessus de chaque figure, les mêmes courbes normalisées à $E(z_S)$ pour $\Omega_{M0} = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$ et $w = 0$. 183

- 1.3 Variations du rapport de distances diamètre-angulaire E en fonction des paramètres cosmologiques pour une lentille et une source fixées ($z_L = 0,3$ et $z_S = 1$). **À gauche :** variations suivant Ω_{M0} et Ω_Λ . **À droite :** variations suivant Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$). 184
- 1.4 Variations du rapport $E(z_{S2})/E(z_{S1})$ en fonction des paramètres cosmologiques pour une lentille et deux plans sources fixés ($z_L = 0,3$, $z_{S1} = 0,6$ et $z_{S2} = 5$). **À gauche :** variations suivant Ω_{M0} et Ω_Λ . **À droite :** variations suivant Ω_{M0} et w en considérant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$). Ces contours mettent en évidence les dégénérescences typiques sur les paramètres cosmologiques que la méthode présentée dans ce travail va engendrer. 185
- 1.5 Estimateur de divergence cosmologique $\varepsilon(z_{S1}, z_{S2})$ (Éq. (1.9)). **À gauche :** on pose $z_L = 0,3$ et on considère $z_{S2} \geq z_{S1}$. **À droite :** on prend $z_{S1} = 2z_L$ et on fixe $z_{S2} = 5$ 187
- 1.6 **Échelle de droite :** valeur du décalage spectral z_{S3} d'un troisième système d'images multiples (pour $z_L = 0,3$ et $z_{S1} = 2z_L$) optimisant la sensibilité envers les paramètres cosmologiques, en fonction de z_{S2} . **Échelle de gauche :** valeur correspondante de l'estimateur de divergence cosmologique $\varepsilon(z_{S1}, z_{S3})$ 188
- 1.7 Variation de la dispersion de vitesse centrale σ_0 d'un halo en fonction des paramètres cosmologiques, en supposant que le produit $\sigma_0^2 E(z_S)$ est constant (contraint par la présence d'un système d'images multiples). On a fixé $\sigma_0 = 1000 \text{ km s}^{-1}$ pour un modèle EdS ($\Omega_{M0} = 1$, $\Omega_\Lambda = 0$ et $w = 0$). **À gauche :** $\sigma_0(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. **À droite :** $\sigma_0(\Omega_{M0}, w)$ en supposant un Univers plat ($\Omega_{M0} + \Omega_{X0} = 1$). Le modèle EdS correspond alors à tous les points tels que $\Omega_{M0} = 1$ et $w = 0$. On a choisi un halo à $z_L = 0,3$ et une source à $z_S = 1$ 192
- 1.8 Paramètres a_{θ_c} et a_{θ_t} . Ils traduisent respectivement la sensibilité de l'angle de déflexion envers les rayons de cœur et de coupure pour un modèle *PIEMD* (voir l'Éq. (1.17)). **À gauche :** $a_{\theta_c}(\theta_{I1})$, $a_{\theta_c}(\theta_{I2})$ et $a_{\theta_c}(\theta_{I2}) - a_{\theta_c}(\theta_{I1})$. **À droite :** $a_{\theta_t}(\theta_{I1})$, $a_{\theta_t}(\theta_{I2})$ et $a_{\theta_t}(\theta_{I2}) - a_{\theta_t}(\theta_{I1})$. On a posé dans les deux cas $\theta_t/\theta_c = 10$ et $\theta_{I2}/\theta_{I1} = 2$ 194
- 1.9 $a_{\theta_l}(\theta_{I1})$ et $a_{\theta_l}(\theta_{I2})$. Le paramètre a_{θ_l} traduit la dépendance de l'angle de déflexion envers la position de l'image formée dans le cas d'un modèle *PIEMD* (Éq. (1.17)). On a posé $\theta_t/\theta_c = 10$ et $\theta_{I2}/\theta_{I1} = 2$ 195
- 1.10 Paramètres $a_{\Omega_{M0}}$, a_{Ω_Λ} , a_{z_L} et a_{z_S} . Ils traduisent respectivement la sensibilité du rapport de distances diamètre-angulaire E , et donc de l'angle de déflexion α (voir Éqs (1.14) et (1.17)), envers la densité de matière, la constante cosmologique réduite et les décalages spectraux de la lentille et de la source (Éq. (1.18)). **À gauche :** $a_{\Omega_{M0}}(z_S)$ et $a_{\Omega_\Lambda}(z_S)$. **À droite :** $-a_{z_L}(z_S)$ et $a_{z_S}(z_S)$. On a posé $z_L = 0,3$ 196
- 1.11 Erreurs sur la densité de matière $\delta\Omega_{M0}$ (**à gauche**) et sur la constante cosmologique $\delta\Omega_\Lambda$ (**à droite**) en fonction de $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. Ces contraintes sont attendues suite à l'observation de deux systèmes d'images multiples dans un amas de galaxies dans la configuration idéale typique décrite au § 1.3.3. 200

- 2.1 Paramètres σ_c (**à gauche**) et θ_s (**à droite**) obtenus pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 2.3, en fonction de $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$. La croix (+) représente la valeur initiale choisie pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$, $\sigma_c = 1\,225\text{ km s}^{-1}$ et $\theta_s = 31,3''$. On a superposé en traits pointillés le contour à 1σ de la Fig. 2.4. 210
- 2.2 Paramètres σ_c (**à gauche**) et θ_s (**à droite**) obtenus pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 2.3, en fonction de (Ω_{M0}, w) . La croix (+) représente la valeur initiale choisie pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, w^0) = (0,3; -1)$, $\sigma_c = 1\,225\text{ km s}^{-1}$ et $\theta_s = 31,3''$. On a superposé en traits pointillés le contour à 1σ de la Fig. 2.4. 210
- 2.3 Images multiples générées par un amas de profil NFW pseudo elliptique à $z_L = 0,3$ et avec les paramètres : $\sigma_c = 1\,225\text{ km s}^{-1}$, $\theta_s = 31,3''$ (soit $r_s = 150\text{ kpc}$) et $\epsilon = 0,1$. Près de leurs lignes critiques respectives, on identifie trois systèmes d'images multiples : un tangentiel à $z_{S1} = 0,6$, un radial à $z_{S2} = 1,0$ et un autre tangentiel à $z_{S3} = 4$. Les unités sont données en secondes d'arc. 213
- 2.4 Niveaux de confiance obtenus dans les plans $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ (**à gauche**) et (Ω_{M0}, w) (**à droite**) pour un χ^2 à $\nu = 12$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.3 par un potentiel NFW pseudo elliptique où σ_c et θ_s sont des paramètres libres (Figs 2.1 et 2.2). La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$ ou $(\Omega_{M0}^0, w^0) = (0,3; -1)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 213
- 2.5 Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ pour un χ^2 à $\nu = 11$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.3 par un potentiel *PIEMD* (différent de celui qui les générées) où σ_0 , θ_c et θ_t sont des paramètres libres (voir la Tab. 2.4). $\chi_{\min}^2 = 5$. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 217
- 2.6 Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ pour différentes configurations. **À gauche** : 2 systèmes d'images et χ^2 à $\nu = 6$ degrés de liberté. **Au centre** : 3 systèmes d'images et $\nu = 11$. **À droite** : 4 systèmes d'images et $\nu = 15$. La Tab. 2.6 précise les diverses configurations. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images générées dans les différents cas par le même type de profil *PIEMD* dont certains paramètres sont laissés libres. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_\Lambda^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 217

- 2.7 Images multiples générées par un amas à $z_L = 0,3$ consistant en un halo *PIEMD* principal (voir les paramètres à la Tab. 2.9) et en 12 galaxies individuelles supplémentaires (symbolisées en ellipses croisées). Près de leurs lignes critiques respectives, on identifie trois systèmes d'images multiples : un tangentiel à $z_{S1} = 0,6$, un radial à $z_{S2} = 1,0$ et un autre tangentiel à $z_{S3} = 2$. Les unités sont données en secondes d'arc. 220
- 2.8 Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = 11$ degrés de liberté lors des simulations du § 2.3.4. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.7 d'une part par le même potentiel ayant servi à les engendrer, soit en considérant un halo *PIEMD* principal et les galaxies individuelles (**à gauche**), et d'autre part en tenant simplement compte du halo central (**à droite**). Les χ^2 minimums réduits sont respectivement de $\chi^2_{\min} = 0$ et 16. Dans les deux cas, les paramètres ajustables sont les variables physiques du halo, soit σ_0 , θ_c et θ_t (voir Tab. 2.9). La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 220
- 2.9 Images multiples générées par un amas à $z_L = 0,3$ consistant en deux halos *PIEMD* identiques dont les paramètres sont reportés à la Tab. 2.11. Près de leurs lignes critiques respectives (courbes extérieures, ) , on identifie trois systèmes d'images multiples à $z_{S1} = 0,7$, $z_{S2} = 1,0$ et $z_{S2} = 2$. On a également tracé les lignes caustiques pour le plan source à z_{S3} (astroïde centrale, ) . Les unités sont données en secondes d'arc. 224
- 2.10 Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 6$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.9 par le même potentiel ayant servi à les engendrer, soit en considérant deux halos *PIEMD*. Les paramètres ajustables sont les dispersions de vitesse centrales et les rayons de cœur de chacun d'eux (voir la Tab. 2.11). La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 224
- 2.11 Images multiples générées par un amas à $z_L = 0,3$ consistant en deux halos *PIEMD* dissymétriques dont les paramètres sont reportés à la Tab. 2.12. Près de leurs lignes critiques respectives, on identifie trois systèmes d'images multiples : un tangentiel à $z_{S1} = 0,6$, un radial à $z_{S2} = 1,0$ et un autre tangentiel à $z_{S3} = 2$. Les unités sont données en secondes d'arc. 227

- 2.12 Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 6$ degrés de liberté. Le χ^2 est calculé lors de l'ajustement des images de la Fig. 2.9 par le même potentiel ayant servi à les engendrer, soit en considérant deux halos *PIEMD*. Les paramètres ajustables sont les dispersions de vitesse centrales et les rayons de cœur de chacun d'eux (voir la Tab. 2.11). $\chi^2_{\min} = 9$. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 227
- 2.13 Niveaux de confiance obtenus dans le plan $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ pour un χ^2 à $\nu = 60$ degrés de liberté. Le χ^2 est obtenu en ajoutant ceux issus des procédures d'ajustement de différentes configurations d'images (Tab. 2.13). Dans chaque cas, l'optimisation se fait avec le même potentiel que celui ayant généré les systèmes d'images, soit un halo *PIEMD* dont on considère les paramètres physiques (σ_0 , θ_c et θ_t) comme ajustables. La croix (+) représente les valeurs initiales choisies pour générer les images : soit dans chaque cas $(\Omega_{M0}^0, \Omega_{\Lambda}^0) = (0,3; 0,7)$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. On a superposé en traits pleins les mêmes niveaux de confiance obtenus avec un seul amas-lentille (cas $k = 4$ de la Tab. 2.13, voir aussi la Fig. 2.6). 229
- 2.14 Evolution des niveaux de confiance suivant le nombre d'amas. Pour comparaison, les χ^2 sont normalisés à une valeur correspondant à 1 seul amas. Les niveaux de confiance à $1, 2$ et 3σ sont obtenus en considérant que chaque amas est optimisé avec $\nu = 10$ degrés de liberté. Par rapport à ce qu'on obtiendrait dans le cas d'un amas (---), plus le nombre n d'amas augmente, plus les niveaux de confiance se resserrent (—). En particulier, les niveaux à 2 et 3σ diminuent fortement, alors que celui à 1σ reste assez robuste. Les probabilités à $1, 2$ et 3σ sont respectivement de 68,3 %, 95,5 % et 99,7 %. 229
- 3.1 Amas de galaxies Abell 2218 ($z_L = 0,1756$). **À gauche :** image *HST* faisant apparaître la structure bimodale (deux halos centrés sur la galaxie *cD* principale, à l'origine, et sur deux autres galaxies, à une distance d'environ $70''$). On a mis en évidence les quatre systèmes d'images multiples (○) ($z_{S1} = 0,702$, $z_{S2} = 1,034$, $z_{S3} = 2,515$ et $z_{S4} = 5,576$) ainsi que les images redonnées par le meilleur modèle de potentiel (○). On a tracé, pour cette même optimisation, les lignes critiques (—) et caustiques (—) à z_{S3} . **À droite :** Meilleur modèle de masse projetée Σ rendant compte au mieux des positions des images multiples. Il se fonde sur deux halos principaux et considère la contribution des galaxies individuelles. Les niveaux de gris reproduisent les contours de Σ (voir également la Fig. 3.2). 234

- 3.2 Modèle de masse projetée Σ (en kg m^{-2}) rendant compte au mieux des positions des images multiples dans A2218 (voir Fig. 3.1). La figure montre la distribution spatiale et les iso-contours de Σ , en fonction des coordonnées spatiales (X,Y) exprimées en ". Ce modèle se fonde sur deux halos principaux et considère la contribution des galaxies individuelles. 241
- 3.3 Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 16 - 6 = 10$ degrés de liberté. Le χ^2 est résulte de l'optimisation, pour chaque cosmologie $((\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ **à gauche** et (Ω_{M0}, w) **à droite**), des quatre paramètres libres (σ_{01} , θ_{c1} , σ_{02} et θ_{c2} , voir Figs 3.4 et 3.5) du potentiel gravitationnel décrivant l'amas A2218. Le meilleur ajustement est obtenu pour le modèle reproduisant au mieux les positions des images multiples (voir Fig. 3.1). Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit respectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %. 241
- 3.4 Paramètres libres σ_0 (**à gauche**) et θ_c (**à droite**) correspondant respectivement à la modélisation du halo central (**en haut**) et du halo secondaire (**en bas**) de A2218. Ces valeurs sont obtenues pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 3.1, en fonction de $(\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda)$ (voir Fig. 3.3). 248
- 3.5 Paramètres libres σ_0 (**à gauche**) et θ_c (**à droite**) correspondant respectivement à la modélisation du halo central (**en haut**) et du halo secondaire (**en bas**) de A2218. Ces valeurs sont obtenues pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 3.1, en fonction de (Ω_{M0}, w) (voir Fig. 3.3). 249
- 3.6 Amas de galaxies AC114 ($z_L = 0,312$). **En haut** : image *HST* faisant apparaître un halo de matière noire principal au centre. On a mis en évidence les trois systèmes d'images multiples (**○**) ($z_{S1} = 1,691$, $z_{S2} = 1,867$ et $z_{S3} = 3,347$ ainsi que les images redonnées par le meilleur modèle de potentiel (**○**). On a tracé, pour cette même optimisation, les lignes critiques (—) et caustiques (—) à z_{S2} . **En bas** : Meilleur modèle de masse projetée Σ rendant compte au mieux des positions des images multiples. Il se fonde sur un halo principal et deux secondaires ; il considère également la contribution des galaxies individuelles. Les niveaux de gris reproduisent les contours de Σ (voir également la Fig. 3.7). 250
- 3.7 Modèle de masse projetée Σ (en kg m^{-2}) rendant compte au mieux des positions des images multiples dans AC114 (voir Fig. 3.6). La figure montre la distribution spatiale et les iso-contours de Σ , en fonction des coordonnées spatiales (X,Y) exprimées en ". Ce modèle se fonde sur trois halos principaux et considère la contribution des galaxies individuelles. 258

3.8	Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = N_C - N_L = 18 - 4 = 14$ degrés de liberté. Le χ^2 est résulte de l'optimisation, pour chaque cosmologie (($\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda$) à gauche et (Ω_{M0}, w) à droite) des deux paramètres libres (σ_0 et θ_c , voir Figs 3.9 et 3.10) du potentiel gravitationnel décrivant l'amas AC114. Le meilleur ajustement est obtenu pour le modèle reproduisant au mieux les positions des images multiples (voir Fig. 3.6). Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit repectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.	258
3.9	Paramètres libres σ_0 (à gauche) et θ_c (à droite) suivant la modélisation de AC114. Ces valeurs sont obtenues pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 3.6, en fonction de ($\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda$) (voir Fig. 3.8).	259
3.10	Paramètres libres σ_0 (à gauche) et θ_c (à droite) suivant la modélisation de AC114. Ces valeurs sont obtenues pour les meilleurs ajustements de la configuration d'images de la Fig. 3.6, en fonction de (Ω_{M0}, w) (voir Fig. 3.8).	259
3.11	Niveaux de confiance obtenus pour un χ^2 à $\nu = \nu_{A2218} + \nu_{AC114} = 10 + 14 = 24$ degrés de liberté. Le χ^2 résulte de l'optimisation, pour chaque cosmologie (($\Omega_{M0}, \Omega_\Lambda$) à gauche et (Ω_{M0}, w) à droite). $\chi^2_{\min} = 4,1$. Les contours varient de 1σ à 4σ du plus foncé au plus clair, soit repectivement des probabilités de 68,3 %, 95,5 %, 99,7 % et 99,99 %.	261
1.12	Spectres des 46 galaxies observées en arrière-plan de A1689 dont le décalage spectral a pu être déterminé (à gauche), ainsi que la portion de champ ($30'' \times 30''$) les identifiant (cercle) (à droite). L'identifiant au dessus de chaque spectre se réfère à celui employé à la Tab. 1.9, qui donne également la photométrie de l'objet. La Fig. 1.13 montre quant à elle de façon globale les arcs centraux. Les flux monochromatiques F_λ sont calibrés et exprimés en $10^{-11} \text{ W m}^{-2} \text{ m}^{-1}$	271
1.12	Fin.	282
1.13	Image du centre de l'amas A1689 ($z_L=0,184$) prise la caméra <i>WFPC2</i> du <i>HST</i> dans la bande <i>F555 W</i> . On a identifié les principaux arcs présents suivant la nomenclature de la Tab. 1.9, qui donne également leur photométrie ainsi que leur décalage spectral s'il a pu être déterminé (voir alors les spectres de la Fig. 1.12). Les images appartenant à un même système multiple sont suivies d'une lettre minuscule identique. En particulier, $z_{Sa}=1,834$ et $z_{Sb}=4,868$	283

Liste des publications

Revue à comité de lecture

- G. GOLSE & J.-P. KNEIB 2002, Pseudo Elliptical NFW Lensing Mass Model, *A&A* **390**, 821
- G. GOLSE, J.-P. KNEIB & G. SOUCAIL 2002, Constraining the Cosmological Parameters using Strong Lensing, *A&A* **387**, 788
- C. LIDMAN, F. COURBIN, J.-P. KNEIB, G. GOLSE, F. CASTANDER & G. SOUCAIL 2000, Exploring the gravitationally lensed system HE 1104–1805: VLT spectroscopy of the lens at $z = 0.729$, *A&A* **364**, L62

Comptes-rendus de colloques

- G. GOLSE, J.-P. KNEIB & G. SOUCAIL 2002, Constraints on $(\Omega_{M0}, \Omega_{\Lambda})$ from strong lensing in AC 114, *XXXVII^e Rencontres de Moriond*, [astro-ph/0205357](#)
- G. GOLSE, J.-P. KNEIB & G. SOUCAIL 2001, Constraints on (Ω, Λ) from strong lensing clusters, *Sesto 2001 International Workshop*, PASP, sous presse, [astro-ph/0109552](#)
- G. GOLSE, J.-P. KNEIB & G. SOUCAIL 2000, Constraining the Cosmological Parameters from Gravitational Lenses with Several Families of Images, *IAP 2000 meeting*, édité par F. Durret & D. Gerbal, [astro-ph/0010324](#)
- G. GOLSE, J.-P. KNEIB & G. SOUCAIL 2000, Constraining $(\Omega_m, \Omega_{\Lambda})$ from strong lensing, *XXth Moriond Astrophysics Meeting*, édité par J.-P. Kneib, Y. Mellier, M. Moniez & J. Tran Thanh Van, [astro-ph/0007153](#)
- F. COURBIN, C. LIDMAN, I. BURUD, J. HJORTH, P. MAGAIN, G. GOLSE & F. J. CASTANDER 2000, Lensed quasars: a matter of resolution, *ESO-Messenger* **101**, 17
- G. GOLSE, H. JIRARI, H. KRÖGER & K. J. M. MORIARTY 1998, Generalized Aharonov-Bohm Effect, *Causality and Locality in Modern Physics*, édité par G. Hunter, S. Jeffers, & J.-P. Vigier. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p.67

Communiqué de presse

- G. GOLSE & F. J. CASTANDER 2000, First Visiting Astronomers at VLT KUEYEN, A Deep Look into the Universal Hall of Mirrors, *ESO Press Release 10/00*, <http://www.eso.org/outreach/press-rel/pr-2000/pr-10-00.html>

Annexe A

**Article Lidman et al. (2000) A&A
364, L62**

*Letter to the Editor***Exploring the gravitationally lensed system HE 1104–1805: VLT spectroscopy of the lens at $z=0.729^*$** **C. Lidman¹, F. Courbin², J.-P. Kneib³, G. Golse³, F. Castander³, and G. Soucail³**¹ European Southern Observatory, Casilla 19, Santiago, Chile (clidman@eso.org)² Universidad Católica de Chile, Departamento de Astronomía y Astrofísica, Casilla 306, Santiago 22, Chile (fcourbin@astro.puc.cl)³ Observatoire Midi-Pyrénées, Laboratoire d'Astrophysique, UMR5572, 14 Avenue Edouard Belin, 31000, Toulouse, France (kneib@obs-mip.fr, ggolse@obs-mip.fr, castander@obs-mip.fr, soucail@obs-mip.fr)

Received 7 September 2000 / Accepted 9 October 2000

Abstract. Using FORS2, mounted on Kueyen (UT2 of the VLT), we have obtained the redshift of the lensing galaxy in the gravitational lens system HE 1104–1805. We measure $z = 0.729 \pm 0.001$, in good agreement with previous estimates based on the time delay and the position of the lens on the fundamental plane. It also coincides with one of the metal line absorption systems that are seen in high resolution spectra of HE 1104–1805.

Key words: cosmology: gravitational lensing – galaxies: quasars: individual: – Magnetohydrodynamics (MHD)

1. Introduction

HE 1104–1805 was discovered as part of the Hamburg/ESO Quasar Survey and was first identified as a gravitational lens candidate by Wisotzki et al. (1993). It consists of two lensed images of a radio-quiet quasar at $z=2.319$ that are separated by $\sim 3.2''$. The lensing galaxy was discovered from ground based near-IR (Courbin, Lidman & Magain, 1998) and HST optical observations (Remy et al. 1998; hereafter R98) and is $1''$ from the brighter quasar image (component A).

From a spectrophotometric monitoring program that lasted several years, Wisotzki et al. (1998; hereafter W98) measured a time delay of 0.73 years between the two components. To convert this into an estimate of the Hubble Constant, one needs to determine the geometry of the system (astrometry and lens and source redshifts) and to model the mass distribution of the lens. Several mass models for the lens have been published (W98; R98; Courbin et al. 2000; hereafter C2000; Lehar et al. 2000) and precise astrometry from HST images is available. Since the source redshift is known, the remaining unknown is the redshift of the lens.

In their discovery paper, Wisotzki et al. (1993) noted that the continuum of component A was considerably harder than that of component B, and that the broad emission lines of the two components were identical, only scaled by a factor of 2.8. This was still the case during the spectrophotometric monitoring carried out by Wisotzki et al. (1998) and in IR spectra covering the 1 to 2.5 μm range (C2000). This has been interpreted as microlensing of the continuum emitting region of the quasar in component A, which is twice as close to the lensing galaxy as component B. Presumably, the broad line region is too large to be affected. It may be possible to use this information to gain insight into the geometries and sizes of the continuum emitting and broad line regions; however, detailed predictions require the lens redshift.

From high resolution spectroscopic observations (Smette et al. 1995; Lopez et al. 1999), several metallic absorption line systems have been detected: $z = 0.517, 0.728, 1.280, 1.320, 1.662, 1.860, 2.220$ and $z = 2.300$. The systems at $z = 0.728, z = 1.320$ and $z = 1.662$ contain lines that are mostly detected in component A, the component that is closest to the lens. At one time or another, each system has been individually proposed to be the lens.

Despite its importance, the redshift of the lensing galaxy has proved elusive. Apart from the many unpublished attempts to measure it, the redshift of the lens has been estimated by indirect means. From IR and optical photometry, C2000 gave a redshift in the range $z = 0.8$ to $z = 1.2$ while from the time delay and a model of the lens, W98 estimated $z = 0.79$. From the position of the lens on the fundamental plane, Kochanek et al. (2000) derived $z = 0.77$. Although model dependent, the two latter estimates prove to be very close to the truth.

In this paper we describe the successful measurement of the lens redshift, $z = 0.729$, using the spectral deconvolution method described by Courbin et al. (2000).

Send offprint requests to: C. Lidman

* Based on observations collected during ESO Program 65.O-0566(A)

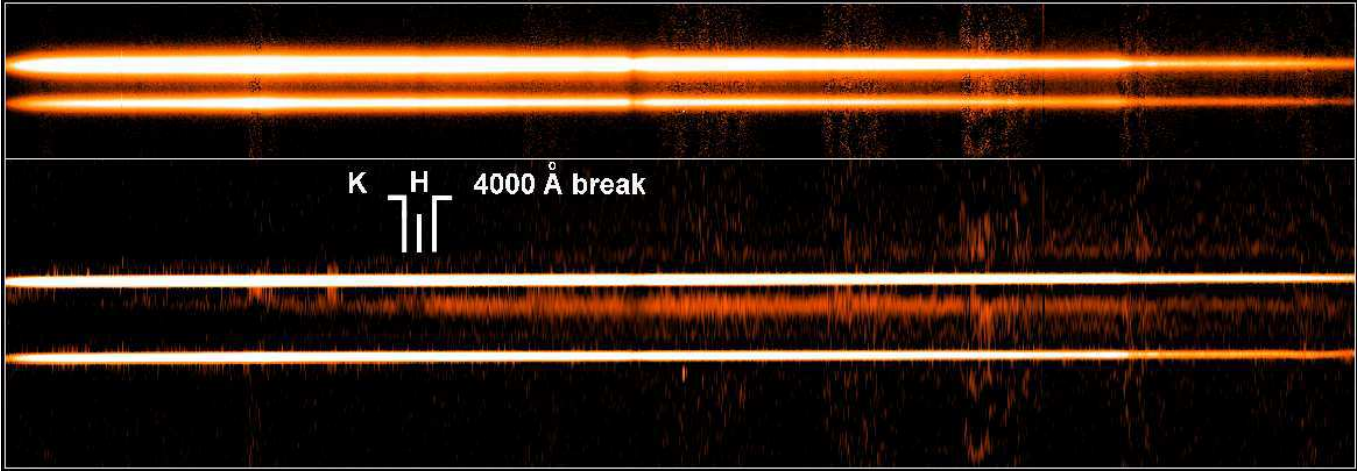


Fig. 1. *Top:* the 2D sky-subtracted spectrum of HE 1104–1805. This spectrum is the mean of the three 1080s exposures. *Bottom:* deconvolved spectrum. The spectra of the quasar images have a FWHM of $0.2''$. The pixel size is half that of the original data (hence, the height of this image is twice that of the original), i.e., $0.05''$. The main features of the lensing galaxy are marked. The scale in the spatial direction is given by the separation between the 2 quasar images, i.e., $3.14''$.

2. Observations-Reductions

The observations were taken with FORS2 on Kueyen (VLT/UT2) at the Cerro Paranal Observatory on April 1st, 2000, which also happened to be the first scheduled observing night for this telescope, and consisted of three 1080 second exposures with the G200I grism and the high resolution collimator. This gives a scale of $0.1''$ per pixel in the spatial direction and a scale of approximately 4\AA per pixel in the spectral direction. The observing conditions were clear and the external seeing varied between $0.5''$ and $0.9''$.

We used the movable slits in the FORS2 focal plane to select targets and set the slit width. One slit was placed on HE 1104–1805 and aligned along the two quasar components, three slits were placed on field stars that were used to determine the PSF required for the deconvolution (see below) and to correct for telluric absorption. Used in this mode, the slits of FORS2 have a fixed length. This is less flexible than punched or laser designed masks, but it was adequate for our experiment.

The slit width was set to $1''$, which is larger than the FWHM of the images. For the deconvolution to work well, it is important that the targets are not too heavily occulted by the slit edges, since this can lead to differential occultation between the PSF stars and the quasar images and hence to a less accurate deconvolution. This can be minimized by carefully centroiding the stars in the slits and by having slits that are significantly wider than the PSF. Additionally, preparing the mask from an image that was taken with the same instrument, as was done in this case, also minimises differential alignment errors.

Instrumental signatures were removed in the standard manner using IRAF. The bias was removed by subtracting a constant from each frame and the pixel-to-pixel sensitivities were normalised with screen flats. The arc frames were used to correct for slit distortion and to set the wavelength scale. All spectra were rebinned to the same linear wavelength scale. The position of

the night sky lines and the absorption features in component A were used to check the accuracy of the wavelength calibration, which was found to be around 3\AA .

3. Spectral deconvolution: deblending the lens and source

The lensing galaxy is four to five magnitudes fainter than component A of HE 1104–1805 and only one arc second away. Even with excellent seeing, the spectrum of the lens is heavily contaminated by that of the quasar and needs to be extracted with sophisticated techniques.

The technique implemented by Courbin et al. (2000) spatially deconvolves spectra and decomposes them into point-sources and extended components. It is therefore very well suited to the present problem: extracting the spectrum of a faint extended lens galaxy close to a bright quasar spectrum. As is the case with image deconvolution, a reference PSF is necessary. Out of the three PSF stars that were available, two were unfortunately too faint. In order to build the PSF spectrum, we therefore used only one PSF star (which was slightly fainter than the quasar itself) in combination with the spectrum of the bright quasar image itself. Only half of the spatial profile of the quasar was actually used, the one unaffected by light contamination from the lensing galaxy. The deconvolved spectrum has a pixel size of $0.05''$ while the undeconvolved data have a pixel size of $0.1''$. The deconvolved spectrum is displayed in Fig. 1.

As the PSF stars were observed at exactly the same time and under the same conditions as the lensed quasar, they could also be used to remove telluric features. The spectra of the PSF stars were combined and then divided directly into the spectra of the lens and the two components of the quasar. Before division, the continuum of the PSF stars was normalised with a high-order function and obvious absorption features, such as $H\alpha$ and the Calcium triplet at 8600\AA , were removed. As we do not know the

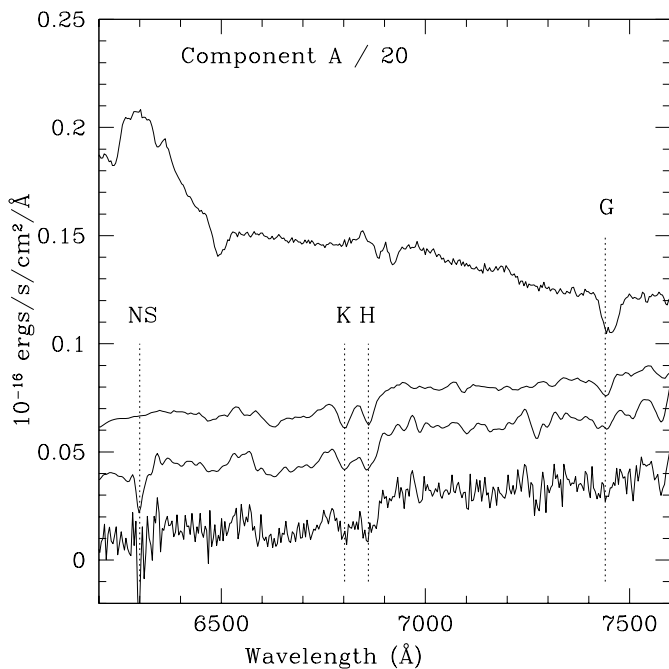


Fig. 2. From bottom to top the curves are: an unsmoothed spectrum of the lens in HE 1104–1805; a smoothed version with a vertical offset of 0.03 units; the spectrum of the template galaxy used in the cross correlation with a vertical offset of 0.05 units; and the spectrum of component A of the quasar divided by 20. The major absorption lines are identified with the dotted lines. A night sky feature at 6300 Å is also marked. The spectrum of the lens shows no trace of contamination by the quasar emission lines.

spectral type of the PSF stars, weaker features may be present. Ideally, one should choose hot, featureless stars to make such a correction. Despite this, the correction works rather well.

The 1-D spectrum of the lens, extracted directly from the 2-D deconvolved image (extended component only), is shown in Fig. 2. An unsmoothed version and a smoothed version shifted by 0.03 units on the vertical scale are shown in the lower half of the figure. Also shown, but reduced by a factor of 20, is the spectrum of component A. The Calcium H and K absorption lines of the lensing galaxy are clearly detected and the G-band is marginally detected. The redshift was measured by cross correlating the lens spectrum with the elliptical template from the Kinney-Calzetti spectral atlas (Kinney et al. 1994), which has been plotted (third curve from the bottom) with a shift of 0.05 units in Fig. 2. For this we used the IRAF task RVSAO v2.0 (Kurtz and Mink 1998). The redshift is $z = 0.729 \pm 0.001$, where the error incorporates the internal error reported by the cross-correlation routine and the error in the wavelength calibration. An alternative measure of the accuracy is given by the r -statistic of Tonry and Davis (1979), which is the signal-to-noise ratio of the main peak in the cross correlation. We find that $r = 4.1$, which indicates that the redshift is reliable (Kurtz & Mink 2000).

The redshift is in good agreement with the redshift of the multiple absorption line system at a redshift of $z = 0.728$ (Smette et al. 1995; Lopez, 1999). This absorption line sys-

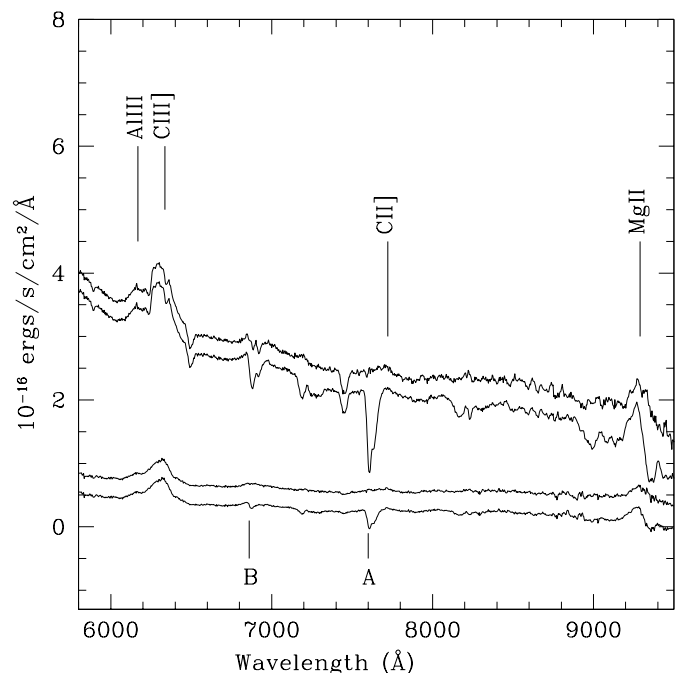


Fig. 3. One dimensional spectra of components A and B of HE 1104–1805. Both the spectra before and after the correction for telluric features was applied are shown. For clarity, the uncorrected spectra are shifted down by 0.3 units. The main quasar emission lines and the atmospheric A and B bands are marked.

tem is made up of many sub-components spread over a range of redshifts ($\Delta z \approx 0.001$). Although it is not possible to say if the absorption line system and the lens are the same object, the two systems are probably dynamically associated.

As the quality of the PSF was not optimal, the quasar spectra from the deconvolved images are noisier than what one would calculate from the photon noise only. Therefore, the extraction of the quasar spectra was not done from the deconvolved spectrum but with narrow apertures from the undeconvolved spectrum. Since the galaxy is much fainter than either component of the quasar and since it is not spatially coincident, the contamination of the quasar spectra by the lensing galaxy is negligible.

The spectra of the two components of the quasar are shown in Fig. 3. In this figure we plot the data before and after the telluric features have been removed. The A and B atmospheric bands are removed very well and the FeII absorption lines at $z = 1.66$ become visible. Additionally, the MgII emission line, which is almost obscured by the strong telluric feature at 9300 Å, is recovered.

As in W98 and C2000, we also plot the difference between the spectrum of component A and a scaled version of the spectrum of component B, that is $f_\lambda(A) - c \cdot f_\lambda(B)$, where, c , is set to 2.8. The difference is plotted in Fig. 4, where we plot it before and after telluric correction. Apart from a slight excess at 6390 Å and the metallic absorption lines in component A, the broad lines of the quasar disappear and only the excess continuum from component A remains. The strongest absorbers are now clear and are marked with the vertical dotted lines. The

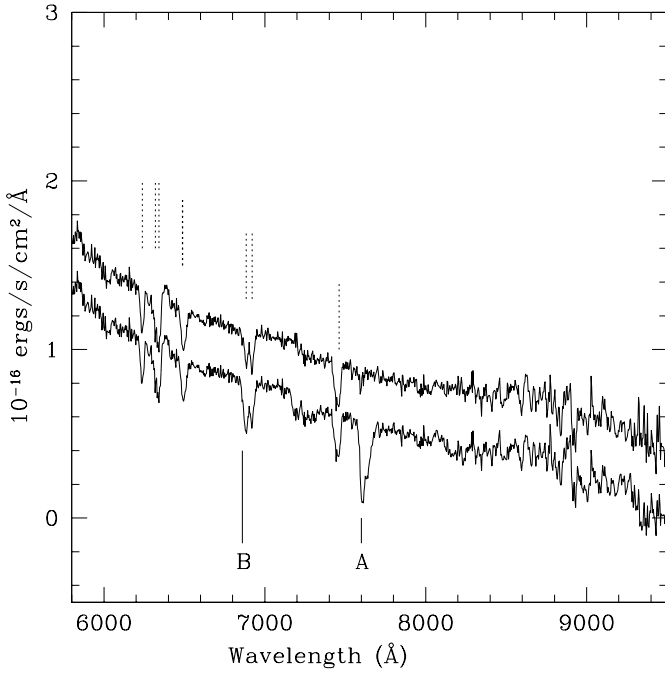


Fig. 4. The difference between the spectra of components A and B of HE 1104–1805. Both the spectra before and after the correction for telluric features was applied are shown. For clarity, the uncorrected spectra are shifted down by 0.3 units. The strongest absorbers are now clear and are marked with the vertical dotted lines. The atmospheric A and B bands are also marked.

wavelengths of the main absorption lines and the redshifts of the corresponding absorption line systems are given in Smette et al. (1995).

4. Discussion

The aim of our observations were modest: to measure the redshift of the lensing galaxy in HE 1104–1805, one of the ever growing list of lenses with known time delays. This was possible with only one hour of VLT time during average weather conditions. The prospects of measuring the lens redshifts in other systems are therefore very good, at least for double systems, where aligning the slit simultaneously on the quasar images and on the lens is straightforward.

With the time delay and the lens and source redshifts known and several mass models published, it is relatively straight forward to derive the Hubble constant. W98 present two models to describe the lens: a singular isothermal sphere with external shear and a singular isothermal ellipsoid without external shear. For the former (the model presented by R98 is very similar), one derives $H_0 = 52$ km/s/Mpc and for the latter, one derives $H_0 = 59$ km/s/Mpc. We have set $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0.3, 0.7)$. C2000 also present two models: a singular ellipsoid without external shear and a two component model which consists of a singular isothermal ellipsoid to represent the lensing galaxy and a more extended component representing a galaxy cluster centered on the lensing galaxy. The first model leads to $H_0 = 62$

km/s/Mpc, but the second leads to values for the Hubble Constant which are a factor of 1.5 to 2 lower.

HE 1104–1805 is somewhat unusual in that the lensing galaxy is closest to the brighter component. It has been pointed out by several authors that the lens probably does not consist of a single galaxy (W98, R98, C2000; Lehar et al. 2000). Additional extended mass is required to match all the observational constraints: the position of the two images relative to the lens, the magnification ratio of the images, and the lens orientation and ellipticity. Deep images in the near-IR may be able to reveal the distribution of this additional mass.

As the lens appears to be associated with the absorption system seen in the quasar spectrum at $z = 0.728$, one could use the velocity spread in this system to constrain the lens velocity dispersion. However, this assumes that the absorption line system and the lens are the same object or, at the very least, in the same potential well. Without further supporting evidence that links the absorption line system to lens, it is premature to use the velocity spread as a constraint on the mass models.

The lens redshift estimates of W98 and Kochanek et al. (2000) have proven to be accurate, whereas the estimate of C2000 from IR and optical photometry is less so. The optical photometry is in good agreement with the VLT spectrum; however, if the lens is an elliptical galaxy, then the IR points are over-estimated by 0.3 magnitudes. The cause of this discrepancy requires further investigation.

Acknowledgements. It is a pleasure to thank Thomas Szeifert for his expert support at the telescope. Frédéric Courbin acknowledges financial support from the Chilean grant FONDECYT/3990024. Additional support from the European Southern Observatory, through CNRS/CONICYT grant 8730 “Mirages gravitationnels avec le VLT: Distribution de matière noire et contraintes cosmologiques” as well as through the TMR LENSNET network (ERBFMRXCT97-0172), is also gratefully acknowledged.

References

- Courbin, F., Lidman, C., Magain, P., 1998, *A&A*, 330, 57
- Courbin, F., Lidman, C., Meylan, G., Kneib, J.-P., Magain, P., 2000, *A&A*, 360, 853 (C2000)
- Courbin, F., Magain, P., Kirkove, M., Sohy, S. 2000, *ApJ*, 529, 1136
- Lehar, J., Falco, E., Kochanek, C. et al., 2000, *ApJ*, 536, 584.
- Lopez, S., Reimers, D., Rauch, M., Sragent, S., Smette, A., 1999, *ApJ*, 513, 598
- Lopez, S., 1999, PhD Thesis, U. of Hamburg
- Kinney, A.L., Calzetti, D., Bohlin, R.C., McQuade, K., Storchi-Bergmann, T., Schmitt, H.R. 1996, *ApJ*, 467, 38
- Kochanek, C. S., Falco, E., Impey, C. D., Lehar, J. Rix, H.-W. et al. 2000, *ApJ*, in press (astro-ph/9909018)
- Kurtz, M. J., Mink, D. J., 1998, *PASP*, 110, 934
- Remy, M., Claeskens, J.-F., Surdej, J., et al. 1998, *NewA*, 3, 379 (R98)
- Smette, A., Robertson, J. G., Shaver, P. A., Reimers, D., Wisotzki, L., Köhler, T., 1995, *A&AS*, 113, 199
- Tonry, J. and Davis, M., 1995, *AJ*, 84, 1511.
- Wisotzki, L., Köhler, T., Kayser, R., Reimers, D., 1993, *A&A*, 278, L15
- Wisotzki, L., Wucknitz, O., Lopez, S., Sørensen, A., 1998, *A&A*, 339, L73 (W98)

Annexe B

**Article Golse, Kneib & Soucail (2002)
A&A 387, 788**

Constraining the cosmological parameters using strong lensing

G. Golse, J.-P. Kneib, and G. Soucail

Laboratoire d'Astrophysique, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 Av. E. Belin, 31400 Toulouse, France

Received 16 March 2001 / Accepted 18 March 2002

Abstract. We investigate the potential of using strong lensing clusters to constrain the cosmological parameters Ω_m and Ω_λ . The existence of a multiple image system with known redshift allows, for a given $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ cosmology, absolute calibration of the total mass deduced from lens modelling. Recent *Hubble Space Telescope* (*HST*) observations of galaxy clusters reveal a large number of multiple images, which are predicted to be at different redshifts. If it is possible to measure spectroscopically the redshifts of *many* multiple images then one can in principle constrain $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ through ratios of angular diameter distances, *independently* of any external assumptions. For a regular/relaxed cluster observed by *HST* with 3 multiple image systems, each with different spectroscopic redshifts, we show by analytic calculation that the following uncertainties can be expected: $\Omega_m = 0.30 \pm 0.11$, $\Omega_\lambda = 0.70 \pm 0.23$ or $\Omega_m = 1.00 \pm 0.17$, $\Omega_\lambda = 0.00 \pm 0.48$ for the two most popular world models. Numerical tests on simulated data confirm these good constraints, even in the case of more realistic cluster potentials, such as bimodal clusters, or when including perturbations by galaxies. To investigate the sensitivity of the method to different mass profiles, we also use an analytic “pseudo-elliptical” Navarro et al. profile in the simulations. These constraints can be improved if more than 3 multiple images with spectroscopic redshifts are observed, or by combining the results from different clusters. Some prospects on the determination of the cosmological parameters with gravitational lensing are given.

Key words. cosmology: cosmological parameters – gravitational lensing – cosmology: dark matter – galaxies: clusters: general

1. Introduction

A new “standard cosmological model” has arisen in the last few years, favoring a flat Universe with $\Omega_m \sim 0.3$ and $\Omega_\lambda \sim 0.7$. This is mainly based on the results of two experiments which give roughly orthogonal constraints in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane (see Fig. 1 for a recent update). The first one is obtained by considering type Ia supernovae (SNIa) as standard candles. The detection of a sample of high redshift SNIa (up to $z \sim 1$) by two groups favours a non-vanishing cosmological constant (Perlmutter et al. 1998; Riess et al. 1998), large enough to produce an accelerating expansion. However, evidence for a non-zero cosmological constant is still controversial, since supernovae might evolve with redshift and/or may be dimmed by intergalactic dust (Aguirre 1999). The fundamental assumption of a homogeneous Universe and its implication for a non-zero cosmological constant are also discussed (Célérier 2000; Kolatt & Lahav 2001). The second constraint is derived from the location of features in the cosmic microwave background (CMB) anisotropy spectrum, particularly the first Doppler peak. The most recent results obtained with the Boomerang and MAXIMA experiments favor a flat Universe (Balbi et al. 2000; Melchiorri et al. 2000). However, there still remains a degeneracy in the

combination of Ω_m and Ω_λ because CMB experiments are primarily sensitive to the total curvature of the Universe. Even with the accuracy of the future *MAP* and *Planck* missions, the constraint issued from the CMB alone will be degenerate.

The combination of these two sets of constraints has led to the currently favored model of low matter density and a non-zero cosmological constant, preserving a flat geometry (e.g. White 1998; Efstathiou et al. 1999; Freedman 2000; Sahni & Starobinsky 2000; Jaffe et al. 2001). Although these recent results are quite spectacular, there still remain many sources of uncertainties with both methods. Thus any other independent test to constrain the large scale geometry of the Universe is important to investigate. Gravitational lensing, an effect involving large distance scales, has been considered as a very promising tool for such determinations. Indeed, the statistics of gravitational lenses depend on the cosmological parameters via angular size distances and the comoving spherical volume (e.g. Turner et al. 1984; Turner 1990; Kochanek 1996; Falco et al. 1998). This technique has provided an upper limit on Ω_λ using different surveys of galaxy lens systems: multiple quasar statistics (Kochanek 1996; Chiba & Yoshii 1999), lensed radio sources (Cooray 1999), lensed galaxies in the Hubble Deep Field (Cooray et al. 1999). Although most authors favor a lambda-dominated flat Universe, there remain some uncertainties in the mass distribution

Send offprint requests to: G. Golse,
 e-mail: ghislain.golse@ast.obs-mip.fr

of the galaxy lenses and on the luminosity function of the sources. Evolutionary effects may also play a role in these statistics.

Another application of gravitational lensing to constrain the cosmological parameters is to use the statistics of the “cosmic” shear variance. Van Waerbeke et al. (1999) showed that it is related to the power spectrum of the large scale mass fluctuations, and then to Ω_m . The first results of deep wide field imaging surveys favor Ω_m in the range [0.2–0.5] (Maoli et al. 2001; Van Waerbeke et al. 2001; Bacon et al. 2000; Wittman et al. 2000). Imaging surveys with the next generation of panoramic CCD cameras will reinforce this very promising technique. In the case of weak lensing by clusters of galaxies, Lombardi & Bertin (1999) and Gautret et al. (2000) suggested methods to constrain the geometry of the Universe. These methods need however to recover the mass distribution and/or to know accurately the redshift of a huge number of distant galaxies, making this method not practical in the near future.

In this paper, we focus on a measurement technique of $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ using gravitational lensing as *a purely geometrical test of the curvature of the Universe*, since the lens equation depends on the ratio of angular size distances which is sensitive to the cosmological parameters. In the most favorable case, a massive cluster of galaxies can lens several background galaxies, splitting the images into several families of multiple images. The existence of one family of multiple images, at known redshift, allows to calibrate the total cluster mass in an absolute way. In the case of several sets of multiple images with known redshifts, it is possible in principle to constrain the geometry of the Universe. This method was pointed out by Blandford & Narayan (1992), and earlier suggested by Paczynski & Gorski (1981), but the uncertainties in any lens studies were considered too large compared to the small variations induced by the cosmological parameters. More recently, Link & Pierce (1998) (hereafter LP98) re-analysed the question in the light of the typical accuracy reached with HST images of clusters of galaxies. Following their method, which inspired our work, we try to quantify in this paper what can be reasonably obtained on $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ from accurate lens modeling of realistic cluster-lenses.

The paper is organized as follows. In Sect. 2 we summarize the main lensing equations and we introduce the relevant angular size distance ratio which contains the dependence on the cosmological parameters. The variation of this ratio is then compared to that of other variables (lens potential parameters and redshifts) to derive the expected uncertainties on Ω_m and Ω_λ . In Sect. 3 we present the method in detail and the results from simulations of various types of families of images and of different types of lens potentials. Some conclusions and prospects for the application to real data are discussed in Sect. 4. Throughout this paper we assume $H_0 = 65 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ (note however that the proposed method and results are independent of H_0).

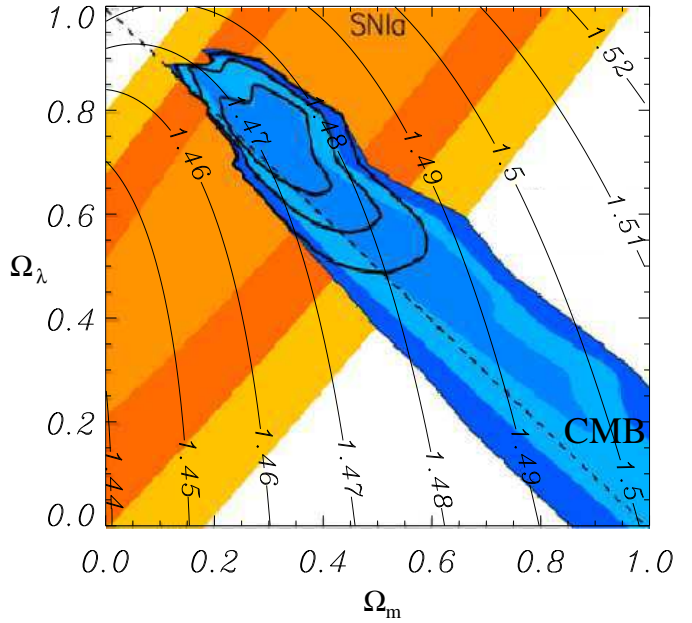


Fig. 1. Constraints on $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ derived from the most recent results of the BOOMERANG and MAXIMA-I experiments on the CMB fluctuations and the last results from the SNIa analysis (from Jaffe et al. 2001). Overplotted is the ratio of the geometrical factor of the lens equation for two source redshifts, $e(z_{S1}, z_{S2}) = E(z_{S1})/E(z_{S2})$ as discussed in the text. In this example, the redshifts are chosen as representative of a typical lens configuration: $z_L = 0.3$, $z_{S1} = 0.7$ and $z_{S2} = 2$.

2. Influence of Ω_m and Ω_λ on image formation

2.1. Cosmology dependent lensing relations

We first define the basic mathematical framework, following the formalism presented in Schneider et al. (1992). We consider a lens at a redshift z_L with a two-dimensional projected mass distribution $\Sigma(\theta)$ and a projected gravitational potential $\phi(\theta)$, where θ is a two-dimensional vector representing the angular position. A source galaxy with redshift z_S is located at position θ_S in the absence of a lens, and its image is at position θ_I . In the lens equation

$$\begin{cases} \theta_S = \theta_I - \frac{\nabla \phi(\theta_I)}{c^2 \frac{D_{LS}}{D_{OL} D_{OS}}} \\ \phi(\theta) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OL} D_{OS}} \phi(\theta), \end{cases} \quad (1)$$

D_{OL} , D_{LS} and D_{OS} are respectively the angular diameter distances from the Observer to the Lens, from the Lens to the Source and from the Observer to the Source (Peebles 1993). ϕ is the reduced gravitational potential which satisfies $\nabla^2 \phi = 2 \Sigma / \Sigma_{\text{crit}}$ with the critical density

$$\Sigma_{\text{crit}} = \frac{c^2}{4\pi G} \frac{D_{OS}}{D_{LS} D_{OL}}. \quad (2)$$

In these equations the dependence on the cosmological parameters appears only through the angular diameter distances ratios $F = \frac{D_{OL} D_{LS}}{D_{OS}}$ and $E = \frac{D_{LS}}{D_{OS}}$ (E as “efficiency”) for a fixed cluster redshift. They correspond to

a scaling of the lens equation, reflecting the geometrical properties of the Universe.

In the general case, we can scale the potential gradient as:

$$\nabla\phi(\theta_{\mathbf{I}}) = \sigma_0^2 D_{\text{OL}} \mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}}, \theta_{\text{C}}, \alpha, \dots) \quad (3)$$

where σ_0 is the central velocity dispersion and \mathbf{f} a dimensionless function that describes the mass distribution of the cluster. It can be represented by fiducial parameters such as a core radius θ_{C} or a mass profile gradient α . The lens equation reads

$$\begin{aligned} \theta_{\mathbf{S}} &= \theta_{\mathbf{I}} - \frac{\sigma_0^2}{c^2} \frac{D_{\text{LS}}}{D_{\text{OS}}} \mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}}, \theta_{\text{C}}, \alpha, \dots) \\ &= \theta_{\mathbf{I}} - \frac{\sigma_0^2}{c^2} \mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}}, \theta_{\text{C}}, \alpha, \dots) \times E(\Omega_m, \Omega_\lambda, z_{\text{L}}, z_{\text{S}}). \end{aligned} \quad (4)$$

We will focus on the E -term which entirely contains the dependence on Ω_m and Ω_λ and which is *independent* of H_0 .

2.2. The E -term

For a given lens plane z_{L} , the ratio E increases rapidly as the source redshift increases, and then flattens at $z_{\text{S}} \sim 1.5$. There are also small but significant changes with the cosmological parameters (Fig. 2). The dependence of E with respect to Ω_m is weak, whereas the variation with Ω_λ is larger.

We now consider fixed redshifts for the lens and sources. Assuming a fixed world model, a single family of multiple images can in principle constrain the total cluster mass as well as the shape of the potential, removing the unknown position of the source $\theta_{\mathbf{S}}$ using Eq. (4). In practice, good constraints on the shape of the potential \mathbf{f} are obtained with triple, quadruple or quintuple image systems. However the absolute normalization σ_0 of the mass is degenerate with the E -term, that is with respect to Ω_m and Ω_λ .

2.3. Ratio of E -terms for 2 sets of source redshifts

To break this degeneracy a second family of multiple images is needed. To get rid of the strong dependence on σ_0 , it is useful to consider the ratio of the positions:

$$\frac{\|\theta_{\mathbf{I}_1^1} - \theta_{\mathbf{I}_2^1}\|}{\|\theta_{\mathbf{I}_1^2} - \theta_{\mathbf{I}_2^2}\|} = \frac{E(z_{\text{S1}}) \|\mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}_1^1}, \dots) - \mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}_2^1}, \dots)\|}{E(z_{\text{S2}}) \|\mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}_1^2}, \dots) - \mathbf{f}(\theta_{\mathbf{I}_2^2}, \dots)\|} \quad (5)$$

(here and hereafter, the superscript refers to a family and the subscript to a particular image within a family). This ratio is plotted in Fig. 1, highlighting the influence of Ω_m and Ω_λ through the ratio $e(z_{\text{S1}}, z_{\text{S2}}) = E(z_{\text{S1}})/E(z_{\text{S2}})$.

Note that the discrepancy between the different cosmological parameters is not very large, less than 3% between the Einstein-de Sitter model (EdS) and a flat, low matter density one. Moreover, a characteristic degeneracy appears in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane, which is roughly orthogonal to the one given by the detection of high redshift supernovae, and quite different from the CMB constraints.

A similar degeneracy was also found in the analog weak lensing analyses, (Lombardi & Bertin 1999) or by Gautret et al. (2000).

Another approach to quantify the dependence of a given lens configuration on Ω_m and Ω_λ is to fix the lens redshift and to search for two source redshifts z_{S1} and z_{S2} which give the largest variation of the E -term when scanning the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane. For illustration we arbitrarily choose two sets of cosmological parameters, for which the relative variation of E is large: CP1 ($\Omega_m = 0.3, \Omega_\lambda = 0$) and CP2 ($\Omega_m = 1, \Omega_\lambda = 0$, i.e. the EdS model). Varying z_{S1} and z_{S2} , the function $\varepsilon(z_{\text{S1}}, z_{\text{S2}}) = e_{\text{CP2}}(z_{\text{S1}}, z_{\text{S2}})/e_{\text{CP1}}(z_{\text{S1}}, z_{\text{S2}}) - 1$ represents the percentage of discrepancy between CP1 and CP2 for $z_{\text{S1}} \geq z_{\text{S2}} (\geq z_{\text{L}})$ (Fig. 3).

For a given high-redshift z_{S2} source the best lowest source redshift is $z_{\text{S1}} \simeq z_{\text{L}}$, and for a given z_{S1} the best z_{S2} is the highest redshift, the difference between cosmological models increasing with z_{S2} . In all cases, this relative difference is of the order of a few %, meaning that the lens mass distribution must be known to the same degree of accuracy to get further constraints on the cosmological parameters. Hence, for 2 systems of images, the best configuration is one background source close to the lens, in the rising part of $E(z_{\text{S}})$ and another one at high redshift, to take into account the asymptotic value of the ratio. Note however that for a source redshift close to the lens, the E -term becomes very small. Also, the location of the images is very close to the lens center which makes the detection of multiple images quite improbable, as small caustic sizes imply small cross sections.

2.4. Relative influence of the lens parameters

2.4.1. Physical assumptions

In order to quantify the expected uncertainties on Ω_m and Ω_λ , it is possible to analytically estimate the influence of the different lens models parameters. We use a model of the potential derived from the mass density described by Hjorth & Kneib (2001), hereafter HK. It is based on a physical scenario of violent relaxation in galaxies, also valid in clusters of galaxies. The mass density is characterized by a core radius a and a cut-off radius s :

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right) \left(1 + \frac{r^2}{s^2}\right)}. \quad (6)$$

Then the projected mass density $\Sigma(\theta)$ is represented by:

$$\Sigma(\theta) = \Sigma_0 \frac{\theta_a \theta_s}{\theta_s - \theta_a} \left(\frac{1}{\sqrt{\theta^2 + \theta_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\theta^2 + \theta_s^2}} \right), \quad (7)$$

where θ is the angular coordinate, $\theta_a = a/D_{\text{OL}}$ and $\theta_s = s/D_{\text{OL}}$. Σ_0 is a normalization factor, related to the cluster parameters:

$$\Sigma_0 = \pi \rho_0 D_{\text{OL}} \frac{\theta_a \theta_s}{\theta_s + \theta_a}. \quad (8)$$

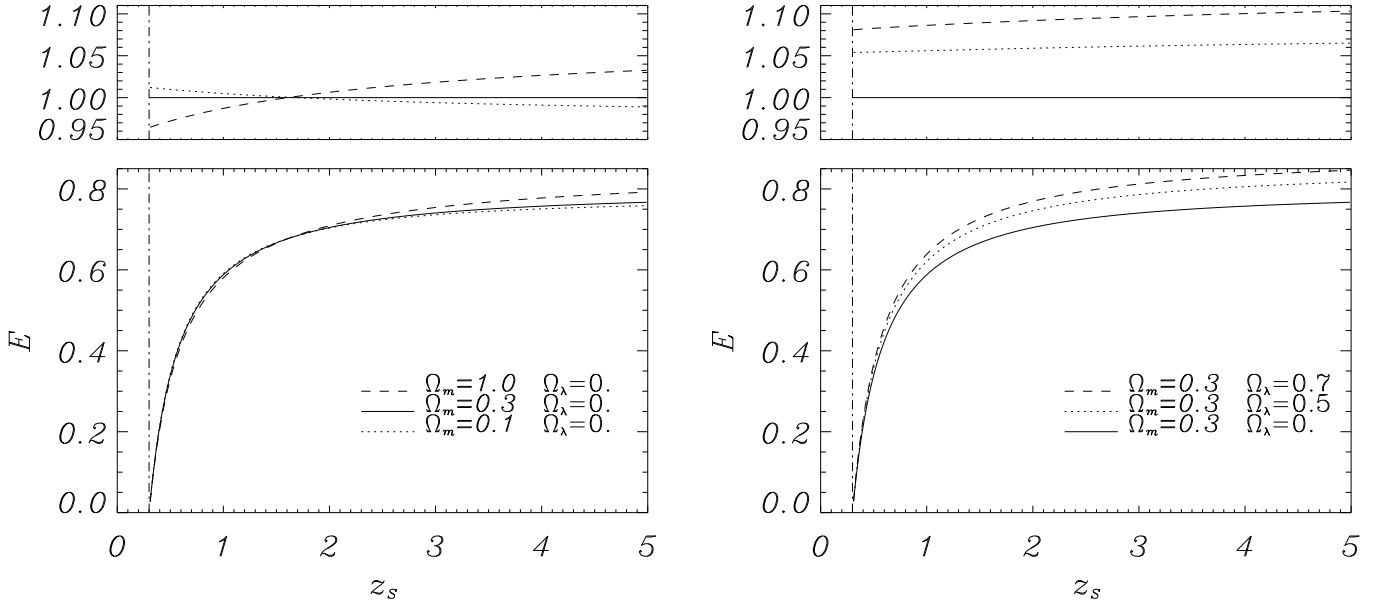


Fig. 2. Variation of the lens efficiency $E(z_s)$ as a function of the source redshift for different sets of cosmological parameters. **Left:** $\Omega_\lambda = 0$ and Ω_m varies from 0.1 to 1.0. **Right:** $\Omega_m = 0.3$ and Ω_λ varies from 0 to 0.7. In both cases, the lens redshift is $z_L = 0.3$. For clarity, above each main plot, we also plotted the same curves, normalised with the $E(z_s)$ function for $(\Omega_m, \Omega_\lambda) = (0.3, 0)$.

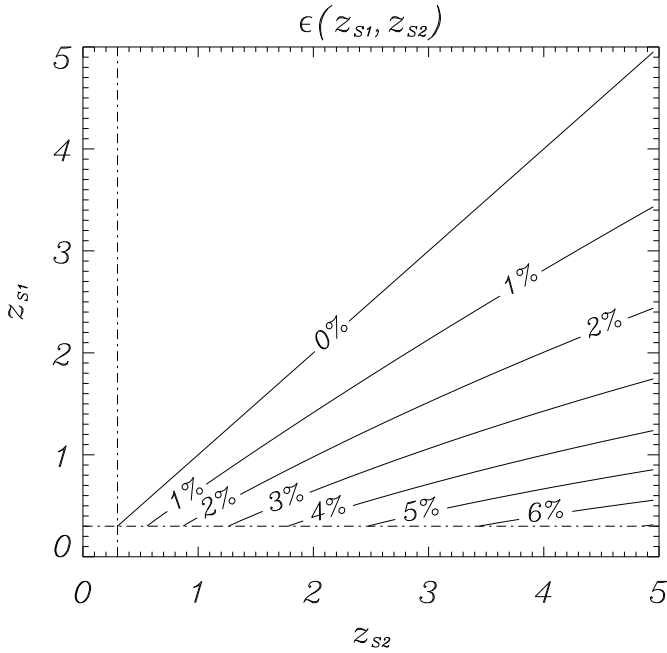


Fig. 3. Relative difference between the ratio $e(z_{S1}, z_{S2}) = E(z_{S1})/E(z_{S2})$ for two extreme cosmological models: $(\Omega_m = 0.3, \Omega_\lambda = 0)$ and $(\Omega_m = 1, \Omega_\lambda = 0)$. This function $\epsilon(z_{S1}, z_{S2})$ is plotted in the (z_{S1}, z_{S2}) plane, assuming $z_{S1} \leq z_{S2}$ and $z_L = 0.3$.

Finally, the mass inside the projected angular radius θ is:

$$M(\theta) = 2\pi\Sigma_0 D_{OL}^2 \frac{\theta_a \theta_s}{\theta_s - \theta_a} \times \left[\sqrt{\theta^2 + \theta_a^2} - \sqrt{\theta^2 + \theta_s^2} + \theta_s - \theta_a \right]. \quad (9)$$

The velocity dispersion $\sigma(\theta)$ is related to the mass density and the gravitational potential via the Jeans equation.

Assuming an isotropic velocity dispersion and retaining terms up to first order in θ_a/θ_s , we get the relation between the central velocity dispersion $\sigma_0 = \sigma(0)$ and ρ_0 :

$$\sigma_0^2 = \frac{\pi^3 G a^2}{2} \rho_0 s. \quad (10)$$

Finally we compute the expression of the deviation angle between the positions of the source and of the image due to the lens: $D_{\theta_1} = \|\theta_1 - \theta_s\|$, neglecting second order terms in θ_a/θ_s (we suppose here $s \gg a$):

$$D_{\theta_1} = \frac{16}{\pi} \frac{\sigma_0^2}{c^2} E \frac{1}{\theta_1} \left[\sqrt{\theta^2 + \theta_a^2} - \sqrt{\theta^2 + \theta_s^2} + \theta_s - \theta_a \right]. \quad (11)$$

2.4.2. The single multiple-image configuration

The central velocity dispersion (or equivalently the mass normalization of the cluster core) is obviously the predominant factor in any lens configuration. With a single family of images we can only constrain the combination $\sigma_0^2 E$ and cannot disentangle the influence of the cosmological parameters and the absolute normalization of the mass (Fig. 4). If we were able to measure the total mass within the Einstein radius independently from lensing techniques and with an accuracy better than a few %, we could in principle put some constraints on Ω_λ . Observationally, there are 2 situations where it is likely that we could disentangle the effect of cosmology and absolute mass:

- 1) in the case of a cluster-lens with extremely good X-ray data, particularly in estimating the temperature distribution of the gas (under the assumption of hydrostatic equilibrium),
- 2) in the case of a multiple system around a single galaxy, for which one is able to measure accurately the stellar

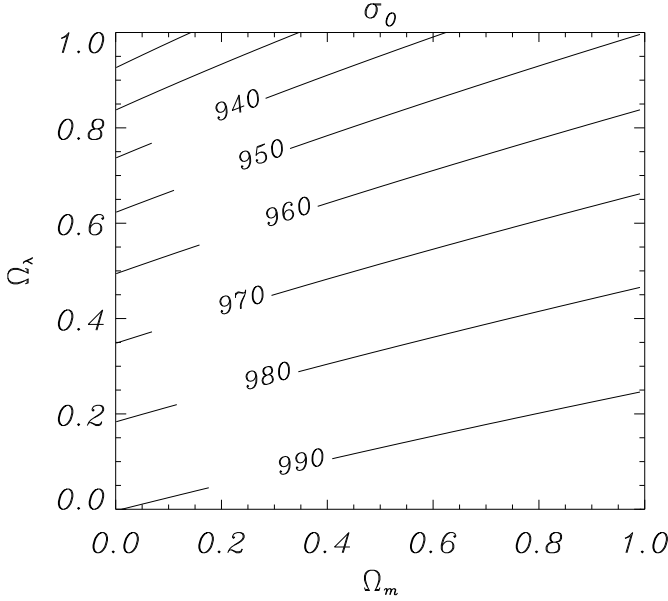


Fig. 4. Variation of the central velocity dispersion σ_0 in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane, assuming that the product $\sigma_0^2 E(z_S)$ is constant. σ_0 has been fixed to 1000 km s⁻¹ for $\Omega_m = 1$, $\Omega_\lambda = 0$ while $z_L = 0.3$ and $z_S = 1$.

velocity dispersion of the lensing galaxy (Tonry & Franx 1999).

However in both cases this represents some observational challenge and requires the most powerful instruments to achieve this goal.

Although the error budget in the image positions is dominated by the error on the total cluster mass (or equivalently the velocity dispersion), we can determine the relative influence of the other parameters to infer the importance of Ω_m and Ω_λ in the image formation. The relative error on the deviation angle D_{θ_I} depends on σ_0 , θ_a , θ_s and θ_I for the gravitational potential, and z_L , z_S , Ω_m and Ω_λ for the E -term (Eq. (11)). Therefore we can write:

$$\frac{dD_{\theta_I}}{D_{\theta_I}} = \frac{dE}{E} + \alpha_{\sigma_0} \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} + \alpha_{\theta_a} \frac{d\theta_a}{\theta_a} + \alpha_{\theta_s} \frac{d\theta_s}{\theta_s} + \alpha_{\theta_I} \frac{d\theta_I}{\theta_I}, \quad (12)$$

with

$$\frac{dE}{E}(z_S) = \alpha_{\Omega_m} \frac{d\Omega_m}{\Omega_m} + \alpha_{\Omega_\lambda} \frac{d\Omega_\lambda}{\Omega_\lambda} + \alpha_{z_L} \frac{dz_L}{z_L} + \alpha_{z_S} \frac{dz_S}{z_S}. \quad (13)$$

α_{θ_a} , α_{θ_s} and α_{θ_I} can be computed analytically while $\alpha_{\sigma_0} = 2$ is the largest factor. Since the angular diameter distances do not have an analytic expression if Ω_λ is non-zero, the coefficients α_{Ω_m} , α_{Ω_λ} , α_{z_L} and α_{z_S} must be computed numerically. In practise, they are computed for a given set of parameters $(z_L, \Omega_m, \Omega_\lambda)$ as their variation with Ω_m and Ω_λ is of higher order. For a reasonable set of lens parameters, the α -coefficients are of the same order of magnitude, except that α_{z_S} and α_{z_L} can dominate the error budget if the source redshift is close to the lens (an unlikely case). On the contrary, α_{Ω_m} and α_{Ω_λ} are of second order, and α_{Ω_λ} is somewhat larger than α_{Ω_m} . This

reflects again the fact that E -term is more sensitive to Ω_λ than to Ω_m .

To quantify the relative influence of all the parameters in the case of a single family of images, we computed explicitly $dD_{\theta_I}/D_{\theta_I}$ in two cases, for a cluster-lens and for a galaxy-lens.

1) For a cluster of galaxies, we take the following parameters: $z_L = 0.3$, $z_S = 4$, $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\lambda = 0.7$, $\theta_s/\theta_a = 10$ and $\theta_I/\theta_a = 4$. We thus find from Eq. (11):

$$\begin{aligned} \frac{dD_{\theta_I}}{D_{\theta_I}} = & 2 \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} - 0.31 \frac{d\theta_I}{\theta_I} - 0.21 \frac{d\theta_a}{\theta_a} + 0.51 \frac{d\theta_s}{\theta_s} \\ & - 0.17 \frac{dz_L}{z_L} + 0.062 \frac{dz_S}{z_S} + 0.012 \frac{d\Omega_m}{\Omega_m} + 0.14 \frac{d\Omega_\lambda}{\Omega_\lambda}. \end{aligned} \quad (14)$$

Let us assume a perfectly known mass profile (i.e. $d\theta_a = d\theta_s = 0$). Neglecting the influence of Ω_m , we ask what precision would be required on σ_0 to derive an error of 50% on Ω_λ . The accuracy of the position of the center of the images is calculated using the first moment of the flux $f(\theta)$ on a given image: $\theta_I = \int \theta f(\theta) d\theta^2 / \int f(\theta) d\theta^2$ which yields an error $d\theta_I$ of a fraction of the spatial resolution. HST observations are then required to reach $d\theta_I = 0.1''$ (LP98) or better. To reduce the uncertainty on the redshift measurements, we assume spectroscopic determinations, so that $dz \simeq 0.001$. Finally we have to compute the relative errors on $D_{\theta_I} = \|\theta_I - \theta_S\|$, so the position of the source is in principle required. But as we are in the strong lensing regime, we assume that $\theta_S \ll \theta_I$, so that both quantities $D_{\theta_I} \simeq \theta_I$ and $\frac{dD_{\theta_I}}{D_{\theta_I}} \simeq \frac{d\theta_I}{\theta_I}$ are directly related to observable ones. Taking these values into account, we need to know σ_0 with 3.6% accuracy to get the expected constraint on Ω_λ . Such an accuracy is out of reach with observations of clusters of galaxies.

2) For a single galaxy, we consider typically: $z_L = 0.3$, $z_S = 4$, $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\lambda = 0.7$, $\theta_s/\theta_a = 200$ and $\theta_I/\theta_a = 200$ (ratios taken from the modelisation of the lens HST 14176+5226 by Hjorth & Kneib 2001), leading to:

$$\begin{aligned} \frac{dD_{\theta_I}}{D_{\theta_I}} = & 2 \frac{d\sigma_0}{\sigma_0} - 0.72 \frac{d\theta_I}{\theta_I} - 0.0066 \frac{d\theta_a}{\theta_a} + 0.73 \frac{d\theta_s}{\theta_s} \\ & - 0.17 \frac{dz_L}{z_L} + 0.062 \frac{dz_S}{z_S} + 0.012 \frac{d\Omega_m}{\Omega_m} + 0.14 \frac{d\Omega_\lambda}{\Omega_\lambda}. \end{aligned} \quad (15)$$

Taking the same values for the observational errors and considering a perfectly known mass profile, we require an accuracy of 6.4% on σ_0 to derive a 50% error on Ω_λ . For a typical galaxy, this represents about 15 km s⁻¹. Warren et al. (1998) measured the velocity dispersion in the deflector of the Einstein ring 0047-2808 with an error of 30 km s⁻¹. A better accuracy could be obtained by looking at particular strong absorption features with 10 m class telescope observations. This could be sufficient to confirm an accelerating Universe.

2.4.3. Configuration with 2 multiple-image systems

With a second system of multiple images another region of the $E(z_S)$ curve is probed while the cluster parameters are the same. In that case, the relevant quantity becomes the ratio of the deviation angles for 2 images θ_{I1} and θ_{I2} belonging to 2 different families at redshifts z_{S1} and z_{S2} . We define $R_{\theta_{I1}, \theta_{I2}} = \frac{D_{\theta_{I2}}}{D_{\theta_{I1}}}$. This function has the advantage that it does not depend on σ_0 anymore. Following our previous definitions, we can write

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}}{R_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}} &= \frac{dE(z_{S2})}{E(z_{S2})} - \frac{dE(z_{S1})}{E(z_{S1})} \\ &+ \alpha_{\theta_1}(\theta_{I2}) \frac{d\theta_{I2}}{\theta_{I2}} - \alpha_{\theta_1}(\theta_{I1}) \frac{d\theta_{I1}}{\theta_{I1}} \\ &+ \left(\alpha_{\theta_a}(\theta_{I2}) - \alpha_{\theta_a}(\theta_{I1}) \right) \frac{d\theta_a}{\theta_a} \\ &+ \left(\alpha_{\theta_s}(\theta_{I2}) - \alpha_{\theta_s}(\theta_{I1}) \right) \frac{d\theta_s}{\theta_s}. \end{aligned} \quad (16)$$

Numerically, we chose a typical configuration to compute $\frac{dR_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}}{R_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}}$: $\theta_s/\theta_a = 10$, $\theta_{I2}/\theta_a = 4$, $\theta_{I2}/\theta_{I1} = 2$, $z_L = 0.3$, $z_{S1} = 0.6$, $z_{S2} = 5$, assuming $\Omega_m = 0.3$ and $\Omega_\lambda = 0.7$. This gives the following error budget:

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}}{R_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}} &= 0.92 \frac{dz_L}{z_L} - 0.99 \frac{dz_{S1}}{z_{S1}} + 0.062 \frac{dz_{S2}}{z_{S2}} \\ &- 0.018 \frac{d\theta_{I1}}{\theta_{I1}} - 0.31 \frac{d\theta_{I2}}{\theta_{I2}} + 0.12 \frac{d\theta_a}{\theta_a} \\ &+ 0.21 \frac{d\theta_s}{\theta_s} + 0.034 \frac{d\Omega_m}{\Omega_m} + 0.037 \frac{d\Omega_\lambda}{\Omega_\lambda}. \end{aligned} \quad (17)$$

The contribution of the physical lens parameters in this error budget is strongly attenuated compared to the single family case. There is no more dependence on σ_0 and the dependence on the mass profile (θ_a, θ_s) is reduced by about a factor of 2 compared to a single family of images. This corresponds to the variation of the potential between θ_{I1} and θ_{I2} , the absolute normalization being removed. Anyhow, this can still represent the main source of error because we cannot expect to constrain θ_a to better than 1.5% and θ_s to better than 2% typically (see Sect. 3.3.3).

For the source redshifts, we have selected one of the sources at $z_{S1} = 0.6$, which means that its α -coefficient is quite large. The accurate value of the redshifts is thus fundamental, and a spectroscopic determination is essential ($dz \simeq 0.001$). A photometric redshift estimate would not be satisfactory, because we cannot expect an accuracy better than 10% in most cases ($dz \simeq 0.1-0.2$, Bolzonella et al. 2000). We keep $d\theta_1 = 0.1''$. The strong lensing regime approximation leads to $R_{\theta_{I1}, \theta_{I2}} = \frac{\|\theta_{I2} - \theta_{S2}\|}{\|\theta_{I1} - \theta_{S1}\|} \simeq \frac{\theta_{I2}}{\theta_{I1}}$ and

$$\frac{dR_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}}{R_{\theta_{I1}, \theta_{I2}}} \simeq \frac{d\theta_{I2}}{\theta_{I2}} - \frac{d\theta_{I1}}{\theta_{I1}}.$$

We can then separate the contributions of the parameters that do not depend on Ω_m or Ω_λ from those which

depend on them and re-write Eq. (16):

$$A_{\Omega_m} \frac{d\Omega_m}{\Omega_m} + A_{\Omega_\lambda} \frac{d\Omega_\lambda}{\Omega_\lambda} = \sqrt{\text{Err1}^2(\theta_{I1}, \theta_{I2}, \theta_a, \theta_s) + \text{Err2}^2(\Omega_m, \Omega_\lambda, z_L, z_{S1}, z_{S2})}. \quad (18)$$

A_{Ω_m} and A_{Ω_λ} depend on $\Omega_m, \Omega_\lambda, z_L, z_{S1}, z_{S2}$ while Err1^2 and Err2^2 are the quadratic sums of the errors, with a separation between the geometrical parameters and those depending on the cosmology. For each set of cosmological parameters we then compute all these coefficients numerically. In addition, we also need a calculation of the “degeneracy” $\partial\Omega_m/\partial\Omega_\lambda$ to obtain either $d\Omega_m$ or $d\Omega_\lambda$. This is the slope of the degeneracy curves of the E -terms ratio plotted in Fig. 1. Indeed considering 2 points $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ and $(\Omega_m + d\Omega_m, \Omega_\lambda + d\Omega_\lambda)$ on such a curve (for a given set of z_L, z_{S1}, z_{S2}), we have $e(\Omega_m, \Omega_\lambda) = e(\Omega_m + d\Omega_m, \Omega_\lambda + d\Omega_\lambda)$ so that we get $\partial\Omega_m/\partial\Omega_\lambda = -\partial\Omega_\lambda e(z_{S1}, z_{S2})/\partial\Omega_m e(z_{S1}, z_{S2})$. The final expected errors on $d\Omega_m$ and $d\Omega_\lambda$ are plotted in Fig. 5 for a continuous set of world models. The method is in general far more sensitive to the matter density than to the cosmological constant, for which the error bars are larger. This apparent contradiction with the general statement that lensing is more sensitive to the cosmological constant than to the matter density is due to the fact that we analysed the ratio of two E -terms and this ratio varies more rapidly with Ω_m when scanning the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane (Fig. 1). For illustration, we quantitatively obtain the following errors for the corresponding cosmological models:

$$\begin{aligned} \Lambda\text{CDM:} \quad & \delta\Omega_m = 0.11 \quad \delta\Omega_\lambda = 0.23 \\ \text{SCDM:} \quad & \delta\Omega_m = 0.17 \quad \delta\Omega_\lambda = 0.48. \end{aligned}$$

This analysis shows that the expected results are quite encouraging, and the constraints we could get are similar to the ones currently obtained by other methods. Note however that these typical values require both HST imaging of cluster lenses and deep spectroscopic observations for the redshift determination of multiple arcs. They may depend on the choice of the lens parameters and on the potential model chosen to describe the lens, a problem that we will now investigate.

3. Constraints on the cosmological parameters from strong lensing

3.1. Existence of multiple systems of lensed images

More and more cluster-lenses are known to show several systems of multiple images (with spectroscopic or photometric redshifts). Lens modelling is then performed with a good accuracy and allows the prediction of extra families of images and their expected redshifts. When these images are later identified and if their redshift can be measured spectroscopically, an iterative process brings the lens model to a high level of accuracy, where most of the parameters which characterise the mass profile are strongly constrained. This full process has been applied successfully in a few clusters such as A2218 (Kneib et al. 1996),

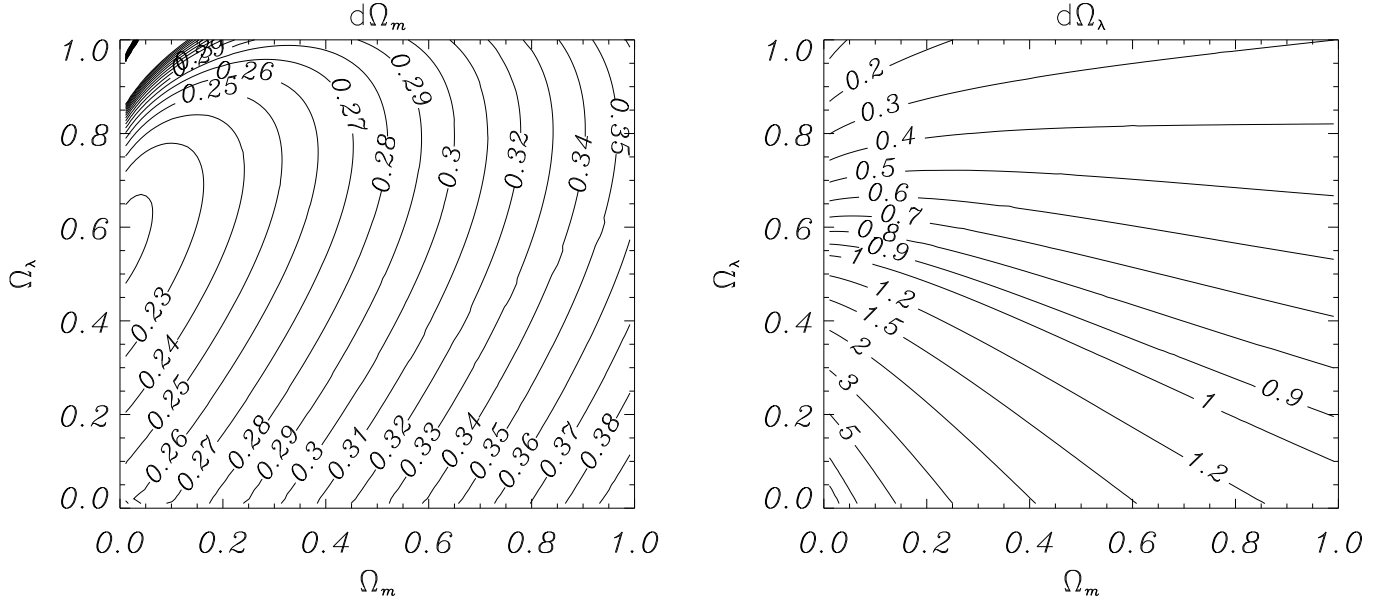


Fig. 5. Final errors $d\Omega_m$ (left) and $d\Omega_\lambda$ (right) for a given $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ in the lens configuration discussed in the text (Sect. 2.4), for two source redshifts $z_{S1} = 0.6$ and $z_{S2} = 5$.

A370 (Kneib et al. 1993a; Smail et al. 1996; Bézecourt et al. 1999a) or AC114 (Natarajan et al. 1998; Campusano et al. 2001).

In order to apply more systematically the method proposed here, we may ask whether the few cited cluster-lenses are representative of some generic cluster or if they correspond to very peculiar configurations. To answer this question, we simulated a typical cluster at redshift $z = 0.2$ with the following characteristics. A main clump is described with the potential of Eq. (6), the so-called HK mass density, with $a = 50$ kpc and $s = 500$ kpc. These values are typical of cluster-lenses at this redshift (Smith et al. 2001). The central velocity dispersion is varied from 800 to 1400 km s⁻¹ to allow a variation of the Einstein radius. In addition, 12 individual galaxies are added in the mass distribution, following the prescription used by Natarajan & Kneib (1996) and for a total contribution of 30% of the total mass. Their individual masses are scaled with respect to their luminosity L_i by the Faber-Jackson relation:

$$\sigma_i = \sigma_0^G \left(\frac{L_i}{L_0} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (19)$$

with $\sigma_0^G = 150$ km s⁻¹ (following Faber et al. 1997), and with a cut-off radius:

$$\theta_{S_i} = \theta_{S_0}^G \left(\frac{L_i}{L_0} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

providing a constant ratio M/L (Natarajan & Kneib 1997).

To simulate the background sources, we used the Hubble Deep Field (HDF) image acquired by the *HST* (Williams et al. 1996). From Fernández-Soto et al. (1999), 946 galaxies were extracted from the deepest zone of the *F814W* image, up to a magnitude limit $AB(8140) = 28.0$

and over an angular area of 3.92 arcmin². These authors also provide a catalog of photometric redshifts for all these objects. In addition, for about 10% of them, a spectroscopic redshift is available. We used this redshift distribution (spectroscopic redshift preferably used when available) as a sample of galaxy-sources to be lensed by the simulated clusters. In order to increase the statistical significance of this simulation, we generated a source catalogue with 10 times the number of galaxies extracted from the HDF image. We then distributed these sources at random angular positions over the central inner 40×40 arcsec². We checked that this region includes the external radial caustic line, so that no multiple images are lost. The increase in the galaxy density is then corrected for in the final results.

Table 1 presents for each value of the central velocity dispersion the number of systems found with their image multiplicity. We also determined the number of systems in which each image could be observed (with a magnitude $AB(8140) < 24.5$, corresponding to typical HST integration time of 10 ksec). Objects with $AB(8140) > 28.0$ could be observed due to the lens effect if the magnification exceeds a factor of 25. This very rare configuration is neglected in our simulations for simplicity. For a cluster massive enough ($\sigma_0 \geq 1200$ km s⁻¹, corresponding to $M_{\text{tot}} \geq 2 \times 10^{14} M_\odot$ for our potential model), numerous systems of multiple images (mainly triple images) are formed and a significant fraction could be observable. Although these simulations are quite simple and cannot be used for realistic statistics of image formation, it gives us confidence that the use of multiple image families for the determination of the cosmological parameters is achievable and should be applied on a large number of rich clusters.

Table 1. Number of systems of images obtained for simulated cluster potentials with different values of the central velocity dispersion σ_0 (the corresponding Einstein radius R_E is given for $z = 1$). The redshift distribution of the sources is assumed from the HDF data. We take random positions for the sources over the central inner 40×40 arcsec². n_j is the number of systems of j images. n_j^* is the number of systems of j images with $AB(8140) < 24.5$, corresponding to “observable” ones. Then, each system is counted both in n_i and in n_j^* with $j \leq i$ (if only j images among i are detectable). Systems counted in n_0 show no “observable” image. So $n_1 + n_{\text{tot}} = n_0 + n_1^* + n_{\text{tot}}^*$, which is the number of galaxies in the selected field.

σ_0	(km s ⁻¹)		800	1000	1200	1400
$R_{\rm E}$	(arcsec)		5	14	28	40
j	0	$n_0^{(1)}$	78	73	69	65
		n_0^*	0	0	0	0
	1	$n_1^{(2)}$	107	107	99	66
		$n_1^{*(3)}$	29	34	34	26
	2	n_2	0	0.068	0.14	0.10
		n_2^*	0.11	0.41	2.3	13
	3	n_3	0.12	0.60	8.0	41
		n_3^*	0.034	0.068	1.7	3.9
	4	n_4	0.034	0.011	0.034	0.057
		n_4^*	0.011	0.011	0.034	0.011
	5	n_5	0.022	0.011	0.11	0.011
		n_5^*	0.011	0	0	0.011
	6	n_6	0.011	0	0	0.011
		n_6^*	0	0	0	0.011
	7	n_7	0.011	0	0.011	0.011
		n_7^*	0	0.011	0	0
	8	n_8	0	0.011	0	0
		n_8^*	0	0	0	0
total	$(j > 2)$	$n_{\rm tot}$	0.18	0.70	8.3	41
		$n_{\rm tot}^*$	0.17	0.50	4.0	17

(1) Including 0.6 galaxies at $z \leq 0.2$.

(2) Including 5.2 galaxies at $z \leq 0.2$.

(3) Including 4.6 galaxies at $z \leq 0.2$.

3.2. Method and algorithm for numerical simulations

In most cases, clusters of galaxies present a global ellipticity in their light distribution or in their gas distribution traced by X-ray isophotes. It is generally believed that this is related to an ellipticity in the mass distribution. This has indeed been recognized several times by the modeling of cluster lenses such as MS2137–23 (Mellier et al. 1993) or Abell 2218 (Kneib et al. 1996). So we include such an ellipticity in our modeling of cluster potentials. The basic distribution of matter we consider is again the HK one,

with, in addition, a substitution of the radial distance r by R defined as:

$$R = \left(\frac{X \cos \theta + Y \sin \theta}{1 + \epsilon} \right)^2 + \left(\frac{-X \sin \theta + Y \cos \theta}{1 - \epsilon} \right)^2 \quad (21)$$

where $X = (x - x_0)$ and $Y = (y - y_0)$. The potential ϕ is then characterized by 7 parameters, namely: $x_0, y_0, \epsilon, \theta$ for the geometry of the lens and $\sigma_0, \theta_a, \theta_s$ for the shape of the mass profile.

Another popular density profile to be tested is the so-called Navarro, Frenk & White (NFW) density profile found in many simulations of dark matter and cluster formation (Navarro et al. 1997):

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2} \quad (22)$$

where ρ_c is a characteristic density and r_s a scale radius. No analytic developments have been proposed so far for the corresponding ellipsoidal profile. In a companion paper (Golse & Kneib 2002) we propose a new “pseudo-elliptical” NFW profile and compute its lensing properties. The corresponding potential is characterized by 6 parameters: $x_0, y_0, \epsilon, \theta$ for the geometry of the lens and v_c, θ_s for the shape of the mass profile. The characteristic velocity v_c is defined by

$$v_c^2 = \frac{8}{3} G r_s^2 \rho_c \quad (23)$$

as explained in Golse & Kneib (2002).

To create a simulated lens configuration we need to fix some arbitrary values of the cosmological parameters ($\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0$) as well as the cluster lens redshift z_L . The numerical code *LENSTOOL* developed by one of us (Kneib 1993) can then trace back the source of a given image or determine the images of an elliptical source galaxy at a redshift z_S . The initial data are several sets of multiple images at different redshifts. In all cases we do not take into account the central de-magnified images, which are generally not detected. With these observables, we can recover some parameters of the potential while we scan a grid in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane. The likelihood of the result is obtained via a χ^2 -minimization (with a parabolic or a Monte Carlo method), where χ^2 is computed in the source plane as:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \frac{[\mathcal{A}_j^i (\theta_{\mathbf{S}_j^i} - \theta_{\mathbf{SG}^i})]^2}{\sigma_{\mathbf{I}_j^i}^2}. \quad (24)$$

The superscript i refers to a given family of multiple images and the subscript j to the images inside a family of n_i images. There is a total of $\sum_{i=1}^n n_i = N$ images, and $\sum_{i=1}^n 2(n_i - 1) = N_C$ constraints on the models assuming that only the position of the images are fitted. $\theta_{\mathbf{S}_j^i}$ is the source position associated with the image $\theta_{\mathbf{I}_j^i}$ in the lens inversion. $\theta_{\mathbf{SG}^i}$ is the barycenter of all the $\theta_{\mathbf{S}_j^i}$ belonging to the same family i . \mathcal{A}_j^i is the magnification matrix for a particular image and $\sigma_{\mathbf{I}_j^i}$ is the error on the position of the

center of image $\theta_{\mathbf{I}_j^i}$. Quantitatively we will take $\sigma_{\mathbf{I}} = 0.1''$ for all images, assuming that their positions are measured on HST images.

χ^2 computed from Eq. (24) in the source plane is mathematically equivalent to χ^2 computed in the image plane, written as:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(\theta_{\mathbf{I}_j^i} - \theta_{\mathbf{IG}_j^i})^2}{\sigma_{\mathbf{I}_j^i}^2}, \quad (25)$$

where $\theta_{\mathbf{IG}_j^i}$ is the image of $\theta_{\mathbf{SG}^i}$ close to $\theta_{\mathbf{I}_j^i}$. Indeed $\theta_{\mathbf{S}_j^i} - \theta_{\mathbf{SG}^i} \equiv \delta \mathbf{S}_j^i$ and $\theta_{\mathbf{I}_j^i} - \theta_{\mathbf{IG}_j^i} \equiv \delta \mathbf{I}_j^i$ are assumed to be small quantities compared to the variation scale of the elements of the magnification matrix \mathcal{A}_j^i . Therefore the local transformation from the image plane to the source plane is written as $\delta \mathbf{I}_j^i = \mathcal{A}_j^i \delta \mathbf{S}_j^i$. The main motivation for working in the source plane is numerical simplicity because the mapping from the source to the image plane is not a one-to-one mapping and we may not recover all the images when solving the lens equation.

If M_p is the number of fitted parameters for the potential, there is a total of $M = M_p + 2$ adjustable parameters (including Ω_m and Ω_λ) and N_C independant data points. We compute a χ^2 -distribution for $\nu = N_C - M$ degrees of freedom. In practice, in our simulation we try to recover only the most important parameters, like σ_0 (or σ_c), θ_a or θ_s , to limit the number of degrees of freedom. This would be the case in a real application.

3.3. Numerical simulations in different configurations

To recover the most important parameters of the potential, we generated 3 families of multiple images (2 tangential ones and a radial one for a total number of constraints $\nu = 16$, see Fig. 6 and Table 2) with the pseudo-elliptical NFW profile developed in Golse & Kneib (2002). We also chose regularly distributed source redshifts (Table 2). The 4 geometrical parameters of the cluster lens were left fixed during the minimization $x_0 = y_0 = 0$, $\theta = 0^\circ$ and $\epsilon = 0.1$), while the 2 parameters of the potential (v_c and θ_s) were allowed to vary. The initial values for these parameters, used to create the set of images, correspond to reasonable values found in cluster lenses: $\theta_s = 31.3''$ (i.e. 150 kpc) and $v_c = 2000 \text{ km s}^{-1}$. This last value corresponds to a “classical” central velocity dispersion $\sigma_0 = 1230 \text{ km s}^{-1}$ for a HK model (see Sect. 3.3.2). ($\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0$) were fixed to the Λ CDM values (0.3, 0.7).

3.3.1. Simple cluster potential

In this case, the number of degrees of freedom is $\nu = 16 - 4 = 12$ as 2 cluster parameters are fitted. The confidence levels of the minimization are plotted in Fig. 7. The trajectory of the minimum includes the initial point (0.3, 0.7) in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane with $\chi_{\min}^2 = 0$. The degeneracy in the cosmological parameters is found as expected in Fig. 1. Tighter constraints can be deduced on

Table 2. Details on the 3 sets of multiple images used in the simulations in Sects. 3.3.1 and 3.3.2. n_i represents the number of images used for each family. It does not include the central de-magnified image created for tangential images. N_C is the number of constraints in the lens modeling for each family. $N_C = 2 \times n_i - 2$ for x and y position. The unknown position of the source (x_s, y_s) is then removed, reducing N_C by 2 units.

Family	Type	n_i	z_S	N_C
$i = 1$	Tangential	4	0.6	6
$i = 2$	Radial	3	1.	4
$i = 3$	Tangential	4	4.	6

Ω_m than on Ω_λ . We also recover the cluster parameters quite satisfactorily with: $v_c = 2000_{-90}^{+90} \text{ km s}^{-1}$ (Fig. 8) and $\theta_a = 31.3_{-1.3}^{+1.2}$. Note that these errors represent only the variations of the fitted parameters when we scan the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane during the optimisation process.

This preliminary step corresponds to the “ideal” case where we recover the same type of potential we used to generate the images. Moreover, the morphology of the cluster is regular without substructure, and we included one radial system among the families of multiple images. These images are known to probe the cluster core efficiently. Finally, the redshift distribution of the sources is wide and the selected redshifts are well separated, for an optimal sampling of the E-term. One could ask whether any such lens configuration has already been detected among the known cluster lenses. It seems that the case of MS2137.3–2353 ($z_L = 0.31$) is quite close to this type of configuration (Mellier et al. 1993) with at least 3 families of multiple images, including a radial one. Unfortunately, no spectroscopic redshift has been determined for any of the images so far.

3.3.2. Changing the shape of the mass profile

To test the sensitivity of the method to the chosen fiducial mass profile, we tried to recover the lens with another potential, namely an elliptical HK profile, keeping the same simulated lens. σ_0 , θ_a and θ_s were left free for the optimization. We first optimized the geometrical parameters for an arbitrary choice of cosmological parameters. The best values found are: $x_0 = 0.059''$, $y_0 = 0.063''$, $\theta = -0.063^\circ$, and $\epsilon = 0.280$. These values are close to the generating ones ($x_0 = y_0 = 0''$, $\theta = 0^\circ$), except for the ellipticity which does not correspond to the same physical meaning in the pseudo-elliptical NFW profile (Golse & Kneib 2002). They were then kept fixed for the rest of the optimization. For the lens parameters, we found $\sigma_0 = 1230_{-50}^{+50} \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 4.6_{-0.1}^{+0.2}$ and $\theta_s = 190_{-10}^{+20}$. The confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane are displayed in Fig. 9.

Although the reconstruction with a potential model different from the initial “real” one does not perfectly fit the data, the results are quite satisfactory. The confidence

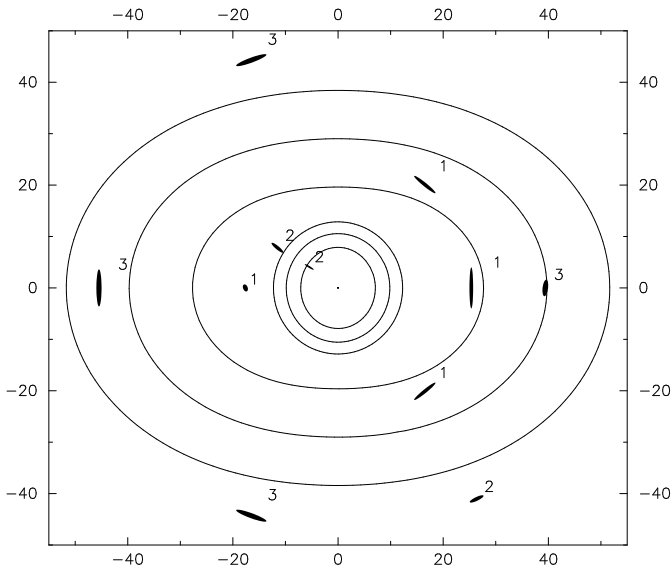


Fig. 6. Multiple images generated by a pseudo-elliptical NFW cluster at $z_L = 0.3$ with the lens parameters: $v_c = 2000 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_s = 31.3''$ ($r_s = 150 \text{ kpc}$) and $\epsilon = 0.1$. Close to their respective critical lines, 3 families of multiple images are identified: a tangential one (# 1, $z_{S1} = 0.6$), a radial one (# 2, $z_{S2} = 1$) and another tangential one (# 3, $z_{S3} = 4$). Units are given in arcseconds.

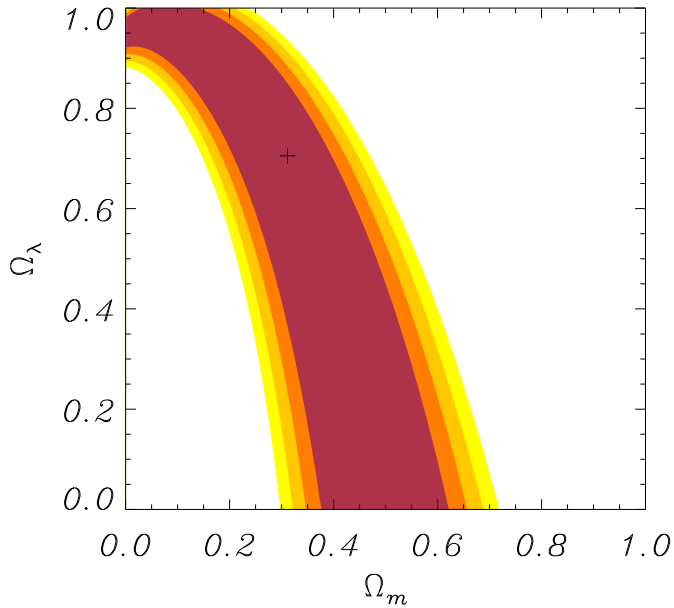


Fig. 7. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 6. The 2 main cluster parameters v_c and θ_s were recovered with $\chi^2_{\min} = 0$. The cross (+) represents the original values $(\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0) = (0.3, 0.7)$. Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

levels are even tighter than in the previous case, but the HK-type potential is characterised by one additional parameter or equivalently one degree of freedom less ($\nu = 11$), compared to the pseudo-elliptical NFW profile. Nevertheless we find a minimum reduced $\chi^2 = 5$ rather far from 0.

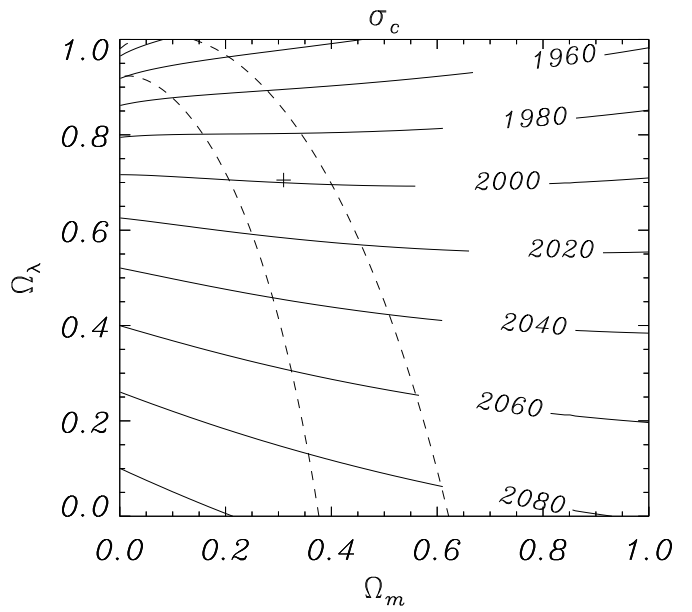


Fig. 8. Solid lines: distribution of the best-fit velocity dispersion v_c from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 6, for each cosmological model. The cross (+) represents the original value for $(\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0) = (0.3, 0.7)$: $v_c = 2000 \text{ km s}^{-1}$. Dashed lines correspond to the 1- σ confidence level contours from Fig. 7.

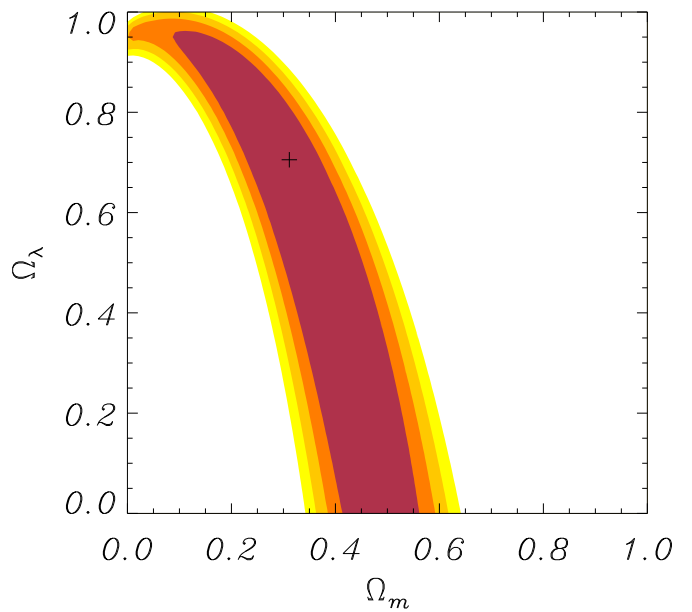


Fig. 9. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 6. In this plot, the potential was fitted with a model different from the initial one (an elliptical HK profile instead of a pseudo-elliptical NFW). Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

Several other mass profiles were tested as we wanted to discriminate between the different families of density profiles and test their sensitivity in the estimate of the cosmological parameters after the lens reconstruction.

Table 3. Results of the lens reconstruction using a mass model different from the one used to generate the systems of images. The minimum reduced χ^2 is given for each simulation.

Input profile	HK	King	CIE	NFW	SIE
Fitted profile					
HK ($\nu = 11$)	0.	23.	72.	460.	4500.
King ($\nu = 11$)	33.	0.	33.	150.	1500.
CIE ($\nu = 11$)	23.	0.26	0.	87.	2800.
NFW ($\nu = 12$)	6.2	21.	18.	0.	680.
SIE ($\nu = 12$)	0.14	0.011	0.28	76.	0.

We used 5 types of profiles, namely:

- i) the pseudo-elliptical NFW profile (Golse & Kneib 2002),
- ii) the singular isothermal ellipsoid (SIE) with $\rho(R) = \rho_0/R^2$, R being the elliptical coordinate (Eq. (21)),
- iii) the isothermal ellipsoid with core radius (CIE), obtained by replacing R by $\sqrt{R^2 + a^2}$ in the previous expression (see Kovner 1989),
- iv) the HK profile (Eq. (6)),
- v) and the King profile characterised by

$$\rho(R) = \rho_0 \frac{1 + \frac{1-2\alpha}{3} R^2/a^2}{(1 + R^2/a^2)^{2+\alpha}}. \quad (26)$$

The first 2 profiles are cusped, while the latter have a core radius and then an additional parameter. For each mass model, we generated the system of images defined in Table 2 (except for the SIE for which the radial system consists only of 2 images). We then fitted these images with the other 4 models. All the lens parameters were left free in this optimisation to get the minimum reduced χ^2 . We did not change the cosmological parameters in these recoveries. The results are presented in Table 3. We note that the “core-radius” profiles (especially the HK and King ones) can easily recover the systems generated by any other models. Indeed in the fit of cusped lens images by shallower profiles, the core radius can be reduced to very small values to mimic a large density slope near the center. This is not the case for the cusped models which cannot mimic images given by a finite core radius lens model.

3.3.3. Influence of the number of multiple systems

In the preceding sections we considered 3 systems of multiple images. As the method proposed is based on the difference of angular distance ratios for different redshift planes, we now investigate the influence of the number of image families. The potential model is again an HK-type profile at $z_L = 0.3$ with $\sigma_0 = 1400 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 13.5''$ (i.e. 65 kpc), $\theta_s = 146''$ (i.e. 700 kpc) and $\epsilon = 0.2$. With systems of images, we consider only 2 free parameters for the cluster, because there are not enough observables to yield results for more parameters, while in the other cases, 3 parameters are fitted. In all cases, these parameters are strongly constrained by the fit. Table 4 reports the errors

Table 4. Recovering of the free parameters of the lens potential for the Table 5 different systems of images. The errors represent the variation of the fitted parameters at 1- σ level when scanning the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane in the optimisation process.

Nb of systems	σ_0 (km s $^{-1}$)	θ_a (")	θ_s (")
2	1400^{+60}_{-60}	$13.5^{+0.25}_{-0.15}$	–
3	1400^{+70}_{-60}	$13.5^{+0.3}_{-0.2}$	146^{+2}_{-2}
4	1400^{+60}_{-60}	$13.5^{+0.3}_{-0.2}$	146^{+14}_{-6}

Table 5. Sets of multiple images used in the simulations to test the influence of their number. n_i represents the number of images used for each family. It does not include the central de-magnified image created for tangential images. N_C is the number of constraints in the lens modeling for each family. $N_C = 2 \times n_i - 2$.

Nb of systems	Family	Type	n_i	z_s	N_C
2	$i = 1$	Tangential	4	0.6	6
	$i = 2$	Radial	3	1.	4
3	$i = 1$	Tangential	4	0.6	6
	$i = 2$	Radial	3	1.	4
	$i = 3$	Tangential	4	2.	6
4	$i = 1$	Tangential	4	0.6	6
	$i = 2$	Radial	3	1.	4
	$i = 3$	Tangential	4	2.	6
	$i = 4$	Radial	3	4.	4

on the fitted parameters in the optimisation process, for the different sets of multiple images detailed in Table 5. The differences in the fitted parameters between the different cases are small, as they are already well constrained with a single multiple images system.

The expected constraints on $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ tighten when the number of families of multiple images increases (Fig. 10), especially when their redshift distribution is wide. 2 families would only provide marginal information on the cosmological parameters whereas 4 spectroscopically measured systems would give very tight error bars, provided they are well distributed in redshift.

3.3.4. Influence of additional galaxy masses

In the previous parts, we considered only a main cluster potential with a regular morphology. We now test the contribution of individual galaxies, following the prescription used by Natarajan & Kneib (1996) as in Sect. 3.1. We generated 3 systems of multiple images formed by the sum of a main cluster with the mass density (HK-type) characterised by $\sigma_0 = 1400 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 13''$ and $\theta_s = 150''$ and 12 individual galaxies which represent 30% of the total cluster mass (Fig. 11).

The images were reconstructed using a main cluster potential with the same kind of shape as the initial one

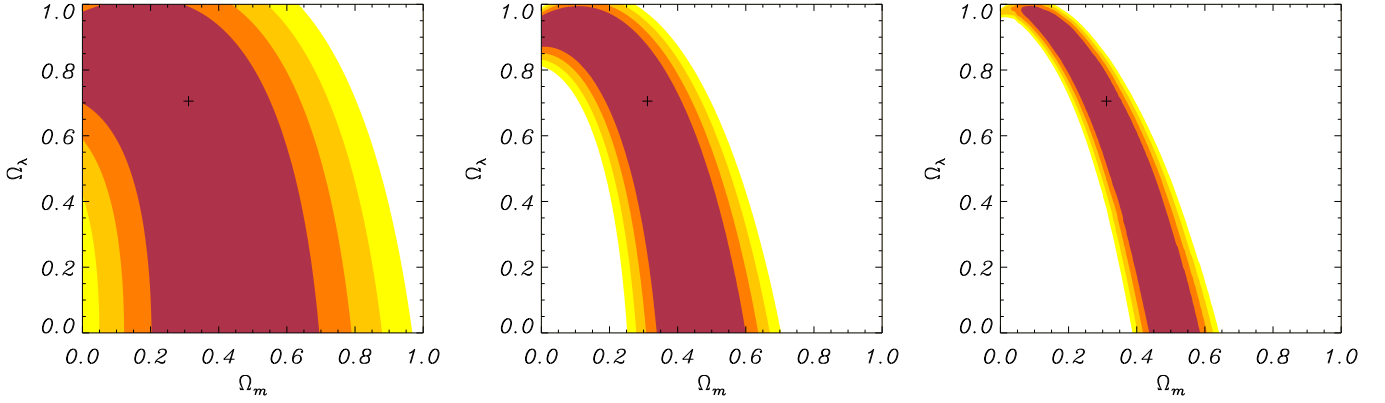


Fig. 10. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration described in Table 5. **Left:** 2 systems and $\nu = 10 - 4 = 6$ degrees of freedom. **Middle:** 3 systems and $\nu = 16 - 5 = 11$ degrees of freedom. **Right:** 4 systems and $\nu = 20 - 5 = 15$ degrees of freedom. The cross (+) represents the original values $(\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0) = (0.3, 0.7)$. Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

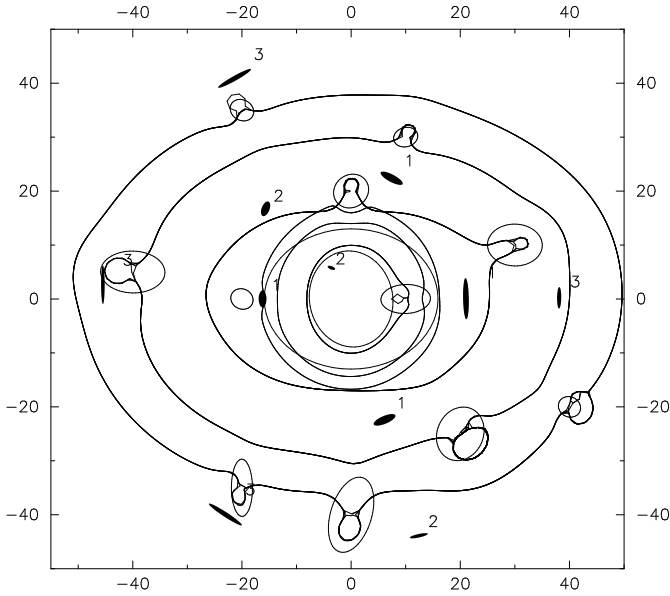


Fig. 11. Multiple images generated by a cluster at $z_L = 0.3$ with an elliptical HK lens profile and the parameters: $\sigma_0 = 1400 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 13.54''$ ($a = 65 \text{ kpc}$) and $\theta_s = 145.8''$ ($s = 700 \text{ kpc}$). 12 individual galaxies are added in the potential. 3 families of multiple images are identified (see Table 2 for details). We represent the radial (inside) and tangential (outside) critical lines corresponding to the multiple images redshifts. Their characteristic radii are increasing with redshift. Units are given in arcseconds.

and the contribution of the galaxies scaled with σ_0^G . In addition, we fixed σ_0^G proportional to σ_0 to avoid an increase of the number of free parameters. Consequently, any variation in σ_0 means a rescaling of the total mass of the cluster. So at first order we find that $\sigma_0^2 E$ is constant when we scan the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane. Keeping the geometrical parameters fixed ($x_0 = y_0 = 0''$, $\theta = 0^\circ$, and $\epsilon = 0.2$), we obtain the confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane plotted in Fig. 12 and the following constraints on the potential parameters: $\sigma_0 = 1400^{+60}_{-65} \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 13''^{+0.3}_{-0.3}$ and $\theta_s = 151''^{+1}_{-1}$.

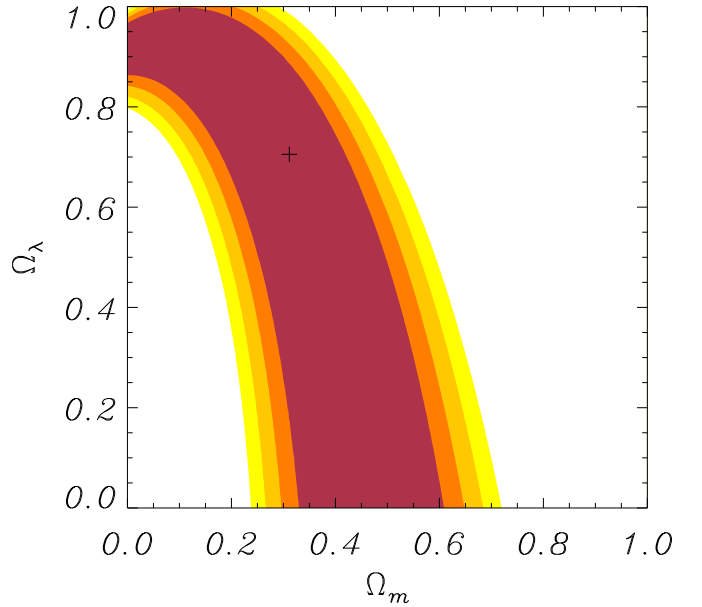


Fig. 12. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 11. For the individual galaxies, we assumed that their mass is scaled with the total mass with $\sigma_0^G \propto \sigma_0$. The 3 main cluster parameters σ_0 , θ_a and θ_s were recovered with $\chi^2_{\min} = 0$ and $\nu = 11$ degrees of freedom. Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

To test the influence of the individual galaxies, we tried a reconstruction without their contribution. For the geometrical parameters first optimised we obtain $x_0 = 0.227''$, $y_0 = 0.060''$, $\theta = -0.748^\circ$ and $\epsilon = 0.193$, still close to the generating values. The confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane are plotted in Fig. 13. The contours are slightly shifted and widened compared to the “good” ones (Fig. 12) but not significantly different. The minimum reduced χ^2 is 17. So we are able to correctly retrieve the cluster potential, even without the individual galaxies ($\sigma_0 = 1380^{+70}_{-60} \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 11.9''^{+0.3}_{-0.2}$ and $\theta_s = 180''^{+3}_{-3}$). Adding their contribution is nevertheless

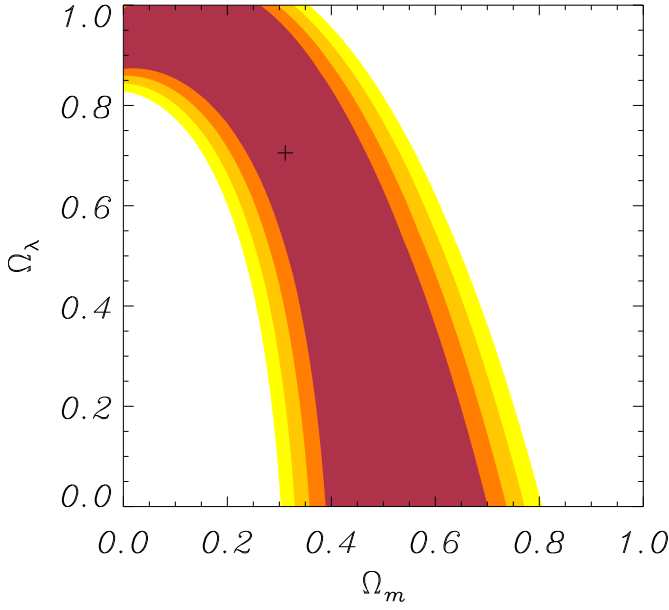


Fig. 13. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 11. Here, we did not introduce the individual galaxies when recovering the global potential. The 3 main cluster parameters σ_0 , θ_a and θ_s were recovered but with a non-zero reduced χ^2_{\min} ($\chi^2_{\min} = 17$). Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

useful to determine precisely the minimum region and to tighten the confidence levels. It becomes quite critical in more complex cases or when a single galaxy strongly perturbs the location of an image.

3.3.5. Bi-modal cluster mass distribution

Up to this point, we have considered simple clusters, dominated by a single massive component. In reality, most clusters are not fully virialised and present sub-structure as the result of accretion processes or merging phases. With these more complex mass distributions, the lensing configurations are more widely distributed. Therefore we examine how the cosmological parameters can be constrained with this type of realistic mass distribution. We thus generated a bi-modal cluster consisting of two clumps of equal mass and 3 families of multiple images probing each part of the lens (Fig. 14). The total potential is axisymmetric and each clump is characterised by an HK-type elliptical mass profile. As the number of multiple images is rather small, we limited the number of parameters to recover and chose σ_0 and θ_a for each clump as adjustable variables. Therefore we fixed $x_{01} = -34''$, $x_{02} = 34''$, $y_{01} = y_{02} = 0''$, $\theta_1 = -45^\circ$, $\theta_2 = +45^\circ$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0.2$ and $\theta_{s1} = \theta_{s2} = 167''$.

Fixing again the initial values of $(\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0)$ to the Λ CDM model $(0.3, 0.7)$, we obtain the confidence levels plotted in Fig. 15. The contours are widened compared to the case of a single potential (in this case, the number of degrees of freedom is reduced from 11 to 6,

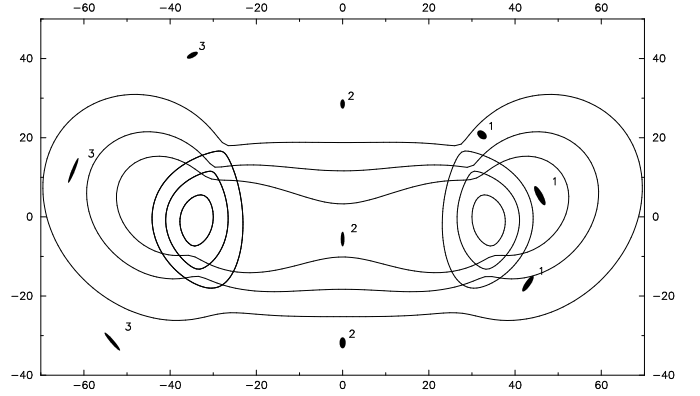


Fig. 14. Multiple images generated by a bimodal cluster at $z_L = 0.3$ with the lens parameters: $\sigma_{01} = \sigma_{02} = 1100 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_{a1} = \theta_{a2} = 12''$ (58 kpc) and $\theta_{s1} = \theta_{s2} = 167''$ (800 kpc). 3 families of multiple images are identified at $z_{S1} = 0.7$, $z_{S2} = 1$ and $z_{S3} = 2$. Units are given in arcseconds.

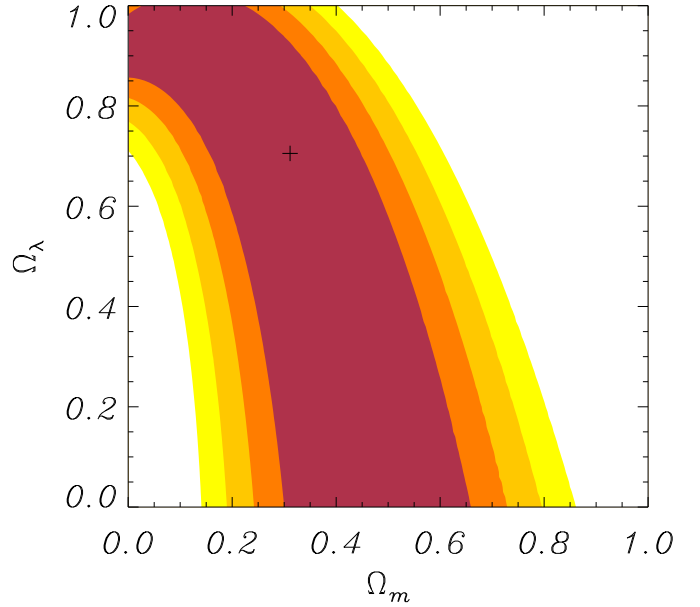


Fig. 15. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 14. The main cluster parameters σ_{01} , σ_{02} , θ_{a1} and θ_{a2} were recovered with $\chi^2_{\min} = 0$ and a number of degrees of freedom $\nu = 6$. The cross (+) represents the original values $(\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0) = (0.3, 0.7)$. Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

but they still give reasonable constraints). Moreover we note that there is little variation in the fitted parameters: $\sigma_{01} = 1100^{+55}_{-50} \text{ km s}^{-1}$, $\sigma_{02} = 1100^{+55}_{-45} \text{ km s}^{-1}$, $\theta_{a1} = 12.1''^{+0.1}_{-0.1}$, and $\theta_{a2} = 12.1''^{+0.3}_{-0.2}$. This configuration is close to the case of the cluster Abell 370, modeled with a bi-modal mass distribution (Kneib et al. 1993b; Bézécourt et al. 1999b) needed to reproduce the peculiar shape of the central multiple-image system. Unfortunately, up to now only two redshifts are known for the multiple images identified in A370!

Last, we generated another system of 3 families of multiple images produced by a cluster consisting of a

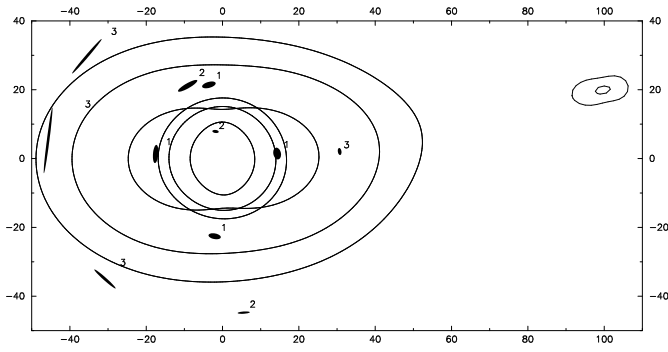


Fig. 16. Multiple images generated by a cluster at $z_L = 0.3$ consisting of a main clump ($\sigma_0 = 1400 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 13.54''$ – 65 kpc – and $\theta_s = 145.8''$ – 700 kpc) and a smaller one ($\sigma_0 = 500 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 5.2''$ – 25 kpc – and $\theta_s = 45.9''$ – 220 kpc) located $102''$ from the main one. Close to their respective critical lines, 3 families of multiple images are identified: a tangential one (#1, $z_{S1} = 0.6$), a radial one (#2, $z_{S2} = 1$) and another tangential one (#3, $z_{S3} = 2$). Units are given in arcseconds.

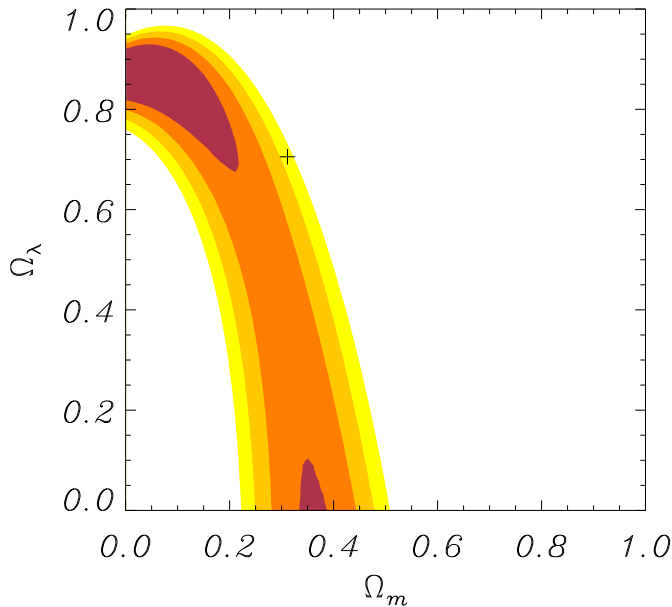


Fig. 17. χ^2 confidence levels in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane obtained from the optimisation of the lens configuration shown in Fig. 16. The 3 main cluster parameters σ_0 , θ_a and θ_s were recovered with a reduced $\chi^2_{\min} = 9$ and a number of degrees of freedom $\nu = 11$. The cross (+) which represents the original values $(\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0) = (0.3, 0.7)$ is now outside the 3- σ confidence levels. Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ).

main clump ($\sigma_0 = 1400 \text{ km s}^{-1}$) and a smaller one ($\sigma_0 = 500 \text{ km s}^{-1}$) representing 22% of the total mass (Fig. 16). We chose to miss the small clump in the mass recovery as this may happen when dealing with some “dark clumps”. Fitting the configuration with a single main cluster, we found in a first round the geometrical parameters, which then remain constant in the χ^2 -optimisation: $x_0 = 0.348''$, $y_0 = 0.189''$, $\theta = 1.880^\circ$ and $\epsilon = 0.259$. We note in particular that the ellipticity is larger than the one used to generate the main clump ($\epsilon = 0.2$). This seems to

Table 6. List of 6 redshift configurations used in the combination of different cluster-lenses (Fig. 18) for a global χ^2 minimisation.

z_L	z_{S1}	z_{S2}	z_{S3}
0.15	0.4	0.8	2.0
0.2	0.5	1.0	3.0
0.25	0.6	0.9	2.0
0.3	0.6	1.0	2.0
0.35	0.6	1.5	3.0
0.4	0.8	1.8	4.0

be the response of the fitting process in order to mimic the missing second clump.

The parameters left free are again σ_0 , θ_a and θ_s . The confidence contours are shown in Fig. 17. We found the following values of the parameters: $\sigma_0 = 1400^{+40}_{-70} \text{ km s}^{-1}$, $\theta_a = 12.8^{+0.2}_{-0.2}$ and $\theta_s = 169^{+2}_{-2}$. However in this case, we do not recover correctly the set of cosmological parameters used to generate the system: $(\Omega_m, \Omega_\lambda) = (0.3, 0.7)$ is excluded at the 3- σ level. Moreover the shape of the contours is not the one expected from the lensing degeneracy. This could be considered to be a signature of an incorrect fiducial mass distribution due to a missing clump in the mass reconstruction. This example demonstrates that the initial guess and the modeling of the different components of a cluster are very sensitive elements. They need to be carefully determined if one wants to test further constraints on the cosmological parameters

4. Conclusion and future prospects

In this paper we have explored in detail a method to obtain informations on the geometry of the Universe with gravitational lensing. It follows an approach first presented by Link & Pierce (LP98) which states that multiple imaging systems at different redshifts can provide constraints not only on the mass profile of the lensing cluster but also on second order parameters like Ω_m or Ω_λ – contained in angular size distances ratios. We have shown that this technique gives constraints which are degenerate in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane and that the degeneracy is roughly perpendicular to the degeneracy issued from high-redshift supernovae searches. Moreover, the matter density Ω_m can be better constrained than the Λ -term. Several simulations of lensing configurations are proposed, assuming reasonable conditions on the cluster-lens potential, such as a regular morphology modeled with only a few parameters. Provided high quality data can be obtained on at least 3 systems of multiple images, such as high resolution images (HST-type) for accurate image positions and deep spectroscopic data for the measurement of the source redshifts, we can expect typical error bars of $\Omega_m = 0.30 \pm 0.11$, $\Omega_\lambda = 0.70 \pm 0.23$.

It is important to underline that one cluster-lens with adequate multiple images would provide by itself a strong constraint on the geometry of the whole

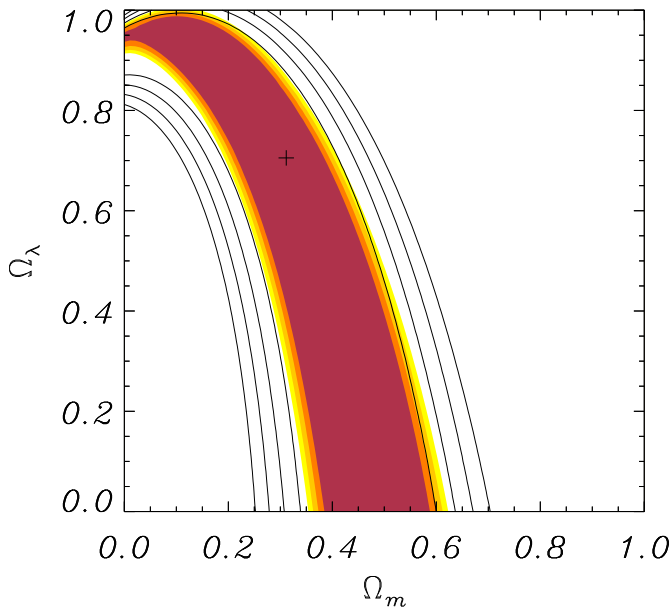


Fig. 18. Color scale: $\chi^2(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ confidence levels obtained for a combination of 6 different cluster-lenses configurations (see Table 6 for redshift informations). The 3 main cluster parameters σ_0 , θ_a , θ_s were recovered for each cluster with a reduced $\chi^2_{\min} = 0$ and $\nu = 60$ degrees of freedom. Dark to light colors delimit the confidence levels (from 1- σ to 4- σ). Solid lines: χ^2 confidence levels (from 1- σ to 4- σ) obtained for a single cluster at $z_L = 0.3$ (same as Fig. 7). The cross (+) represents the original values ($\Omega_m^0, \Omega_\lambda^0$) = (0.3, 0.7).

Universe. Such clusters are not that rare: MS2137.3–2353, MS0440.5+0204, A370, A1689, A2218, AC114 are certainly good candidates for such an experiment. A thorough and detailed analysis is still to be done and we have in hand most of the tools to address the problem immediately. Furthermore, as the exact degeneracy in the $(\Omega_m, \Omega_\lambda)$ plane depends only on the values of the different redshift planes involved, combining results from different cluster-lenses can tighten the error bars. For illustration, we combined 6 different lens configurations and source redshifts, as listed in Table 6. Compared to the expected results with a single cluster (solid lines), the constraints can be improved significantly (Fig. 18).

Looking for a good accuracy on the cosmological parameters is a permanent search in cosmology. Although the curvature is now determined with a remarkable precision thanks to recent results from CMB balloon experiments, it is still very difficult to disentangle Ω_m from Ω_λ (Zaldarriaga et al. 1997). Therefore the advantages of joint analyses by several independent approaches have been pointed out (see White 1998 and Efstathiou et al. 1999): combined results from the $m - z$ relation for SNIa and CMB power spectrum analyses (which have orthogonal degeneracies) constrain Ω_m or Ω_λ separately with much higher accuracy than the individual experiments alone, leading to the currently favored model. One impressive example has been given by Hu & Tegmark (1999) who

showed that a relatively small weak lensing survey could dramatically improve the accuracy of the cosmological parameters measured by future CMB missions. The combination of independent tests can improve the constraints as well as serve as a consistency check. This is clearly demonstrated by Helbig et al. (1999) who combine constraints from lensing statistics and distant SNIa to get a narrow range of possible values for Ω_λ . Therefore, gravitational lensing is a powerful complementary method to address the determination of the geometrical cosmological parameters and probably one of the *cheapest* ones, compared to CMB experiments or SNIa searches. Our technique, when applied to about 10 clusters, should be included in such joint analysis, to obtain a consistent picture on the present cosmological parameters. We are truly entering an era of accurate cosmology, where the overlap between the allowed regions of parameter space is becoming quite reduced.

Acknowledgements. We would like to thank Jean-Luc Atteia, Judy Cohen, Harald Ebeling, Richard Ellis, Bernard Fort, Yannick Mellier, Peter Schneider and Ian Smail for fruitful discussions. We are grateful to Oliver Czoske for a careful reading of the manuscript. JPK acknowledges CNRS for support. This work benefits from the LENSNET European Gravitational Lensing Network No. ER-BFM-RX-CT97-0172.

References

- Aguirre, A. 1999, ApJ, 512, L19
- Bacon, D. J., Refregier, A. R., & Ellis, R. S. 2000, MNRAS, 318, 625
- Balbi, A., Ade, P., Bock, I., et al. 2000, ApJ, 545, L1
- Bézecourt, J., Kneib, J.-P., Soucail, G., & Ebbels, T. M. D. 1999a, A&A, 347, 21
- Bézecourt, J., Soucail, G., Ellis, R., & Kneib, J.-P. 1999b, A&A, 351, 433
- Blandford, R., & Narayan, R. 1992, ARA&A, 30, 311
- Bolzonella, M., Miralles, J.-M., & Pelló, R. 2000, A&A, 363, 476
- Campusano, L. E., Pelló, R., Kneib, J.-P., et al. 2001, A&A, 378, 394
- Célérier, M.-N. 2000, A&A, 353, 63
- Chiba, M., & Yoshii, Y. 1999, ApJ, 510, 42
- Cooray, A. 1999, A&A, 342, 353
- Cooray, A., Quashnock, J., & Miller, M. 1999, ApJ, 511, 562
- Efstathiou, G., Bridle, S., Lasenby, A., Hobson, M., & Ellis, R. 1999, MNRAS, 303, L47
- Faber, S. M., Trenaire, S., Ajhar, E. A., et al. 1997, AJ, 114, 1771
- Falco, E., Kochanek, C., & Muñoz, J. 1998, ApJ, 490, L123
- Fernández-Soto, A., Lanzetta, K. M., & Yahil, A. 1999, ApJ, 513, 34
- Freedman, W. 2000, Phys. Scr., 85, 37
- Gautret, L., Fort, B., & Mellier, Y. 2000, A&A, 353, 10
- Golse, G., & Kneib, J.-P. 2002, A&A, submitted
- Helbig, P. 1999, A&A, 350, 1
- Hjorth, J., & Kneib, J.-P. 2001, ApJ, submitted
- Hu, W., & Tegmark, M. 1999, ApJ, 514, L65
- Jaffe, A. H., Ade, P. A., Balbi, A., et al. 2001, PRL, 86, 3475

- Kneib, J.-P. 1993, Ph.D. Thesis, Université Paul-Sabatier, Toulouse
- Kneib, J.-P., Ellis, R. S., Smail, I., Couch, W. J., & Sharples, R. M. 1996, *ApJ*, 471, 643
- Kneib, J.-P., Mellier, Y., Fort, B., & Mathez, G. 1993a, *A&A*, 273, 367
- Kneib, J.-P., Mellier, Y., Fort, B., & Mathez, G. 1993b, *A&A*, 286, 701
- Kochanek, C. 1996, *ApJ*, 466, 638
- Kolatt, T. S., & Lahav, O. 2001, *MNRAS*, 323, 859
- Kovner, I. 1989, *ApJ*, 337, 621
- Link, R., & Pierce, M. 1998, *ApJ*, 502, 63
- Lombardi, M., & Bertin, G. 1999, *A&A*, 342, 337
- Maoli, R., van Waerbeke, L., Mellier, Y., et al. 2001, *A&A*, 368, 766
- Melchiorri, A., Ade, P. A. R., de Bernadis, P., et al. 2000, *ApJ*, 536, L63
- Mellier, Y., Fort, B., & Kneib, J.-P. 1993, *ApJ*, 407, 33
- Natarajan, P., Kneib, J., Smail, I., & Ellis, R. S. 1998, *ApJ*, 499, 600
- Natarajan, P., & Kneib, J.-P. 1996, *MNRAS*, 283, 1031
- Natarajan, P., & Kneib, J.-P. 1997, *MNRAS*, 287, 833
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, *ApJ*, 490, 493
- Paczynski, B., & Gorski, K. 1981, *ApJ*, 248, L101
- Peebles, P. J. E. 1993, *Principles of physical cosmology* (Princeton University Press)
- Perlmutter, S., Adering, G., della Valle, M., et al. 1998, *Nature*, 391, 51
- Riess, A. G., Filippenko, A. V., Challis, P., et al. 1998, *AJ*, 116, 1009
- Sahni, V., & Starobinsky, A. 2000, *Int. J. Mod. Phys., D9*, 373
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. 1992, *Gravitational Lensing* (Springer-Verlag)
- Smail, I., Dressler, A., Kneib, J.-P., et al. 1996, *ApJ*, 469, 508
- Smith, G. P., Kneib, J., Ebeling, H., Czoske, O., & Smail, I. 2001, *ApJ*, 552, 493
- Tonry, J., & Franx, M. 1999, *ApJ*, 512, 512
- Turner, E. 1990, *ApJ*, 365, L43
- Turner, E., Ostriker, J., & Gott III, J. 1984, *ApJ*, 284, 1
- Van Waerbeke, L., Bernardeau, F., & Mellier, Y. 1999, *A&A*, 342, 15
- Van Waerbeke, L., Mellier, Y., Radovich, M., et al. 2001, *A&A*, 374, 757
- Warren, S. J., Iovino, A., Hewett, P. C., & Shaver, P. A. 1998, *MNRAS*, 299, 1215
- White, M. 1998, *ApJ*, 506, 495
- Williams, R. E., Blacker, B., Dickirson, M., et al. 1996, *AJ*, 112, 1335
- Wittman, D. M., Tyson, J. A., Kirkman, D., Dell’Antonio, I., & Bernstein, G. 2000, *Nature*, 405, 143
- Zaldarriaga, M., Spergel, D., & Seljak, U. 1997, *ApJ*, 488, 1

Annexe C

**Article Golse & Kneib (2002) A&A
390, 821**

Pseudo elliptical lensing mass model: Application to the NFW mass distribution

G. Golse and J.-P. Kneib

Laboratoire d’Astrophysique, Observatoire Midi-Pyrénées, 14 av. E.-Belin, 31400 Toulouse, France

Received 18 March 2002 / Accepted 18 April 2002

Abstract. We introduce analytical expressions for a pseudo fully analytical elliptical projected Navarro, Frenk & White (NFW) mass profile to be used in lensing equations. We propose a formalism that incorporates the ellipticity into the expression for the lens potential, producing a pseudo-elliptical mass distribution. This approach can be implemented to any circular mass profile for which the projected mass profile $\Sigma(r)$ and the deflection angle profile $\alpha(r)$ both have analytical expressions; however the potential does not necessarily need to take an analytical form. We apply this new formalism to the NFW mass distribution and study how well this pseudo-elliptical NFW model describes an elliptical mass distribution. We conclude that the pseudo-elliptical NFW model is a good description of elliptical mass distributions provided that the ellipticity of the projected mass distribution is ≤ 0.4 , although with a slightly boxy distribution.

Key words. cosmology: miscellaneous – gravitational lensing – dark matter – galaxies: clusters: general – galaxies: halos

1. Introduction

Cosmological N -body simulations of cluster formation (Navarro et al. 1997) indicate the existence of a universal density profile for dark matter halos, independent of their mass, power spectrum of initial fluctuations or cosmological parameters. For this so-called NFW profile, the density increases near the centre with a shallower slope than an isothermal profile, while it steepens gradually outward and becomes steeper than isothermal far from the centre. Its analytic expression is given by

$$\rho(r) = \frac{\rho_c}{(r/r_s)(1 + r/r_s)^2} \quad (1)$$

where ρ_c is a characteristic density and r_s a scale radius. Recent higher-resolution simulations (e.g. Moore et al. 1998; Ghigna et al. 2000) advocate a steeper central cusp of $\rho \propto r^{-1.4}$. Attempts to constrain the inner slope of the density profile with high resolution observations of luminosity profiles (Faber et al. 1997) seems to confirm a central cusp ($\rho \propto r^{-1}$), rather than a core radius for massive galaxies. On larger scales, Smith et al. (2001) used gravitational lensing to constrain the density profile of A 383, a massive galaxy cluster at $z = 0.19$, finding a logarithmic slope of ~ -1.3 . Robust interpretation of these observational results is complicated by several factors, including the absence of baryons from high resolution numerical simulations, systematic uncertainties in the lens models arising from parametrisation of the mass distribution, and the need to use

elliptical mass distributions to fit observed multiple image systems.

Gravitational lensing is an ideal tool to constrain the radial structure of collapsed halos such as galaxies and clusters of galaxies (Smith et al. 2001). However, lensing is only sensitive to the projected mass distribution, and elliptical mass distributions are needed to match the multiple images observed in both galaxy and cluster lens systems (Kneib 2001). In response to the debate regarding the inner slope of the density profile, Muñoz et al. (2001) introduced a general set of ellipsoidal lens models with $\rho \propto r^{-\gamma}$ as $r \rightarrow 0$ and $\rho \propto r^{-n}$ at large radius. However, as there are no general analytic expressions for cusped ellipsoidal mass models, the deflections and magnifications are calculated numerically. They applied their model to the gravitational lens APM 08279+5255 and found a very shallow cusp ($\gamma \lesssim 0.4$). In contrast, for B 1933+503, they found that a steep density cusp ($1.6 \lesssim \gamma \lesssim 2.0$) is favoured. To avoid expensive numerical integration, Barkana (1998) suggested an alternative solution. For a softened power-law elliptical mass distribution, it is possible to approximate the integrand so that the integration can be done analytically. Therefore, for this flat core model, the deflection can be then calculated to high accuracy.

In this paper we propose a new way to introduce ellipticity in lensing model in a fully analytical way, and we discuss in detail the recipe and limit of the model for the NFW mass distribution. In Sect. 2, we briefly discuss spherical NFW lens models. Then we present, in Sect. 3, a general pseudo-elliptical formalism that incorporates the ellipticity in the expression of the lens potential if this is known, or anyway of the deflection

angle. In Sect. 4, we apply this formalism to the NFW profile and study the departure of this model from an elliptical NFW mass model. Finally, in Sect. 5 we discuss prospects for the application of this new formalism.

2. Spherical NFW lensing model

We first recall the expressions for the spherical NFW density profile (e.g. Bartelmann 1996; Wright & Brainerd 2000), this will also allow us to define all the lensing quantities used hereafter.

In the thin lens approximation, we define z as the optical axis and $\Phi(R, z)$ as the three-dimensional Newtonian gravitational potential – where $r = \sqrt{R^2 + z^2}$. The reduced two-dimensional lens potential in the plane of the sky is given by (Schneider et al. 1992):

$$\varphi(\theta) = \frac{2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_{OL}D_{OS}} \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(D_{OL}\theta, z) dz \quad (2)$$

where $\theta = (\theta_1, \theta_2)$ is the angular position in the image plane.

The deflection angle α between the image and the source, the convergence κ and the shear γ are then simply:

$$\begin{cases} \alpha(\theta) = \nabla_{\theta} \varphi(\theta) \\ \kappa(\theta) = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta_2^2} \right) \\ \gamma^2(\theta) = \|\gamma(\theta)\|^2 = \frac{1}{4} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta_1^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta_2^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \right)^2 \end{cases} \quad (3)$$

For convenience we introduce the dimensionless radial coordinates $\mathbf{x} = (x_1, x_2) = \mathbf{R}/r_s = \theta/\theta_s$ where $\theta_s = r_s/D_{OL}$. In the case of an axially symmetric lens, the relations become simpler, as the position vector can be replaced by its norm. The surface mass density then becomes

$$\Sigma(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r_s x, z) dz = 2\rho_c r_s F(x) \quad (4)$$

with

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \operatorname{arccch} \frac{1}{x} \right) & (x < 1) \\ \frac{1}{3} & (x = 1) \\ \frac{1}{x^2 - 1} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \arccos \frac{1}{x} \right) & (x > 1) \end{cases}$$

and the mean surface density inside the dimensionless radius x is

$$\bar{\Sigma}(x) = \frac{1}{\pi x^2} \int_0^x 2\pi x' \Sigma(x') dx' = 4\rho_c r_s \frac{g(x)}{x^2} \quad (5)$$

with

$$g(x) = \begin{cases} \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} \operatorname{arccch} \frac{1}{x} & (x < 1) \\ 1 + \ln \frac{1}{2} & (x = 1) \\ \ln \frac{x}{2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}} \arccos \frac{1}{x} & (x > 1). \end{cases}$$

The lensing functions α, κ and γ also have simple expressions (Miralda-Escudé 1991)

$$\begin{cases} \alpha(x) = \theta \frac{\bar{\Sigma}(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} = 4\kappa_s \frac{\theta}{x^2} g(x) \mathbf{e}_x \\ \kappa(x) = \frac{\Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} = 2\kappa_s F(x) \\ \gamma(x) = \frac{\bar{\Sigma}(x) - \Sigma(x)}{\Sigma_{\text{crit}}} = 2\kappa_s \left(\frac{2g(x)}{x^2} - F(x) \right) \end{cases} \quad (6)$$

with $\kappa_s = \rho_c r_s \Sigma_{\text{crit}}^{-1}$. Noting $\nabla_{\mathbf{x}} \alpha(x) = (\partial_{x_1} \alpha, \partial_{x_2} \alpha)$ and $\phi = \arctan(x_2/x_1)$, we obtain some useful relations for the following that hold for any circular mass distribution:

$$\begin{cases} \kappa(x) = \frac{1}{2\theta_s} \left(\frac{\alpha(x)}{x} + \frac{\partial_{x_1} \alpha(x)}{\cos \phi} \right) \\ \gamma(x) = \frac{1}{2\theta_s} \left(\frac{\alpha(x)}{x} - \frac{\partial_{x_1} \alpha(x)}{\cos \phi} \right) \\ \frac{\partial_{x_1} \alpha(x)}{\cos \phi} = \frac{\partial_{x_2} \alpha(x)}{\sin \phi} \\ \kappa(x) + \gamma(x) = \frac{\alpha(x)}{\theta_s x} \end{cases} \quad (7)$$

By integrating the deflection angle, we find the lens potential $\varphi(x)$ (Meneghetti et al. 2002):

$$\varphi(x) = 2\kappa_s \theta_s^2 h(x) \quad (8)$$

where

$$h(x) = \begin{cases} \ln^2 \frac{x}{2} - \operatorname{arccch}^2 \frac{1}{x} & (x < 1) \\ \ln^2 \frac{x}{2} + \arccos^2 \frac{1}{x} & (x \geq 1). \end{cases} \quad (9)$$

The velocity dispersion $\sigma(r)$ of this potential, computed with the Jeans equation for an isotropic velocity distribution, gives an unrealistic central velocity dispersion $\sigma(0) = 0$. In order to compare the pseudo-elliptical NFW potential with other potentials, we define a scaling parameter v_c (characteristic velocity) in terms of the parameters of the NFW profile as follows:

$$v_c^2 = \frac{8}{3} G r_s^2 \rho_c. \quad (10)$$

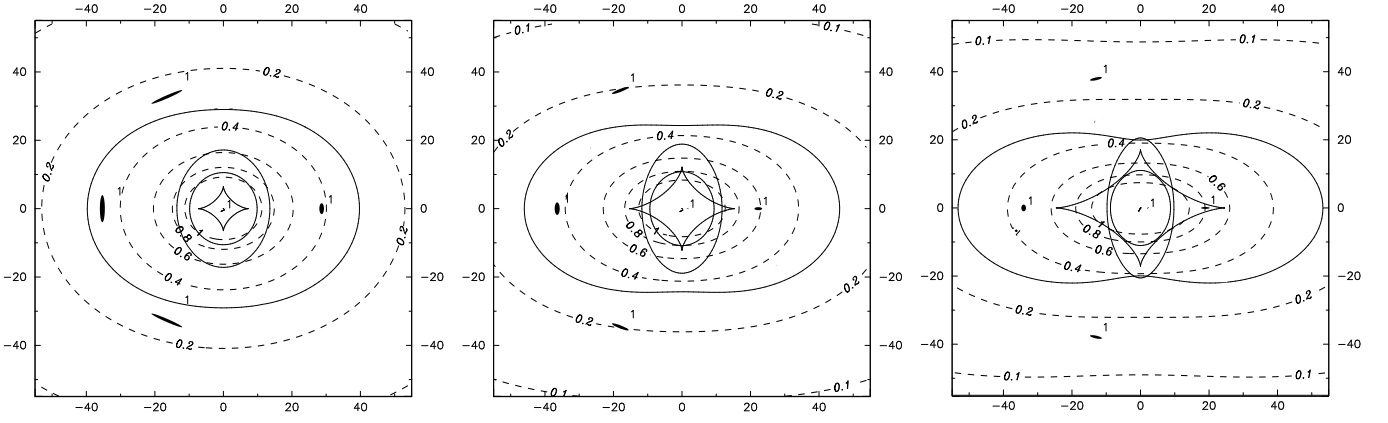


Fig. 1. System of 5 multiple images generated by a pseudo-elliptical NFW cluster at $z_L = 0.3$ with the following lens parameters: $v_c = 2000 \text{ km s}^{-1}$, $\theta_s = 31.3''$ ($r_s = 150 \text{ kpc}$) and different values of ϵ . From left to right: $\epsilon = 0.1, 0.2, 0.3$. Solid lines are the critical and caustic lines for a source redshift $z_{S1} = 1$. Dashed lines are the iso-contours of the dimensionless projected density $\frac{\Sigma_\epsilon(x_1/r_s, x_2/r_s)}{2\rho_c r_s}$. Units are given in arcseconds.

Using the value of the critical density for closure of the Universe $\rho_{\text{crit}} = 3H_0^2/8\pi G$, we find

$$\frac{\rho_c}{\rho_{\text{crit}}} = \frac{v_c^2}{H_0^2 r_s^2} = 1.8 \times 10^3 h^{-2} \quad (11)$$

$$\times \left(\frac{r_s}{150 \text{ kpc}} \right)^{-2} \left(\frac{v_c}{2000 \text{ km s}^{-1}} \right)^2.$$

We showed (Golse et al. 2002) that a value $v_c = 2000 \text{ km s}^{-1}$ corresponds to a velocity dispersion $\sigma_0 \sim 1200 \text{ km s}^{-1}$ for a Hjorth & Kneib (2002) model.

3. Elliptical potential and deflection-angle model

We will here introduce an ellipticity ϵ in the circular lens potential $\varphi(\theta)$. Moreover, we assume that the radial profile can be scaled by a scale radius θ_s , thus making possible to define x as $x = \theta/\theta_s$ (one can always set $\theta_s = 1$ if the radial profile is scale free). We introduce the ellipticity in the expression of the lens potential by substituting x by x_ϵ , using the following elliptical coordinate system:

$$\begin{cases} x_{1\epsilon} = \sqrt{a_{1\epsilon}} x_1 \\ x_{2\epsilon} = \sqrt{a_{2\epsilon}} x_2 \\ x_\epsilon = \sqrt{x_{1\epsilon}^2 + x_{2\epsilon}^2} = \sqrt{a_{1\epsilon} x_1^2 + a_{2\epsilon} x_2^2} \\ \phi_\epsilon = \arctan(x_{2\epsilon}/x_{1\epsilon}) \end{cases} \quad (12)$$

where $a_{1\epsilon}$ and $a_{2\epsilon}$ are two parameters defining the ellipticity.

Furthermore, from the elliptical lens potential $\varphi_\epsilon(x) \equiv \varphi(x_\epsilon)$, we can then compute the elliptical deviation angle:

$$\alpha_\epsilon(x) = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi_\epsilon}{\partial x_1} = \alpha(x_\epsilon) \sqrt{a_{1\epsilon}} \cos \phi_\epsilon \\ \frac{\partial \varphi_\epsilon}{\partial x_2} = \alpha(x_\epsilon) \sqrt{a_{2\epsilon}} \sin \phi_\epsilon \end{pmatrix}. \quad (13)$$

We note that these expressions holds for any definition of $a_{1\epsilon}$ and $a_{2\epsilon}$.

For instance, Meneghetti et al. (2002) use for their NFW elliptical model:

$$\begin{aligned} a_{1\epsilon} &= 1 - \epsilon \\ a_{2\epsilon} &= 1/(1 - \epsilon) \end{aligned} \quad (14)$$

for an ellipticity along the x_1 axis. This choice has the advantage to stick to a “standard” definition: $\epsilon = 1 - b/a$ – where a and b are respectively the semi-major and semi-minor axis of the elliptical shape.

However this choice of $a_{1\epsilon}$ and $a_{2\epsilon}$ does not yield simple expressions for lensing quantities e.g. κ and γ (see Meneghetti et al. 2002). Nevertheless, we will now show that it is possible to derive simple analytic expressions of κ and γ for a *particular* choice of $a_{1\epsilon}$ and $a_{2\epsilon}$.

At this point, our proposed method can be considered twofold. *i)* Either the circular lens potential φ and the 2D surface mass density Σ both have analytic expressions. We can then introduce the elliptical formalism (12) in the lensing potential φ and derive the elliptical deflection angle $\alpha_\epsilon(x)$ (Eq. (13)). *ii)* Or, there is no analytic expression for the circular lens potential (indeed, in many cases the circular lens potential has not a simple analytical expression). In this case, we need analytic expressions for both the circular deviation angle α and the 2D surface mass density Σ . The elliptical formalism (12) is then introduced in the expression of the deflection angle as in Eq. (13). The way the deviation angle is defined ensures that $\alpha(x)$ derives from a lens potential $\varphi_\epsilon(x) \equiv \varphi(x_\epsilon)$, even if there is no analytical expression for $\varphi(x)$.

Thus, in the following, we will refer to this method as the elliptical deflection angle model, whether the lens potential is analytically known or not. To be able to simply derive the convergence and the shear, we choose the following elliptical parameters:

$$\begin{aligned} a_{1\epsilon} &= 1 - \epsilon \\ a_{2\epsilon} &= 1 + \epsilon. \end{aligned} \quad (15)$$

For small ϵ , it gives the same ellipticity along the x_1 axis as the one given by the parameters defined in Eqs. (14). More

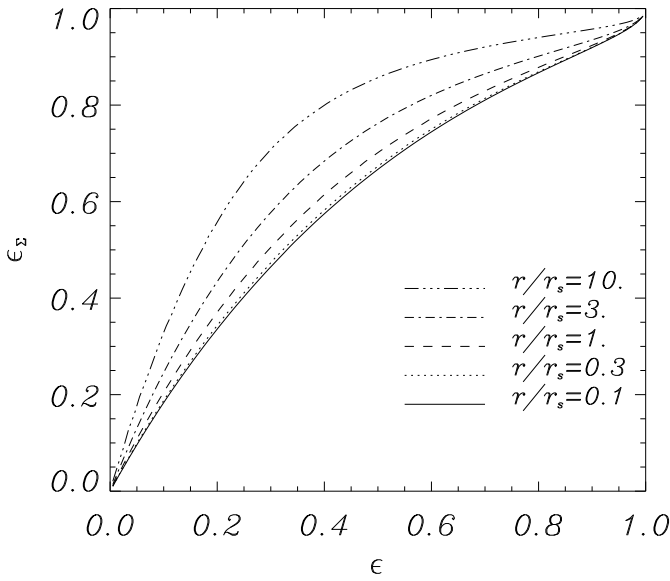


Fig. 2. Ellipticity ϵ_Σ of the projected density Σ_ϵ as a function of the ellipticity ϵ defined in Eq. (12) with the choice (15) for the NFW profile. We show curves for different values of r/r_s (r : ellipse semi diagonal, r_s : NFW scale radius).

generally, if we denote by ϵ_φ the ellipticity of the lens potential contours – taken as $1 - b/a$ –, we have:

$$\epsilon_\varphi = 1 - \sqrt{\frac{1-\epsilon}{1+\epsilon}} \quad (16)$$

independently of the profile. This means there is a direct relation between the “standard” ellipticity and the deflection angle ellipticity.

However, for this particular choice of ϵ we can derive easily – using Eqs. (7) – the corresponding convergence $\kappa_\epsilon(\mathbf{x})$ induced by Eq. (13):

$$\begin{aligned} \kappa_\epsilon(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2\theta_s^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_2^2} \right) \\ &= \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \frac{\epsilon}{2\theta_s^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} - \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} \right) \\ &= \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \gamma(\mathbf{x}_\epsilon). \end{aligned} \quad (17)$$

Similarly, the shear $\gamma_\epsilon(\mathbf{x})$ can be written as:

$$\begin{aligned} \gamma_\epsilon^2(\mathbf{x}) &= \frac{1}{4\theta_s^4} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_2^2} \right)^2 + \left(2 \frac{\partial^2 \varphi_\epsilon}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 \right\} \\ &= \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon) \\ &\quad + \frac{\epsilon}{2\theta_s^4} \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} - \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} \right) \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} \right) \\ &\quad + \frac{\epsilon^2}{4\theta_s^4} \left\{ \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon}^2} + \frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{2\epsilon}^2} \right)^2 - 4 \left(\frac{\partial^2 \varphi(x_\epsilon)}{\partial x_{1\epsilon} \partial x_{2\epsilon}} \right)^2 \right\} \end{aligned} \quad (18)$$

which, using Eqs. (7), can be simplified as:

$$\begin{aligned} \gamma_\epsilon^2(\mathbf{x}) &= \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon) + 2\epsilon \cos 2\phi_\epsilon \gamma(\mathbf{x}_\epsilon) \kappa(\mathbf{x}_\epsilon) \\ &\quad + \epsilon^2 (\kappa^2(\mathbf{x}_\epsilon) - \cos^2 2\phi_\epsilon \gamma^2(\mathbf{x}_\epsilon)). \end{aligned} \quad (19)$$

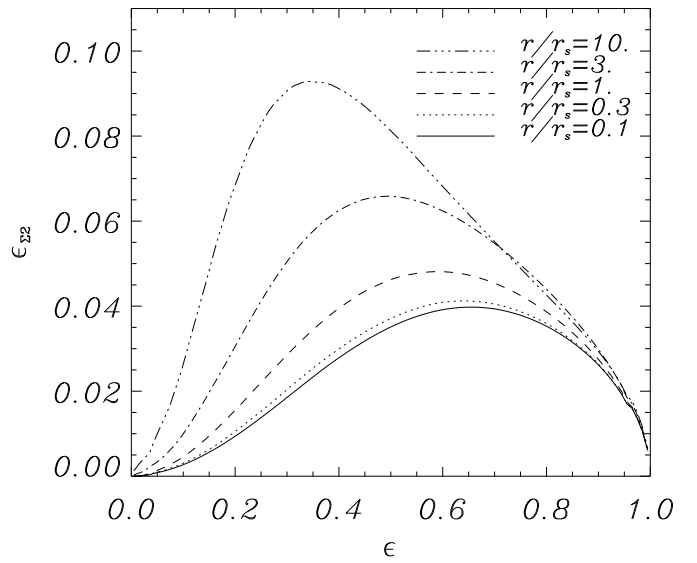


Fig. 3. Parameter $\epsilon_{\Sigma 2}$ from Eq. (24) used to fit the projected density Σ_ϵ ; it characterises the deviation from a purely elliptical curve. $\epsilon_{\Sigma 2}$ is a function of the ellipticity ϵ defined in Eq. (12) with the choice (15) for the NFW profile. Curves are shown for different values of r/r_s (r : ellipse semi diagonal, r_s : NFW scale radius).

Finally, the projected mass density $\Sigma_\epsilon(\mathbf{x})$ is simply determined from Eqs. (17) and (6):

$$\Sigma_\epsilon(\mathbf{x}) = \Sigma(\mathbf{x}_\epsilon) + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon (\bar{\Sigma}(\mathbf{x}_\epsilon) - \Sigma(\mathbf{x}_\epsilon)). \quad (20)$$

4. Application of the model to NFW halos

Now, we apply the elliptical deflection angle model developed in Sect. 3 to the NFW profile (1). In that case, the lens potential (2) and the 2D projected mass profile (4) are known analytically.

An illustration of some lensed images using our new formalism applied to the NFW profile is shown in Fig. 1. The caustic associated with the tangential critical line has the usual diamond shape and is not reduced to a central point as in the spherical NFW case. This of course makes the formation of 5-image configurations with tangential images possible.

4.1. Expression of the 3D pseudo-elliptical mass distribution

This particular mass distribution has the advantage that the 3D pseudo-elliptical NFW mass profile $\rho_\epsilon(\mathbf{x}, x_3)$ can also be derived. Indeed using the scaled variables $x_3 = z/r_s$ and $u = r/r_s = \sqrt{x^2 + x_3^2}$, we can compute from Eqs. (4), (5) and (20):

$$\begin{aligned} \rho_\epsilon(\mathbf{x}, x_3) &= \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) \\ &\quad + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon \left(\frac{2}{x_\epsilon^2} \int_0^{x_\epsilon} x \rho(\mathbf{x}, x_3) dx - \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) \right) \\ &= \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) \\ &\quad + \epsilon \cos 2\phi_\epsilon (\bar{\rho}(\mathbf{x}_\epsilon, x_3) - \rho(\mathbf{x}_\epsilon, x_3)) \end{aligned} \quad (21)$$

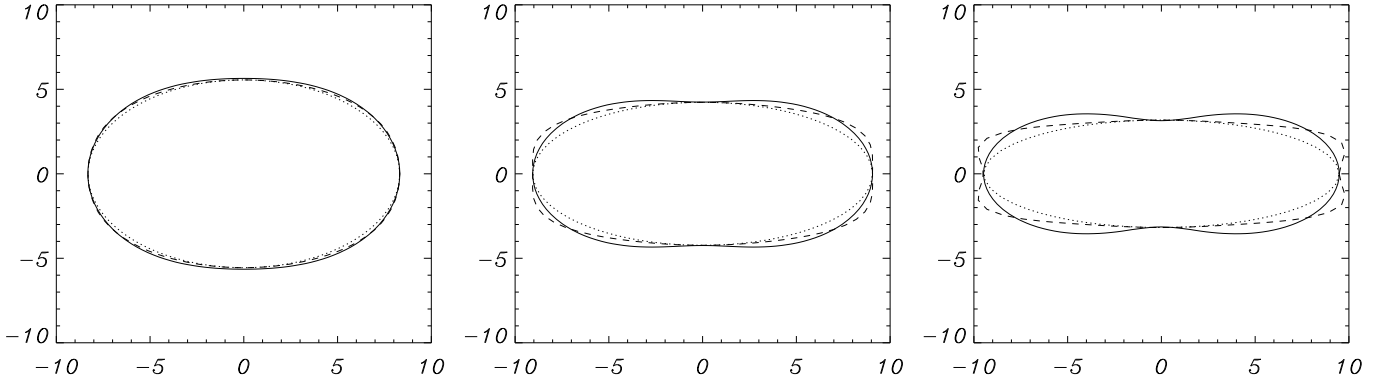


Fig. 4. Solid lines: projected density $\Sigma_\epsilon(x_1/r_s, x_2/r_s)$ contour for a pseudo-elliptical NFW profile at $r/r_s = 10$ (r : ellipse semi diagonal, r_s : NFW scale radius). Dotted lines: best fit ellipse. Dashed lines: fitting function (24) with computed parameters ϵ_Σ and $\epsilon_{\Sigma 2}$. From left to right: $\epsilon = 0.1, 0.2, 0.3$.

with

$$\bar{\rho}\left(\sqrt{u^2 - x_3^2}, x_3\right) = \frac{2\rho_c}{(1+u)(1+x_3)(u+x_3)}. \quad (22)$$

4.2. Physical limits of the NFW pseudo-elliptical mass model

We now investigate the range of ϵ for which this NFW mass model is an adequate description of an elliptical underlying mass distribution. We will use two methods to quantify the deviation of our model from a purely elliptical distribution.

Figure 1 shows the contours (dashed lines) of the projected mass density Σ_ϵ (Eq. (20)) for $\epsilon = 0.1, 0.2, 0.3$. In the more elliptical models, the contours become increasingly boxy/peanut shaped at larger “radius”. In order to investigate this boxy behaviour, we must first quantify the ellipticity ϵ_Σ of the projected mass distribution Σ_ϵ , and then relate this to the ellipticity ϵ of the lens model. Purely elliptical projected mass density contours would have a polar equation of the type

$$r \propto \frac{1}{\sqrt{(1 - \epsilon_\Sigma) \cos^2 \phi + \frac{\sin^2 \phi}{1 - \epsilon_\Sigma}}}. \quad (23)$$

We propose a fit of elliptical-like functions which is a deviation from an elliptical model. It is slightly different from the function presented by Jedrzejewski (1987) and already used by Shaw (1993) or Quillen et al. (1997). We write the polar equation

$$r \propto \frac{1}{\sqrt{(1 - \epsilon_\Sigma) \cos^2 \phi + \frac{\sin^2 \phi}{1 - \epsilon_\Sigma} + \epsilon_{\Sigma 2} \cos(4\phi_{\epsilon_\Sigma})}} \quad (24)$$

with

$$\phi_{\epsilon_\Sigma} = \arctan\left(\frac{\tan \phi}{1 - \epsilon_\Sigma}\right). \quad (25)$$

If we assume that the fitted contour is roughly an ellipse with an ellipticity ϵ_Σ , the angular direction ϕ_{ab} of its diagonal is such that $\tan \phi_{ab} = b/a \simeq 1 - \epsilon_\Sigma$. In this expression, a and b are defined by $\Sigma_\epsilon(a, 0) = \Sigma_\epsilon(0, b)$, i.e. the “pseudo” semi major and

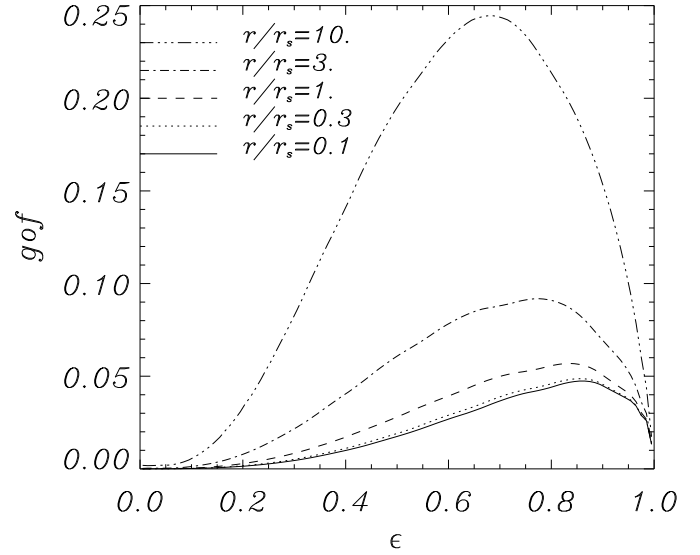


Fig. 5. Goodness of fit of the projected density Σ_ϵ contours by a function of the type (24). The ellipticity ϵ is defined for the NFW profile in Eq. (12) with the choice (15). Curves are shown for different values of r/r_s (r : ellipse semi diagonal, r_s : NFW scale radius). The goodness of fit is computed as in Eq. (27) with $N = 20$.

minor axis. Taking a radial coordinate of the form (24) permits to quantify the degree of boxiness for a non elliptical model. Indeed, compared to an ellipse, r is then smaller along the axis and larger along the diagonals for $\epsilon_{\Sigma 2} > 0$, i.e. the distribution is boxier. This kind of fit can be generally applied to check quantitatively the deviation of a boxy/peanut function from an ellipse via the parameter $\epsilon_{\Sigma 2}$.

For a given ellipticity ϵ , introduced in the deflection angle, and a given radius $r = \sqrt{a^2 + b^2}$, we will fit the parameters ϵ_Σ and $\epsilon_{\Sigma 2}$ in the corresponding surface density profile. A goodness of fit indicator will allow us to check how effective the representation is. The ratio b/a gives a first relation. The other one is given by c/a where c is such that $\Sigma_\epsilon(c, c \tan \phi_{ab}) = \Sigma_\epsilon(a, 0) = \Sigma_\epsilon(0, b)$. This means that we adjust the coefficients of the fitting function along the first order ellipse diagonal. Equation (24) is indeed a deviation from an ellipse in this direction. Actually, getting two relations does

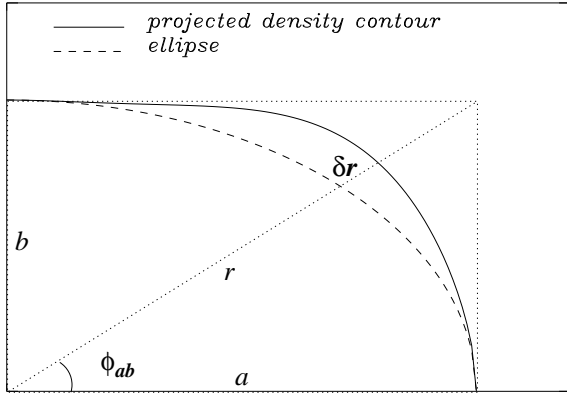


Fig. 6. Method used to compare a projected density contour and a real ellipse with semi axes a and b . $\delta r/r$ characterises this deviation.

not lead analytically to ϵ_Σ and $\epsilon_{\Sigma 2}$, mainly because of the angle ϕ_{ϵ_Σ} which depends on ϵ_Σ . So we assume in practice that $1 - \epsilon_\Sigma \simeq b/a$. This approximation is correct since

$$\frac{b}{a} = \frac{\sqrt{1 - \epsilon_\Sigma + \epsilon_{\Sigma 2}}}{\sqrt{1 - \epsilon_\Sigma + \epsilon_{\Sigma 2}}} \simeq (1 - \epsilon_\Sigma) \left(1 + \frac{\epsilon_\Sigma \epsilon_{\Sigma 2}}{2} \left(\frac{2 - \epsilon_\Sigma}{1 - \epsilon_\Sigma} \right) \right) \quad (26)$$

for $\epsilon_{\Sigma 2} \ll 1$ and $1 - \epsilon_\Sigma = O(1)$. It is then possible to express ϵ_Σ and $\epsilon_{\Sigma 2}$ analytically for given ϵ and r , see Figs. 2 and 3.

We note that a given value of ϵ corresponds to a higher value of ϵ_Σ (Fig. 2). ϵ can be considered as the ellipticity of the potential ϵ_ϕ for a large range of values (see Eq. (16): there is less than 10% error for $\epsilon \leq 0.25$). It is also known that the ellipticity of the projected mass density is proportional to and larger than the ellipticity of the potential in the linear approximation and then flattens (Kneib 1993). For instance, a singular isothermal ellipse satisfies $\epsilon_\Sigma = 3 \epsilon_\phi$ for $\epsilon_\phi \ll 1$.

To derive numerically such a relation for the NFW profile, we need to know the range of acceptable and physical values for ϵ . For all ellipticities and up to $r/r_s = 10$ (i.e. $r \sim 1.5$ Mpc for a galaxy cluster), $\epsilon_{\Sigma 2} < 0.1$ (see Fig. 3). So the deviation parameter is not too large and the elliptical approximation could be considered as acceptable if the goodness of fit for the function (24) is small. To check the relevance of this fit, we plot the Σ_ϵ contour, the first order ellipse and the fitting function found for $r/r_s = 10$ and $\epsilon = 0.1, 0.2, 0.3$ (Fig. 4). The fit is correct for small ellipticities but is not suited for $\epsilon = 0.3$. In particular it fails to reproduce the shape along the x_2 axis.

Quantitatively, we define a goodness of fit in the following way:

$$gof = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|r_\Sigma(\phi_i) - r(\phi_i)|}{r(\phi_i)} \quad (27)$$

for $\phi_i = \frac{\pi i}{2N}$ (for symmetry reasons). For given a and ϵ , $r_\Sigma(\phi_i)$ and $r(\phi_i)$ are respectively the distances of the projected density contour and of the corresponding fit function (24) from the centre in the direction ϕ_i . Figure 5 confirms that the goodness of fit becomes quite large from $\epsilon \sim 0.25$ (the deviation from the proposed function then reaches 10%).

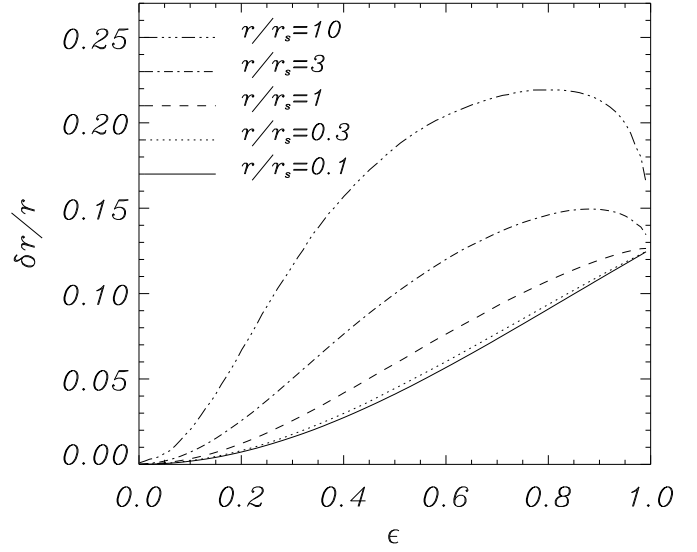


Fig. 7. $\delta r/r$ (as defined in Fig. 6) as a function of ϵ . It characterises the deviation of the projected density from an ellipsoidal model for various r/r_s ratios (r_s : NFW scale radius).

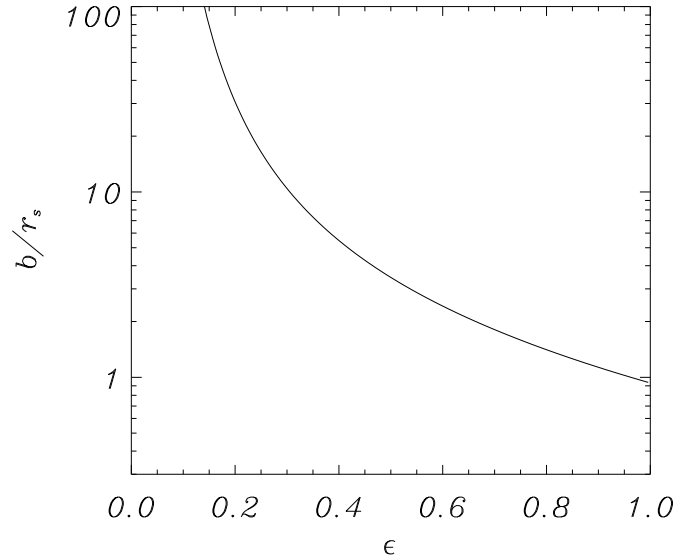


Fig. 8. b/r_s (b : distance from the centre along the x_2 axis at which Σ_ϵ becomes negative, r_s : NFW scale radius) as a function of ϵ .

We think that function (24) can be useful to test deviation from ellipticity of a given function in various sets of problems. In our case the deviation parameter $\epsilon_{\Sigma 2}$ is rather small but the goodness of fit is only acceptable for ellipticities (introduced in the deviation angle) of $\epsilon < 0.25$.

Alternatively, to simply quantify the degree of boxiness for this pseudo-elliptical NFW model, we defined the characteristic deviation from ellipticity in the following way. In Fig. 6, δr is the distance between a real ellipse and a Σ_ϵ contour along the ellipse diagonal. We plot $\delta r/r$ versus ϵ for different r/r_s ratios in Fig. 7. At all radii, and for all ϵ , the model has a positive δr , i.e. the model mass distribution is more boxy than an elliptical distribution. Assuming that the underlying mass distribution is elliptical, and aiming to incur an error in r which is $\leq 10\%$, we find that on scales of 1.5 Mpc (i.e. corresponding

to $r/r_s \sim 10$ for a galaxy cluster), the pseudo-elliptical model provides an adequate description of the underlying mass distribution for $\epsilon \lesssim 0.25$, which translates to a limit of $\epsilon_\Sigma \lesssim 0.4$ on the projected density at $r/r_s = 1$ (see Fig. 2).

For models in which the potential – rather than the deflection angle – is chosen to have elliptical contours, the corresponding density contours acquire the artificial feature of a dumbbell shape, and the density can also become negative (Kassiola & Kovner 1993). Similarly here, for large ellipticities or at large radii, we see from Eq. (20) that the projected density Σ_ϵ can also become negative. This occurs closer to the centre along the x_2 axis where $\cos 2\phi_\epsilon = -1$. For each value of the ellipticity ϵ , we plot in Fig. 8 the scaled distance b/r_s at which $\Sigma_\epsilon(0, b)$ becomes negative. If we decide to have physical (i.e. positive) mass density up a scale of 1.5 Mpc (typically $b/r_s = 10$ for a cluster), we have to restrict ourselves to ellipticities smaller than $\epsilon \sim 0.3$ (i.e. $\epsilon_\Sigma \sim 0.6$ at $r/r_s = 1$ from Fig. 2). So a relatively broad range of systems can be modelled in a physically consistent way.

We want to obtain an explicit, if approximate, relationship between the ellipticity ϵ introduced in the deviation angle and the ellipticity of the projected mass density ϵ_Σ it induces. In the acceptable and physical range $[0, 0.25]$ for ϵ , we fit a polynomial of the form:

$$\epsilon_\Sigma = a_1 \epsilon + a_2 \epsilon^2. \quad (28)$$

A fit for $r = r_s$ leads to $\epsilon_\Sigma = 2.27 \epsilon - 2.03 \epsilon^2$ with a $\chi^2 = 3.9 \times 10^{-7}$. More generally, the coefficients a_i depend on $x = r/r_s$. A fit between $x = 0$ and $x = 10$ gives

$$\begin{cases} a_1 = 2.12 + 0.179 x \\ a_2 = -1.70 - 0.328 x \end{cases} \quad (29)$$

with a $\chi^2 = 2.9 \times 10^{-3}$.

In summary, we can say that the deviation angle elliptical model can be applied to NFW mass profile up to $\epsilon \sim 0.25$. For this range of values, ϵ can be identified with the ellipticity of the potential ϵ_ϕ , and the ellipticity of the projected mass density ϵ_Σ is about twice larger than ϵ .

5. Conclusion

We propose a simple new formalism that introduces the ellipticity into the lens potential/deflection-angle of a circular mass model. The method can be applied when the lens potential or/and the deviation angle takes an analytical form. Then for radial mass profiles for which the 2D surface density Σ also has an analytical expression, this formalism gives analytical expressions of a pseudo-elliptical mass distribution for the deviation angle, the projected mass density, the convergence and shear.

Whatever the form of the mass distribution, the elliptical parameter ϵ is simply expressed as a function of the ellipticity of the potential. This is particularly helpful in getting some insight on the physical meaning of this parameter.

We have applied this formalism to the NFW profile and estimated the range of ellipticity ($\epsilon \lesssim 0.25$, or $\epsilon_\Sigma \lesssim 0.4$) for which this model is a good description of elliptical mass distributions and thus can be reliably applied to observational data. To derive these limits, we introduced a particular fit for elliptical-like profiles, that can be useful in similar cases.

Our proposed method is particularly useful when it is essential to quickly calculate the potential, the deflection angle and magnification of many images and/or many mass clumps. This is particularly important when using *inverse* methods (such as maximum likelihood) to investigate galaxy-galaxy lensing in the field or in clusters of galaxies, or to compute time delays.

Acknowledgements. We are grateful to Oliver Czoske, Priya Natarajan, Graham P. Smith and Geneviève Soucail for useful discussion and a careful reading of this paper. We thank the referee Chuck Keeton for interesting remarks, that makes this formalism even more interesting than we originally thought. JPK acknowledges CNRS for support. This work benefits from the LENSNET European Gravitational Lensing Network No. ER-BFM-RX-CT97-0172.

References

- Barkana, R. 1998, ApJ, 502, 531
- Bartelmann, M. 1996, A&A, 313, 697
- Faber, S. M., Tremaine, S., Ajhar, E. A., et al. 1997, AJ, 114, 1771
- Ghigna, S., Moore, B., Governato, F., et al. 2000, ApJ, 544, 616
- Golse, G., Kneib, J.-P., & Soucail, G. 2002, A&A, 387, 788
- Hjorth, J., & Kneib, J.-P. 2002, ApJ, submitted
- Jedrzejewski, R. I. 1987, MNRAS, 226, 747
- Kassiola, A., & Kovner, I. 1993, ApJ, 417, 450
- Kneib, J.-P. 1993, Ph.D. Thesis, Université Paul-Sabatier, Toulouse
- Kneib, J.-P. 2001, in Yale 2001 Cosmology Workshop on the Shapes of Galaxies and Their Halos [astro-ph/0112123]
- Meneghetti, M., Bartelmann, M., & Moscardini, L. 2002, MNRAS, submitted [astro-ph/0201501]
- Miralda-Escudé, J. 1991, ApJ, 370, 1
- Moore, B., Governato, F., Quinn, T., et al. 1998, ApJ, 499, L5
- Muñoz, J. A., Kochanek, C. S., & Keeton, C. R. 2001, ApJ, 558, 657
- Navarro, J. F., Frenk, C. S., & White, S. D. M. 1997, ApJ, 490, 493
- Quillen, A., Kuchinski, L., Frogel, J., & DePoy, D. 1997, ApJ, 481, 179
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. E. 1992, Gravitational Lensing (Springer-Verlag)
- Shaw, M. 1993, MNRAS, 261, 718
- Smith, G. P., Kneib, J.-P., Ebeling, H., et al. 2001, ApJ, 552, 493
- Wright, C. O., & Brainerd, T. G. 2000, ApJ, 534, 34